

International Conference
“Approximation Theory and Applications”
dedicated to the 100-th anniversary
of S. B. Stechkin

September 5 – 11, 2021

Organizers

Steklov Mathematical Institute of Russian Academy of Sciences, Moscow

Steklov International Mathematical Center, Moscow

Laboratory “High-dimensional approximation and applications”

Lomonosov Moscow State University, Moscow

The conference is supported by the Government of the Russian Federation

(the grant to the MSU Laboratory

“High-Dimensional Approximation and Applications”,

agreement no. 14.W03.31.0031),

the Simons Foundation and

the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation

(the grant to the Steklov International Mathematical Center,

agreement no. 075-15-2019-1614).

Abstracts of talks on the International
Conference “Approximation Theory and
Applications” dedicated to the 100-th
anniversary of S.B. Stechkin

5–11 September, 2021

Contents

Н.Ю. Антонов	4
В.В. Арестов	4
M.V. Balashov	4
В.В. Bednov	5
В.И. Бердышев	5
Ю.С. Волков	6
G. Garrigós	6
G.G. Gevorkyan	7
P.Yu. Glazyrina	7
Б.И. Голубов	8
D.V. Gorbachev	8

М.Г. Григорян	8
S. Gupta	9
М.И. Дьяченко	9
V.I. Ivanov	10
G.E. Ivanov	10
Н.А. Ильясов	11
Е. Кореcka	11
В.Г. Кротов	11
М.С. Лопушански	12
А.Л. Лукашов	12
С.Ф. Лукомский	13
T. Nath	13
Б.П. Осиленкер	13
М.Г. Плотников	14
K. Paul	14
П.Г. Поцейко	14
V.Yu. Protasov	15
A. Ray	15
Sz. Révész	16
J. Sahasrabudhe	17
D. Sain	18

Е.М. Семенов	18
W. Sickel	18
M.S. Skorina	19
V.M. Tikhomirov	19
С.Ю. Тихонов	19
Р.М. Тригуб	20
В.Н. Ушаков	20
В.И. Филиппов	20
I.G. Tsarkov	21
К.С. Шкляев	22
R. Schneider	22

Н.Ю. Антонов
Krasovskii Institute of Mathematics and Mechanics in Yekaterinburg
nikolai.antonov@imm.uran.ru

О скорости сходимости сумм Фурье непрерывных функций с
ограничениями на фрактальность их графиков

Рассматривается семейство классов непрерывных функций, имеющих ограничения на фрактальность их графиков. Планируется обсудить свойства функций из этих классов и возможность их приближения суммами Фурье.

В.В. Арестов
Krasovskii Institute of Mathematics and Mechanics in Yekaterinburg
vitalii.arestov@urfu.ru

Приближение инвариантных операторов

Доклад будет посвящен наилучшему приближению линейных неограниченных операторов линейными ограниченными операторами и родственным задачам. Большая часть сообщения будет относиться к задаче приближения операторов дифференцирования в пространствах Лебега на прямой. Такая задача инвариантна относительно сдвигов. В силу этого в данной тематике возникают экстремальные задачи в преддуальных пространствах для пространств мультипликаторов. Будут обсуждаться свойства преддуальных пространств и некоторые задачи, связанные с этими пространствами.

M.V. Balashov
Trapeznikov Institute of Control Sciences
balashov73@mail.ru

Stability of minimization problems and the error bound conditions in the
Hilbert space

We shall consider some sort of sufficient conditions (the error bound conditions) for stability of the solution set for the problem $\min_{x \in A} f(x)$ with respect to the function f (in C-norm) and with respect to the set A (in the Hausdorff distance). Both the function and the set are nonconvex.

V.B. Bednov
Lomonosov Moscow State University
noriiii@inbox.ru

On Chebyshev and monotone path-connected sets

The talk will present results on the relationship between the classes of Chebyshev sets and monotone path-connected sets in various Banach spaces.

В.И. Бердышев
Krasovskii Institute of Mathematics and Mechanics in Yekaterinburg
bvi@imm.uran.ru

Движение объекта и недружественного наблюдателя

Доклад посвящен двум задачам:

1. В условиях наблюдения движется автономный объект, обладающий скоростным поражающим устройством, от которого наблюдатель, являющийся телесным, вынужден скрываться за выпуклые фрагменты окружающей местности. Наблюдатель отслеживает движение объекта в безопасном для себя режиме. Задача объекта – уклонение от наблюдения посредством выбора скорости движения. Строится траектория наблюдателя, позволяющая следить за объектом на возможно большей части траектории объекта.

2. Объект, движущийся из начальной точки в заданную конечную вынужден обойти препятствие – ограниченное связное телесное множество G . Задача наблюдателя, стартующего одновременно с объектом, состоит в поиске траектории, обеспечивающей слежение за объектом на возможно большей части траектории объекта. В докладе, при условии равенства величин скоростей объекта и наблюдателя, приводятся примеры траекторий наблюдателя, для которых указаны контролируемые наблюдателем участки траектории объекта.

Литература:

1. Бердышев В.И. Задача безопасного слежения за объектом, уклоняющимся от наблюдения в 2 // Докл. АН. Математика, информатика, процессы управления. 2020. Т. 493. С. 82–85. doi: 10.31857/S2686954320040049.

2. Бердышев В.И. Уклонение объекта с поражающим устройством от зоны видимости наблюдателя в 3 // Докл. АН. 2020. Т. 494. С. 93–96. doi: 10.31857/S268695432005029X.

3. Бердышев В.И. Объект с поражающим устройством и недружелюбный наблюдатель в трехмерном пространстве // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2021. Т. 27, № 2. С.49-58. DOI: 10.21538/0134-4889-2021-27-2-49-58.

Ю.С. Волков

Sobolev Institute of Mathematics and Novosibirsk State University
volkov@math.nsc.ru

Сходимость процессов интерполяции и обусловленность систем уравнений построения сплайнов в общей задаче сплайн интерполяции.

Рассматривается общая задача интерполяции полиномиальными сплайнами когда сетка узлов сплайна не связана с сеткой точек интерполяции. Рассматривается вопрос их построения через коэффициенты разложения какой-либо производной по В-сплайнам. Анализируются свойства получаемых систем уравнений. Показано, что вопрос о хорошей обусловленности системы уравнений для построения интерполяционного сплайна через коэффициенты разложения k -й производной по В-сплайнам эквивалентен вопросу сходимости процесса интерполяции для k -й производной сплайна в классе функций с непрерывной k -й производной.

G. Garrigós

University of Murcia, Spain
gustavo.garrigos@um.es

The Haar basis in classical smoothness spaces

In this talk we shall survey results of the author with A. Seeger and T. Ullrich regarding the basis properties of the Haar system in the classical smoothness spaces of Besov type, $B_{p,q}^s$, and Triebel-Lizorkin type, $F_{p,q}^s$, in \mathbb{R}^d .

Namely, we shall determine the precise range of indices s, p, q for which the Haar system is a Schauder basis, or an unconditional basis, in each of these classes. The regions of parameters $(s, 1/p)$ for the validity of these properties turn out to be markedly different in each of the smoothness classes, while in the extremal cases it depends on the value of the second index q .

We shall briefly discuss the proofs, which are based in precise uniform estimates for the norms of the dyadic averaging operators, combined with

suitable (non-trivial) counterexamples to discard unconditionality in a big portion of the F -space picture.

Bibliography:

G. Garrigós, A. Seeger, T. Ullrich. *The Haar system as a Schauder basis in spaces of Hardy-Sobolev type*. Jour. Fourier Anal. Appl. **24** (5) (2018), 1319–1339.

G. Garrigós, A. Seeger, T. Ullrich. *Basis properties of the Haar system in limiting Besov spaces*. In *Geometric aspects of harmonic analysis*, P. Ciatti and A. Martini (Eds), Springer-INdAM series, Vol. **45**, (2021).

G. Garrigós, A. Seeger, T. Ullrich. *The Haar system in Triebel-Lizorkin spaces: endpoint results*. Jour. Geom. Anal. **31** (9) (2021), 9045-9089.

G.G. Gevorkyan
Yerevan State University
ggg@ysu.am

Uniqueness Theorems for Simple Trigonometric Series and It's Application to Multiple Series

For simple trigonometric series, in particular, it is proved that if a trigonometric series by the Riemann method is summable in measure to an integrable function f and the Riemann majorant is finite everywhere, except perhaps for some countable set, then this series is the Fourier series of the function f . Using this theorem, uniqueness theorems are obtained for multiple trigonometric series.

P.Yu. Glazyrina, Yu.S. Goryacheva, Sz.G. Révész
Krasovskii Institute of Mathematics and Mechanics in Yekaterinburg
polina.glazyrina@urfu.ru

Turán's inequality, inverse to Markov's inequality, for compact sets in the complex plane

In the talk, we will consider the results devoted to estimating the L_q -norm of a polynomial in terms of the L_q -norm of its derivative under constraints on the zeros of the polynomial.

Б.И. Голубов
Moscow Institute of Physics and Technology
golubov@mail.mipt.ru

Некоторые результаты и задачи из двоичного гармонического анализа

Будет дан обзор известных результатов о двоичных производных и интегралах. Затем будут изложены результаты автора по следующим темам:

1. Модифицированные двоичные интегралы и производные дробного порядка.
2. Двоичные интегралы в двоичных пространствах Харди.
3. Двоичный аналог тауберовой теоремы Винера и смежные вопросы.
4. Двоичные операторы Харди и Харди-Литтлвуда.
5. Некоторые задачи.

D.V. Gorbachev
Tula State University
dvgmail@mail.ru

Solving the Delsarte problems for spherical designs by the Arestov-Babenko method

Exactly the extremal Delsarte problem is solved for 4-designs on the 2-sphere. To do this, we adapt the Arestov-Babenko method for the Delsarte problem for spherical codes. This method is based on the use of semidefinite programming and solving a polynomial system of equations. To prove the existence of the desired solution of such a system, the interval Krawczyk's method is applied from HomotopyContinuation.jl.

М.Г. Григорян
Yerevan State University
gmarting@ysu.am

Существование и структура универсальных функций в разных смыслах

В докладе будет представлен обзор результатов, связанных с существованием, как ранее известных функций универсальных в том или

ином смысле в различных функциональных классах, так и новых (различных типов относительно классических систем) универсальных функций. Будут рассмотрены проблемы, связанные с существованием и свойствами функций с универсальными рядами Фурье в разных смыслах в различных функциональных пространствах, а также будет описана структура таких универсальных функций.

S. Gupta
BBK DAV College for Women
sahilmath@yahoo.in

Strong proximality in Banach spaces

A stronger form of proximality called strong proximality by Godefroy and Indumathi has been discussed by several researchers in Banach spaces. We taken up this problem and show how strong proximality can be transmitted to and from quotient spaces of Banach spaces. Some relationships between proximality, strong proximality, approximative compactness and strong Chebyshevity have been proved. We also generalized the notion of strong proximality and define simultaneous strong proximality. It is proved that if W is a simultaneously approximatively compact subset of a Banach space X then W is simultaneously strongly proximal and the converse holds if the set of all best simultaneous approximations to every bounded subset S of X from W is compact. We proved that simultaneously strongly Chebyshev sets are precisely the sets which are simultaneously strongly proximal and simultaneously Chebyshev. It is also proved that if F and W are subspaces of a Banach space X such that F is simultaneously strongly proximal, W is finite dimensional and $F + W$ is closed then $F + W$ is simultaneously strongly proximal in X .

М.И. Дьяченко
Moscow State University
dyach@mail.ru

Асимптотика вблизи нуля сумм косинус-рядов с дробно-монотонными коэффициентами

Известно, что асимптотика вблизи нуля суммы косинус-ряда связана с функцией

$$\sum_{n=0}^{[\pi/x]} (n+1)(a_n - a_{n+1}),$$

причем для оценки сверху достаточно выпуклости коэффициентов (двойной монотонности), а для оценки снизу — тройной монотонности. Основным результатом состоит в том, что дробная монотонность последовательности коэффициентов порядка меньше 2 не обеспечивает оценки сверху, двойная монотонность не гарантирует оценку снизу, но при монотонности порядка больше 2 оценка снизу уже справедлива.

V.I. Ivanov
Tula State University
ivaleryi@mail.ru

Weighted Inequalities in Dunkl Harmonic Analysis

Over the past 30 years a meaningful harmonic analysis has been constructed in the space \mathbb{R}^d with Dunkl weight. The classical Fourier analysis on the Euclidean space corresponds to the weightless case. In the Dunkl harmonic analysis, an important role is played by the Dunkl–Riesz potential and Dunkl–Riesz transformations defined by S. Thangavelu and Y. Xu. In particular, they allow one to prove the Sobolev inequalities for the Dunkl gradient. The talk will focus on inequalities for Dunkl–Riesz potential, Dunkl – Riesz transforms, and Dunkl gradient with radial power and piecewise power weights.

G.E. Ivanov
Moscow Institute of Physics and Technology
ivanov.ge@phystech.edu

Existence and uniqueness of the nearest and farthest points of two subsets of a Banach space

For subsets A and C of a Banach space, in terms of estimates for the parameters of strong and weak convexity of A and C, we obtain sufficient conditions for the existence and uniqueness of the nearest and farthest points

of these sets. We give examples to show sharpness of the estimates obtained.

Н.А. Ильясов
Baku State University
niyazi.ilyasov@gmail.com

Неравенства С.Б.Стечкина в теории приближений: ключевая оценка и попарная равносильность

Предлагается новый метод, позволяющий из одной ключевой оценки получать известные неравенства С.Б.Стечкина - обратные теоремы (без производных, так и с производными, включая промежуточные оценки) теории приближения непрерывных периодических функций, причем все указанные неравенства являются попарно равносильными. Рассмотрен также случай оценок для структурных и конструктивных характеристик сопряженных функций. Получено точное в смысле порядка усиление неравенства - прямой теоремы (без производных) на классе функций с заданной мажорантой либо с заданным порядком убывания модуля гладкости.

Е. Копеcka
Johannes Kepler University Linz
eva.kopecka@uibk.ac.at

Approximating convex sets by simpler convex sets

Let K be a compact convex set in \mathbb{R}^d which is an intersection of halfspaces defined by at most two coordinates. Let Q be the smallest axes-parallel box containing K . We show that when the dimension d grows, the ratio of the diameters $\text{diam}Q/\text{diam}K$ of the two sets can be arbitrarily large. How large exactly is open.

В.Г. Кротов
Belarusian State University
vgkrotov@mail.ru

Свойство Фату для общих аппроксимативных единиц на метрических пространствах с мерой

В докладе рассматриваются абстрактные аппроксимативные единицы на метрических пространствах с мерой. Находятся точные условия на геометрию областей, для которых имеет место сходимость аппроксимативных единиц почти всюду для функций из пространств L^p , $p \geq 1$. Результаты иллюстрируются на примерах ядер Пуассона и их степеней в единичном шаре в \mathbb{R}^n или \mathbb{C}^n , а также свертки с растяжениями на \mathbb{R}^n . Для всех этих примера найденные условия являются точными.

М.С. Лопушански
Moscow Institute of Physics and Technology
masha.alexandra@gmail.com

Построение спрямляемых кривых на проксимально гладких множества

В работе исследуются свойства проксимально гладких множеств. Предложен алгоритм построения спрямляемой кривой между двумя достаточно близкими точками на проксимально гладких множествах в равномерно выпуклом и равномерно гладком банаховом пространстве. Получена оценка на длину кривой и ее отклонения от отрезка с теми же концами.

А.Л. Лукашов
Moscow Institute of Physics and Technology
alexey.lukashov@gmail.com

Интерполирование рациональными функциями: несколько отрезков;
несколько переменных

Доклад посвящен двум различным направлениям теории интерполирования рациональными функциями. Первое связано с интерполированием на нескольких отрезках. Будет дан обзор результатов, посвященных константам Лебега для интерполирования полиномами и рациональными функциями на нескольких отрезках. Второе направление посвящено многомерному интерполированию. Здесь будет рассмотрен способ интерполирования рациональными функциями в смысле Акопяна (среднезначное интерполирование).

С.Ф. Лукомский
Saratov State University
lukomskiisf@sgu.ru

Жесткие фреймы в нульмерных группах

В произвольной локально-компактной нульмерной группе известны способы построения ортогональных вейвлет базисов, однако нет даже примеров жестких фреймов (фреймов Парсевалея). В докладе будут предложены два способа построения жестких вейвлет фреймов в локально-компактной нульмерной группе: с использованием метода унитарного расширения и без использования метода унитарного расширения.

T. Nath
School of Mathematical and Physical Sciences
tnverma07@gmail.com

Differentiability of Distance Function and The Proximinal Condition
implying Convexity

We establish a necessary and sufficient condition for the differentiability of the distance function generated by a nonempty closed set K in a real normed linear space X under a proximality condition on K . We do not assume the uniform differentiability constraints on the norm of the space as in Giles (Proc Am Math Soc 104: 458–464, 1988). Hence, our result advances that of Giles (Proc Am Math Soc 104: 458–464, 1988). We prove that the proximinal condition of Giles (Proc Am Math Soc 104: 458–464, 1988) is true for almost suns. The proximinal condition ensures convexity of an almost sun in some class of strongly smooth spaces under a differentiability condition of the distance function. A necessary and sufficient condition is obtained for the convexity of Chebyshev sets in Banach spaces with rotund dual.

The above talk is based on the paper published in The Journal of Analysis <http://dx.doi.org/10.1007/s41478-020-00259-5>

Б.П. Осиленкер
MOSCOW STATE UNIVERSITY OF CIVIL ENGINEERING
(NATIONAL RESEARCH UNIVERSITY)
b_osilenker@mail.ru

О рядах Фурье по ортогональным полиномам Соболева

В докладе рассматриваются средние Фейера рядов Фурье по ортогональным полиномам Соболева. Для (С.1) - средних получены результаты о суммируемости почти всюду и по метрике континуально-дискретного пространства Соболева.

М.Г. Плотников
Vereshchagin Vologda State Milk Industry Academy
mgplotnikov@gmail.com

Единственность для перестановок тригонометрической системы

Существует семейство перестановок B множества \mathbb{Z} с условием $B(-n) = -B(n)$ такое, что для каждой перестановки B из этого семейства найдется совершенное множество единственности положительной меры для B -переставленной тригонометрической системы $\{\exp(iB(n)x)\}$. Попутно найден класс перестановок тригонометрической системы, для которого справедливо усиленное утверждение из гипотезы Стечкина-Ульянова.

К. Paul
Jadavpur University
kalloldada@gmail.com
k-smoothness of operators

Here we discuss k -smoothness of bounded linear operators defined between Hilbert spaces as well as Banach spaces. The characterization of k -smoothness of bounded linear operators on arbitrary Banach space is still elusive. We try to address the problem in the setting of both finite and infinite-dimensional Banach spaces. This talk is based on the articles [1, 2].

[1] Mal Arpita and Paul Kallol. "Characterization of k -smooth operators between Banach spaces," *Linear Algebra Appl.*, 586 (2020) : 296–307.

[2] Mal, Arpita, Dey, Subhrajit and Paul, Kallol. "Characterization of k -smoothness of operators defined between infinite-dimensional spaces," *Linear Multilinear Algebra*, DOI: 10.1080/03081087.2020.1844130, 2021.

П.Г. Поцейко, Е.А. Ровба
Yanka Kupala State University of Grodno
pahamatby@gmail.com

Приближения на классах интегралов Пуассона рациональными
интегральными операторами Фурье-Чебышёва

Введен класс функций, задаваемых интегралами Пуассона на отрезке $[-1,1]$. Изучены приближения рациональными интегральными операторами Фурье-Чебышёва на указанных классах. Установлены интегральные представления приближений и оценки сверху равномерных приближений. В случае, когда граничная функция имеет на отрезке $[-1,1]$ степенную особенность, найдены оценки сверху поточечных и равномерных приближений, асимптотическое выражение мажоранты равномерных приближений посредством рациональных функций с фиксированным числом геометрически различных заданных полюсов. При двух геометрически различных полюсах четной кратности аппроксимирующей функции получены асимптотические оценки наилучших равномерных приближений рассматриваемым методом, которые имеют более высокую скорость сходимости в сравнении с полиномиальными аналогами.

V.Yu. Protasov

Moscow State University, Higher School of Economics
v-protasov@yandex.ru

Application of subdivision schemes to a problem of number theory

Subdivision schemes known since classical works of De Rham and developed in 90-s by Dyn, Micchelli, Dahmen, Cohen, Oswald, etc. provide a very popular method of multivariate approximation and an efficient toolbox for generating curves and surfaces. We show how the subdivision schemes can be applied to one problem of number theory (computing of the binary partition function) and to classifying special cyclotomic polynomials.

A. Ray

Department of Mathematics, Jadavpur University
anubhab.jumath@gmail.com

Bhatia-Semrl Property of a bounded linear operator

In this talk, we explore the relation between the orthogonality of bounded linear operators in the space of operators and that of elements in the ground space. In this context, we introduce the notion of Property P_n for a Banach

space and illustrate its connection with the Bhatia-Semrl (BS) Property of a bounded linear operator between Banach spaces. We also discuss Property Pn for various polyhedral Banach spaces. This talk is based on the paper A. Ray, D. Sain, S. Dey and K. Paul, Some remarks on orthogonality of bounded linear operators, Journal of Convex Analysis, 29 (2022), no. 1, page number not yet available.

Sz. Révész

Budapest University of Technology and Economics revesz@renyi.hu

Fenton's sum of translates approach for classical minimax questions of approximation theory (with B. Farkas and B. Nagy)

The classical problem of Chebyshev asks for placement of n roots in the interval $[0, 1]$, such that the maximum of the arising monic algebraic polynomial, obtained by multiplying together the root factors, has least possible maximum norm. Four decades ago Bojanov formulated a variant of the question, assuming that the n roots are not simple root factors, but multiple roots of given multiplicity (and thus the product is not a degree n , but degree N algebraic polynomial). Studying these questions from a new point of view, we first take the logarithm of the absolute value of these products, and thus obtain a sum of logarithms. Choosing the roots, or nodes, means translating of the arising logarithmic terms. Having a zero translates into a singularity attaining minus infinity.

With this changed setup we loose the well-known vector space property of our polynomial space. The sums of the arbitrarily translated "log root factors however, has a different, remarkable structure. We will call these log root factors "kernels and generally even assume that they may be quite different. We only assume that the kernels are concave (as is the case with $\log |t|$), and perhaps that they are singular (attaining minus infinity at zero). A further advantage is that we can relatively easily incorporate an "external field function" J , which after exponentiating back becomes a multiplicative weight function $w(x) := \exp(J(x))$. Thus we can handle even weighted minimax questions of the sort.

We analyse what conditions are needed to regain the usual basic results of approximation theory. Between the endpoints 0 and 1 and the roots or nodes y_j , there arise $n + 1$ intervals, and maxima on these intervals will be denoted by m_j . The question is when the maximum of the m_j will be minimal? It turns

out that under quite general assumptions the equioscillating property (that all m_j are equal) is necessary and sufficient, and it uniquely characterizes the extremal configuration. Moreover, we will find that any prescription of the differences between the m_j is also uniquely attained, and so the n -dimensional difference vector of these interval maxima is in a continuous homeomorphism correspondence - in fact, in a bi-Lipschitz fashion - with the totality of admissible or regular n -dimensional vectors of nodes. This is remarkable in particular in cases when J can be singular on vast sets, and admissible nodes form a complicated subset of \mathbb{R}^n .

We will give examples to demonstrate that our general conditions are all indeed indispensable, and derive new observations even in the most classical case of the Chebyshev Problem. On our way we will explore estimates for one-sided derivatives of the m_j even in cases of non-differentiable kernels and field functions, find best regularity properties of the m_j as functions of the node systems, apply a generalization of Clarke to the inverse mapping theorem holding for Lipschitz (but not necessarily differentiable) functions, and will draw a number of approximation theoretic consequences like the weighted version of Bojanov's Problem or the trigonometric case.

J. Sahasrabudhe
 University of Cambridge
 julian.sahasra@gmail.com

Flat Littlewood polynomials exist

A polynomial $f(z)$ is said to be a Littlewood polynomial if all of its coefficients are plus/minus 1. Erdős, in 1957, asked how "flat" such polynomials can be on the unit circle and, in particular, asked if there exists infinitely many Littlewood polynomials f with $|f|n^{-1/2}$ bounded above and below by absolute constants ($n^{1/2}$ is the typical magnitude of such functions f). Later, after various failed attempts at Erdős's problem, Littlewood, in 1966, conjectured that indeed such polynomials should exist - a conjecture which came to be known simply as "flat Littlewood polynomials exist".

In this talk I will discuss a resolution of this conjecture, which draws on tools from modern probabilistic combinatorics. If time permits, I may also touch on a few other of the remaining Littlewood conjectures in this area and highlight a few further questions raised by our solution. Based on joint work with Paul Balister, Béla Bollobás, Rob Morris and Marius Tiba.

D. Sain

Department of Mathematics, Indian Institute of Science
saindebmalya@gmail.com

Orthogonality and best approximations in Banach spaces

I plan to discuss an application of Birkhoff-James orthogonality in studying the best approximation problem in Banach spaces. This allows us to obtain some interesting distance formulae for both compact operators and vectors. The advantage of our method over the classical duality principle, especially from a computational point of view, will also be discussed. This talk is based on my recent article [D. Sain, On best approximations to compact operators, Proc. Amer. Math. Soc., 149(10) (2021) 4273-4286.]

Е.М. Семенов

Voronezh State University
nadezhka_ssm@geophys.vsu.ru

Ортогональные элементы перестановочно-инвариантных пространств

Пусть E — несепарабельное перестановочно-инвариантное пространство и E_0 — замыкание L_∞ в E . Через \mathcal{O} обозначается множество таких $x \in E$, что $\|x\|_E \leq \|x + y\|_E$ для всех $y \in E_0$. Множество \mathcal{O} обладает интересными и необычными свойствами.

W. Sickel

Friedrich-Schiller-Universität Jena
winfried.sickel@uni-jena.de

S-Numbers of Embeddings of Weighted Wiener Classes

In my talk I will discuss the behaviour of some s-numbers (including approximation numbers) of three different types of embeddings of the weighted Wiener algebra $A_w(\mathbb{T}^d)$ on the d-dimensional torus:

- $A_w(\mathbb{T}^d) \rightarrow A(\mathbb{T}^d)$, where $A(\mathbb{T}^d)$ denotes the Wiener algebra itself;
- $A_w(\mathbb{T}^d) \rightarrow L_2(\mathbb{T}^d)$;

- $A_w(\mathbb{T}^d) \rightarrow H^1(\mathbb{T}^d)$, where w is given by

$$w(k) = w_{s,r}(k) := \begin{cases} \prod_{i=1}^d (1 + |k_i|^r)^{s/r}, & \text{if } 0 < r < \infty; \\ \prod_{i=1}^d \max(1, |k_i|^s), & \text{if } r = \infty. \end{cases}$$

It will be the main aim of my talk to describe the behaviour of the associated s-numbers in dependence of n and the dimension d .

This is joint work with Van Dung Nguyen (Hanoi) and Van Kien Nguyen (Hanoi).

M.S. Skopina
Saint Petersburg State University
skopina@MS1167.spb.edu

Wavelet approximation in Orlicz spaces

Decompositions with respect to wavelet frames and frame-like systems are considered. Their approximation properties in Orlicz spaces are studied. In the case of wavelet frames, the approximation order in the sense of modular convergence is established for an arbitrary Orlicz space. Approximation order in the sense of Luxemburg norm is found for Orlicz spaces satisfying Δ_2 -condition. Under assumption of Δ'_1 -condition, the latter result is extended to the frame-like wavelet systems.

V.M. Tikhomirov
Moscow State University
vmtikh@googlemail.com

Approximation Theory and S.B.Stechkin's works

The talk focuses on the significant results of the classics of the Approximation Theory, P.L. Chebyshev, S.N. Bernstein, and A.N. Kolmogorov. Modern approaches to some of the classical problems of the theory are highlighted. Finally, it will be shown how S.B. Stechkin adopted and developed his predecessors' main trends, ideas, and results.

С.Ю. Тихонов
tikhonov.work@gmail.com

Гладкость функций в теории приближений

Мы обсуждаем неравенства, в некотором роде двойственные к классическим прямым и обратным оценкам в теории приближений. В частности, будут рассмотрены точные оценки модулей гладкости в терминах производных приближающих полиномов. Совместная работа с Ю. Коломойцевым.

Р.М. Тригуб
roald.trigub@gmail.com

О рядах и преобразованиях Фурье функций нескольких переменных

Алгебры Винера и Бёрлинга преобразований Фурье на \mathbb{R}^d и суммируемость кратных рядов Фурье (по норме, включая точную скорость сходимости, и почти всюду с указанием гарантированного множества сходимости). Положительно определённые финитные радиальные сплайны данной степени и максимальной гладкости на \mathbb{R}^d .

В.Н. Ушаков, А.А. Успенский, П.Д. Лебедев, А.А. Ершов
Krasovskii Institute of Mathematics and Mechanics in Yekaterinburg
ushak@imm.uran.ru

О некоторых задачах управления и аппроксимации множеств в этих задачах

Рассматриваются различные постановки задач математической теории управления, связанные аппроксимацией множеств достижимости и интегральных воронок. Установлено соотношение между множествами, слабо выпуклыми по Ефимову-Стечкину, и альфа-множествами. Построена оценка роста степени невыпуклости множеств достижимости с течением времени.

В.И. Филиппов
YURI GAGARIN STATE TECHNICAL UNIVERSITY OF SARATOV
888vadim@mail.ru

Целочисленное разложение элементов пространств l_p в ряды типа Фурье по системам из сжатий и сдвигов одной функции

Предлагаются результаты о разложении элементов пространств L_p по системам функций, полученным из сжатий и сдвигов одной функции. Получены новые алгоритмы разложения по этим системам в ряды типа Фурье с целыми коэффициентами. Приближение элементов пространств L_p по предложенным методам, обладает свойством сжатия образов, то есть имеется много коэффициентов, при этом разложении, равных нулю. Эти результаты могут вызвать интерес также у специалистов по передаче и обработке цифровой информации и у других исследователей, у которых возникли потребности в целочисленном разложении суммируемых и несуммируемых функций в ряды по системам из сжатий и сдвигов одной функции.

I.G. Tsarkov

Moscow, Moscow State University, Moscow Center for Fundamental and Applied Mathematics
igtsarkov@yandex.ru

CAUSTICS, MACH DISKS, APPLICATION TO ASTROPHYSICS

An important part of the special set is caustic. Dynamically, the body of a certain form tends to change its shape to this form caustic. In fact, this effect can be observed for the liquid in weightlessness which continuously changes its shape trying to approach the caustic generated by this dynamically changing form. As a result, the form is constantly changing in the pursuit of caustic. This, of course, occurs due to the properties of fluid irrescomity. For gases, the same form eventually begins to take the form of caustic (or caustic lows or caustic highs). There is also an effect of gravity which keeps the clumps of gas near the caustic. This explains the evolution of elliptical (ellipsoid form) galaxies, both from younger to spiral and from spiral to spiral with a jumper ones. In short, caustic is a law of forms evolution. The report will address issues related to the receipt of caustic reflection in, generally speaking, asymmetrical spaces. These investigations are applied to the substantiation of the occurrence of Mach disks (or rhombuses, or diamonds). The official version of the these disks origin is criticized and there is built a competing new model based on caustic reflection from environments boundary. The reasoning is illustrated by both real and the mathematical model pictures. In this report, we consider causthic reflections in the mirrors of a semi-ellipsoid and a paraboloid shape. These cases will model well-known examples from everyday life. The radiation of the waves from the

respective surfaces will be carried out in a fairly small or large enough part of these surfaces near these shapes top. In this way, we will be able to emulate, for example, the behavior of plasma flow when it erupts from an engine nozzle. And then we will study strong flow compaction (i.e. caustic), arising as a result of multiple reflections inside such mirrors, which in some first approximation simulate the boundaries of separation of environments: air-plasma or air-liquid. The main conclusion of the report is that Mach disks are, in fact, the caustic reflections of the formed surface, which is the two environments boundary. If the surface dynamically changes its shape, then the corresponding caustic reflections change. In constructing the caustic reflection, we will use the law of reflection in the case when in the space there is considered, generally speaking, a non-euclidean structure, defined by an asymmetrical norm. The asymmetrical norm is determined by the functionality of the Minkovsky asymmetric convex body (ball). Choosing an asymmetrical ball can be useful, as shown in the introduction, when studying the situation with the light passage in an anisotropic environment (for example, in crystals). Note (to avoid misunderstanding) that symmetrical (normalized) spaces are the special case of asymmetrical spaces. Here asymmetrical norms are used to simulate reflections in conditions where the environment has its own speed.

К.С. Шкляев
Lomonosov Moscow State University
konstantin.shklyayev@inbox.ru

Выпуклая оболочка множества в терминах метрической проекции

В докладе будет обсуждаться приближение точек выпуклой оболочки компакта в гладком банаховом пространстве выпуклыми комбинациями точек метрической проекции на этот компакт.

R. Schneider, M. Oster and L. Sallandt
Technische Universität Berlin
schneidr@math.tu-berlin.de

Tree Based Tensor Networks (HT/TT) for the numerical solution of
non-linear partial differential equations

For many high dimensional PDEs of practical interest, e.g. Backward Kolmogorov equations etc. the PDE operator cannot be easily expanded in matrix product operator form. In this case, we propose a variational Monte Carlo approach confined to the manifold of tree based tensors with fixed multi-rank (i.e. bond dimensions). In particular the (stochastic) HJB can be reformulated by an (uncoupled) Forward Backward SDE system. The forward dynamics can be computed easily by standard Euler-Mayurana scheme. For the backward equation for the value function, we use variational interpolation (Bender et al.) by solving a regression problem in each time step. For this purpose we use tree based tensor networks, in particular MPS/TT. The forward backward SDE is linked with (parabolic) PDEs by a non-linear Feynman-Kac theorem. This offers the possibility to computed approximate (local) solutions of wide class of non- linear parabolic PDE's. for our solving our HJB equations, we need to compute the gradient of the value functions with desired precision. Solving regression problems by means of HT/TT tensors with good approximation of the gradients requires additional attention, and has been the technical key for a successful treatment. First numerical results has been obtained by my PhD students Leon Sallandt and M. Oster. deep neural networks (E & Jentzen et al., Pham et al.). Large part of the numerical method can be transfered formally for deterministic optimal control, and works well if additional regularity of the solution is granted.