Вторая конференция Математических центров России
Секция «Алгебраическая геометрия»

7–11 ноября 2022, Москва

И. В. Аржанцев. Лучезарные торические многообразия и действия унипотентных групп

Полное торическое многообразие будем называть лучезарным, если максимальная унипотентная подгруппа U группы автоморфизмов $\mathrm{Aut}(X)$ действует на X с открытой орбитой. Оказывается, такие многообразия могут быть охарактеризованы целым рядом замечательных свойств. В докладе мы обсудим эти свойства, охарактеризуем полные веера, отвечающие лучезарным многообразиям, и предложим комбинаторную технику, позволяющую описывать множество корней Демазюра лучезарного многообразия. В качестве приложения будет описана структура максимальной унипотентной подгруппы U группы автоморфизмов $\mathrm{Aut}(X)$. В частности, мы вычислим ступень разрешимости и класс нильпотентности группы U. Также будет предложен эффективный критерий для нахождения всех регулярных подгрупп группы U, которые действуют на многообразии X с открытой орбитой. В качестве приложения мы получим несколько результатов об эквивариантных торических пополнениях унипотентных групп. В заключение будет дано эффективное описание лучезарных поверхностей.

Доклад основан на результатах совместных работ с А. Ю. Перепечко, Е. Л. Ромаскевич и К. В. Шахматовым. Исследования поддержаны грантом RSF-DST 22-41-02019.

М. С. Венчаков. Характеры неприводимых представлений унитреугольной группы

Основные понятия

G — конечная группа

$\varphi\colon G \to GL(V)$ — её представление

$\psi\colon G \to \mathbb{C}$ — характер представления φ

$\psi(g) = \mathrm{tr}\ \varphi(g)$, $g \in G$

$supp(\psi) = \{g \in G \mid \psi(g) \neq 0\}$ — его носитель

$G = SL_n(\mathbb{F}_q)$ или $Sp_{2n}(\mathbb{F}_q)$

$B \subset G$ — борелевская подгруппа (верхнетреугольная)

$N \subset B$ — её унипотентный радикал

$\mathfrak{n} = Lie\ N$, $N \curvearrowright \mathfrak{n}$, $N \curvearrowright \mathfrak{n}^*$

$$N = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & * & \dots & * \\ 0 & 1 & \dots & * \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}, * \in \mathbb{F}_q \right\}$$

$$\mathfrak{n} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & * & \dots & * \\ 0 & 0 & \dots & * \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} \right\}, \mathfrak{n}^* = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ * & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ * & * & \dots & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

Метод орбит

Группа N действует на $\mathfrak{n}^*$ по правилу $g.\lambda = (g\lambda g^{-}1)_{\mathrm{low}}$

1962 г., А.А. Кириллов: $\mathrm{Irr}\ N \leftrightarrow \mathfrak{n}^*/N$

В этом случае, значение характера, соответствующего орбите формы Ω на элементе g группы N равно:

$$\psi_\Omega(g) = \frac{1}{\sqrt{|\Omega|}} \sum_{\mu\in\Omega} \theta(\mu(\ln(g))),\ \theta\colon \mathbb{F}_q \to \mathbb{C}^\times$$

Характер глубины k - характер максимальной размерности в $\mathfrak{n}_k$.
Регулярные характеры — характеры максимальной размерности.
Субрегулярные орбиты соответствуют характерам предмаксимальной размерности.
Характеры глубины 2 — характеры размерности q^{M-2}.-

Основная теорема

а) Найден носитель $supp(\psi) = \bigcup\limits_{D,\xi} K_{D,\xi}$.
б) Вычислено значение $\psi(K_{D,\xi}) = q^{m_D} \prod_{(i,j)\in D} \theta(\ldots)$.
Где $K_{D,\xi}$ — класс сопряжённости элемента $1 + x_{D,\xi} = \sum\limits_{(i,j)\in D} \xi_{j,i} e_{i,j}$

А. В. Викулова. Конечные подгруппы в группе бирациональных автоморфизмов поверхностей Севери–Брауэра над полем $\mathbb{Q}$.

В этом докладе мы покажем, что нетривиальные конечные подгруппы в группе бирациональных автоморфизмов нетривиальных поверхностей Севери–Брауэра над полем $\mathbb{Q}$ изоморфны либо $\mathbb{Z}/3\mathbb{Z}$, либо $(\mathbb{Z}/3\mathbb{Z})^2$. Более того, мы покажем, что группа $(\mathbb{Z}/3\mathbb{Z})^2$ является подгруппой в группе бирациональных автоморфизмов любой поверхности Севери–Брауэра над полем характеристики ноль.

А. С. Голота. Конечные абелевы подгруппы в группах бирациональных автоморфизмов

Я расскажу о конечных абелевых подгруппах в группах бирациональных автоморфизмов проективных многообразий над алгебраически замкнутым полем характеристики 0, а также в группах бимероморфных автоморфизмов компактных кэлеровых пространств. В частности, я расскажу о многообразиях, группы бирациональных автоморфизмов которых содержат конечные абелевы подгруппы неограниченного порядка, но с фиксированным минимальным числом образующих.

Н. Го. Гипотеза Гротендика–Серра и теорема о чистоте

The Grothendieck–Serre conjecture predicts that every principal bundle under a reductive group scheme G over a regular local ring R is trivial if it is generically trivial. In other words,

$$\text{the map} \quad H^1_{\text{ét}}(R, G) \to H^1_{\text{ét}}(\operatorname{Frac} R, G) \quad \text{has trivial kernel.}$$

When R contains a field, the conjecture was solved affirmatively, whereas when R is of mixed characteristic, it is widely open. Besides, a non-Noetherian variant of the conjecture, when R is replaced by a valuation ring, was solved affirmatively. In this report, beyond the historical summary, I briefly talk about the following recent progress on this conjecture.

(i) For an irreducible scheme X smooth projective over a discrete valuation ring R of mixed characteristic, every generically trivial principal bundle under a reductive connected R-group is Zariski-locally trivial. This is a joint work with Панин Иван Александрович.

(ii) For a scheme X smooth of finite type over a valuation ring V, if $x \in X$ is not a maximal point of V-fibers of X and $\dim \mathcal{O}_{X,x} \geq 2$, then for any X-torus T, we have the purity

$$H^1_{\text{ét}}(\operatorname{Spec} \mathcal{O}_{X,x}, T) \simeq H^1_{\text{ét}}(\operatorname{Spec} \mathcal{O}_{X,x} \backslash \{x\}, T),$$

which leads to the Grothendieck–Serre for tori on X. This is a joint work with Fei Liu.

А. Э. Дружинин. Гладкие модели мотивных пространств и спектров

Мотивная теория гомотопий изучает алгебраические многообразия и их инварианты с точностью до процедур подобных топологическим склейкам, дифформациям и гомотопиям топологических пространств. С одной стороны, мотив алгеброгеометрического многообразия — это сущность, улавливающая в многообразиях то, что существенно для исследуемого класса инвариантов, таких как теории гомологий и когомологий. С другой, сами многообразия отличаются от мотивов более чёткими структурами, и их уместно рассматривать как средство выразить некие априори абстрактные мотивы представляющие рассматриваемые когомологий теории в явном геометрическом виде. В докладе мы обсудим геометрические модели для некоторых стандартных теорий когомологий и их роль в исследовании свойств этих теорий, уделяя особое внимание свойствам связности мотивов и точности ассоциированныйх комплексов Герстена или Кузена.

И.Ю.Ждановский. Квартика Игусы и коммутаторы проекторов

Этот доклад основан на совместной работе с А.Кочеровой.

Мы будем изучать геометрические свойства двух полных наборов ортогональных проекторов ранга 1: $\{p_i\}_{i=1}^n$ и $\{q_j\}_{j=1}^n$, действующих в n-мерном комплексном пространстве V. Пусть X — многообразие, параметризующее пары наборов. Рассмотрим фактор $Y = X//\mathrm{GL}(V)$. Можно показать, что кольцо $\mathcal{O}(Y) = \mathcal{O}(X)^{\mathrm{GL(V)}}$ порождено функциями

$$\mathrm{Tr} p_{i_1} q_{j_1} \ldots p_{i_s} q_{j_s}, \quad s \leq n,$$

причем все коэффициенты i (а также j) различны. В нашем докладе мы расскажем про некоторые геометрические свойства многообразия Y.

Зафиксируем проекторы p_i диагональными и обозначим через T диагональный тор. Рассмотрим произведение (ко)присоединенных орбит $Z = \mathcal{O}(q_1) \times \cdots \times \mathcal{O}(q_n)$ проекторов ранга 1. Тогда есть хорошо-известное отображение моментов $\mu_1 \colon Z \to \mathfrak{gl}_n(\mathbb{C})$, определенное так:

$$(q_1, \ldots, q_n) \mapsto \sum_{i=1}^n q_i.$$

Несложно показать, что Y описать как фактор $\mu_1^{-1}(E)/\mathrm{GL}(V)$. Далее, есть естественное отображение моментов относительно действия T^n:

$$\mu_2 \colon Z \to \mathbb{C}^{n(n-1)},$$

определенное по формуле

$$\mu_2\colon (q_1,\ldots,q_n) \mapsto \mathrm{Tr}(p_i q_j)_{i=1,\ldots,n-1;j=1,\ldots,n}.$$

Отображение μ_2 можно определить на Y — получим отображение $\mu_2\colon Y \to \mathbb{C}^{(n-1)^2}$, заданное функциями $\mathrm{Tr} p_i q_j$. Данное отображение имеет хорошо известную "квантово-механическую" переформулировку: для этого надо рассмотреть комплексное пространство с эрмитовой метрикой, вместо проекторов можно рассмотреть эрмитовы проекторы. Тогда каждому набору соответствует своя наблюдаемая, а следам — вероятности перехода квантово-механической системы из одного состояния в другое. То есть отображение μ_2 это сопоставление квантовой системе из 2 наблюдаемых — вероятностей перехода.

Зафиксируем точку $Q = (q_1,\ldots,q_n) \in Y$ и обозначим $\mathfrak{t}_Q$ картановскую подалгебру, порожденную q_i. Методами симплектической геометрии можно показать, что для касательного пространства в фиксированной точке Q имеем изоморфизм

$$\mathrm{Ker}\, d\mu_2|_Q = [\mathfrak{t}, \mathfrak{t}_Q]^{\perp}/(\mathfrak{t}_Q + \mathfrak{t}),$$

здесь $\perp$ — взятие ортогонального дополнения относительно формы следа, а $\mathfrak{t}$ — диагональная картановская подалгебра.

Далее, рассмотрим другое описание набора проекторов: полный набор ортогональных проекторов задается набором из n точек в $\mathbb{P}^{n-1}$. Каждому проектору сопостовляется его образ, используя ортогональность получаем однозначное задание проекторов. Двум полным системама проекторов соответствует набор из $2n$ точек в $\mathbb{P}^{n-1}$. Рассмотрим пример $n = 3$. В этом случае многообразие, задающее 6 точек в $\mathbb{P}^2$ - многообразие Кобла $\mathcal{C}$ — естественная компактификация многообразия Y. А отображение μ_2 продолжается до двулистного накрытия $\mu_2\colon \mathcal{C} \to \mathbb{P}^4$. При этом с помощью описания ядра $\mathrm{Ker}\, d\mu_2$ в формуле получаем, что дивизор ветвления μ_2 характеризуется тем, что существует нетривиальное соотношение на коммутаторы проекторов: $\sum_{i,j=1}^{2} a_{ij}[p_i, q_j] = 0$. С другой стороны дивизор ветвления - квартика Игусы, параметризующее 6 точек на конике. Таким образом, можно сформулировать следующий результат:

Теорема. Пусть есть 2 тройки ортогональных проекторов $\{p_i\}$ и $\{q_j\}$ действующих в 3-мерном пространстве. Тогда существует нетривиальное соотношение $\sum_{i,j=1}^{2} a_{ij}[p_i, q_j] = 0$ тогда и только тогда, когда точки соответствующие образам проекторов лежат на конике.

Также, если останется время, я расскажу об обобщениях этого результата.

Ю. И. Зайцева. Горенштейновы алгебры и аддитивные действия на проективных гиперповерхностях

Аддитивным действием на алгебраическом многообразии называется эффективное регулярное действие коммутативной унипотентной линейной алгебраической группы с открытой орбитой. Другими словами, изучаются открытые эквивариантные вложения векторной группы в алгебраические многообразия. В работе (Brendan Hassett and Yuri Tschinkel. Geometry of equivariant compactifications of $\mathbb{G}_a^n$. Int. Math. Res. Not. IMRN 1999 (1999), no. 22, 1211–1230) Хассетт и Чинкель установили соответствие между коммутативными локальными артиновыми алгебрами с единицей и аддитивными действиями на проективных пространствах. Этот подход может быть применён к изучению аддитивных действий на проективных гиперповерхностях. Оказывается, что случай невырожденной гиперповерхности соответствует горенштейновым локальным алгебрам, и с помощью этой техники можно доказать несколько результатов об аддитивных действиях. В частности, доказано, что на невырожденных проективных гиперповерхностях существует не более одного аддитивного действия. Доклад основан на совместной работе с И.В.Аржанцевым (И.В.Аржанцев и Ю.И.Зайцева. Эквивариантные пополнения аффинных пространств. Успехи математических наук 77:4 (466) (2022), 3–90). Работа поддержана грантом РНФ 19-11-00172.

В. И. Звонилов. Вещественные алгебраические многообразия, гомологичные нулю в комплексификации

В 1978 г. Рохлин получил формулу для комплексных ориентаций неособой плоской вещественной алгебраической кривой чётной степени, разбивающей свою комплексификацию. Доклад посвящён распространнению формулы Рохлина на случай неособой нечётномерной проективной вещественной алгебраической гиперповерхности чётной степени, гомологичной нулю в комплексификации. Приведены примеры вещественных алгебраических многообразий любой размерности, гомологичных нулю в своей комплексификации.

М. В. Игнатьев. Автоморфизмы инд-многообразий обобщенных флагов

Мы изучаем бесконечномерные инд-многообразия обобщенных флагов в счетномерных комплексных пространствах. В классической конечномерной ситуации группа автоморфизмов многообразия флагов G/P — это «почти» группа G. Оказывается, что в бесконечномерной ситуации группа автоморфизмов инд-многообразия G/P ГОРАЗДО больше, чем группа G. А именно, это группа Макки некоторой пары векторных пространств с невырожденным спариванием. Кроме того, мы даем матричную интерпретацию этой группы автоморфизмов.

В. А. Кириченко. Многогранники Ньютона–Окунькова многообразий Ботта–Самельсона

Многообразия Ботта–Самельсона представляют собой разрешения особенностей многообразий Шуберта. Их можно построить индуктивно как башни проективных расслоений со слоем прямая. Я опишу выпукло-геометрические аналоги проективных расслоений со слоем прямая, которые позволяют индуктивно строить многогранники Ньютона–Окунькова. Примеры включают в себя классические многогранники Гроссберга–Каршон, а также новое семейство многогранников, обощающих многогранники Винберга–Литтельманна–Фейгина–Фурье.

Г. В. Коновалов. Производные Пуассоновы вырождения

Будет рассказано про то, как строить операды, котнролирующие вырожденные Пуассоновы алгебры, где под вырожденной Пуассоновой алгеброй подразумевается Пуассонова алгебра, ранг скобки которой ограничен сверху. В качестве приложения будет рассказано про построение производных Пуассоновых вырождений.

А. А. Кузнецова. Критерий регуляризуемости бирациональных автоморфизмов

Изучение свойств бирационального автоморфизма многообразия обычно начинается с поиска удобной бирациональной модели многообразия. В идеале желательно найти модель, на которой индуцирован регулярный автоморфизм. Однако достичь этого удается не всегда, если порядок автоморфизма бесконечен. Я опишу бирациональный автоморфизм проективного трехмерного пространства и сформулирую критерий, доказывающий, что этот автоморфизм не регуляризуется.

Е. С. Малыгина. Оптимальные кривые рода 3 и их приложения

В докладе речь пойдет об оптимальных кривых рода 3, определенных над конечными полями с дискриминантами -19, -43, -67, -163. Под оптимальной кривой понимается кривая, чье число рациональных точек удовлетворяет границе Хассе–Вейля–Серра. Поскольку на сегодняшний день не существует общего алгоритма построения кривых с большим числом рациональных точек над конечными полями (за исключением эллиптического и гиперэллиптического случаев), то весьма актуальным становится вопрос нахождения явных уравнений кривых и их практических приложений. Я расскажу о том, что оптимальные кривые рода три, расматриваемые над определенными конечными полями, представляют собой двойное накрытие эллиптической оптимальной кривой, они не являются гиперэллиптическими, а также о структуре их группы автоморфизмов. Существует два подхода для вывода уравнений таких кривых. Первый основан на построении явных базисов пространства Римана–Роха, которое ассоциировано с некоторым дивизором, кратным бесконечно удаленной точке кривой. Второй подход основан на использовании группы автоморфизмов кривой относительно базиса пространства Римана–Роха и его инвариантности. В обоих случаях используется теория функциональных полей рассматриваемых кривых. Также я расскажу о приложениях таких кривых в теории кодирования и криптографии.

П. С. Осипов. Специальные кэлеровы многообразия и алгбраические интегрируемые системы

Специальным кэлеровым многообразием называется кэлерово многообразия (M, I, g, ω) с плоской симплектической связностью ∇ такой, что g локально задаётся гессианом функции в ∇-плоских координатах. Пусть X комплексное симплектическое многообразие. Алгебраической интегрируемой системой называется голоморфное отображение $\pi : X \to M$, слои которого — лагранжевы абелевы многообразия. Я расскажу как связаны специальные кэлеровы многообразия и алгебраические интегрируемые системы: тотальное пространство алгебраическая интегрируемой системы имеет вид T^*M/Λ, где M — специальное кэлерово многообразие и Λ — решётка в T^*M.

На кокасательном расслоении к специальному кэлерову многообразия может быть построена гиперкэлерова структура. Как следствие, тотальное пространство алгебраической интегрируемой системы допускает гиперкэлерову структуру.

А.Б.Павлов. Расслоения Ульриха над кубикой Хессе и матрицы Мура

Для гладкой эллиптической кривой в канонической форме Хессе мы матричные факторизации расслоений Ульриха. Случай ранга один напрямую связан с матрицей Мура эллиптической кривой. Если время позволит мы обсудим связи с тета-функциями в случае эллиптической кривой над комплексными числами.

В. А. Петров. Алгебры Хопфа и мотивы однородных многообразий

Пусть G — расщепимая полупростая линейная алгебраическая группа над полем F, E — G-торсор над спектром F. Тогда каждому проективному многообразию с G-действием можно сопоставить его E-скрученную форму. Мы вводим некоторую алгебру Хопфа, ассоциированную с E и ориентированной теорией когомологий A (некоторую фактор-алгебру $A^*(G)$) и показываем, что она (ко)действует на реализации мотивов скрученных форм. Это дает сильные ограничения на возможный вид мотивных разложений таких многообразий. Мы демонстрируем это на примере маломерных квадрик и некоторых многообразий исключительного типа.

А. В. Петухов. Комбинаторика коприсоединённых орбит нильпотентых алгебр Ли

Пусть G — это комплексная простая группа Ли, N — её максимальная унипотентная подгруппа, $\mathfrak{n}$ — алгебра Ли N. Орбиты коприсоединённого действия $N : \mathfrak{n}^*$ активно изучаются вот уже более 50 лет в контексте метода орбит Кириллова, и их полное описание для всех типов сразу является дикой задачей (насколько мне известно, даже для довольно маленьких алгебр Ли, скажем, для F_4 ответ пока не найден). С другой стороны, для простых групп классических серий A, B, C, D имеется стратификация орбит Андре, разбивающая все орбиты на большие и довольно явно описанные классы; каждая страта (класс) в этой конструкции описывается расстановкой ладей.

В моём докладе я хотел показать как дополнить комбинаторику стратификации Андре до полной классификации коприсоединённых орбит $N : \mathfrak{n}^*$ в типах B_4, C_4, D_4, а так же как из схожих конструкций можно получить описание орбит максимальной и предмаксимальной размерности во всех классических типах (раннее этот результат был получен А. А. Кирилловым и А. Н. Пановым для типа A). Доклад основан на совместной работе с М. В. Игнатьевым, которую мы сейчас пишем.

А. В. Семенов. Геометрия симметрических пространств типа EVI

Для изучения алгебраических групп часто рассматриваются связанные с ней геометрические структуры с действием группы на них. Для анизотропных групп можно рассматривать замкнутые подгруппы, которые являются стабилизаторами некоторых инволюций. Соответствующие пространства называются симметрическими и являются классическими объектами изучения дифференциальной геометрии. Винбергом и Ацуямой независимо было посчитано число прямых, проходящих через две точки в общем положении в симметрических пространствах над базовым полем $\mathbb{R}$, после чего Ацуяма исследовал также вопрос специального положения двух точек и многообразия прямых, проходящих через них.

Мы обобщим этот результат на произвольное поле F характеристики нуль в случае пространства типа EVI, используя чисто алгебраические и алгебро-геометрические методы.

Для этого мы исследуем пространство $E7/(D6 + A1)$ над базовым полем F и используем следующую геометрическую реализацию: в качестве как точек, так и прямых мы используем множества подгрупп типа A_1 с индексом Дынкина, равным единице, в E_7, и мы будем использовать правило, что прямая B_1 инцидентна точке B_2 в том и только том случае, если они коммутируют. Тогда наш результат состоит в достижении полной классификации возможностей для множества прямых, проходящих через две точки, аналогичной классификации Ацуямы.

Д. А. Тимашев. О группе компонент вещественной алгебраической группы

Пусть G — связная алгебраическая группа, определённая над полем вещественных чисел $\mathbb{R}$. Множество её комплексных точек $G(\mathbb{C})$ есть связная комплексная группа Ли, а множество вещественных точек $G(\mathbb{R})$ — вещественная группа Ли, но уже не обязательно связная: в качестве контрпримера достаточно взять $GL_n(\mathbb{R})$. Оказывается, что группа компонент связности $\pi_0 G(\mathbb{R}) = G(\mathbb{R})/G(\mathbb{R})^\circ$ (где $\mathbb{G}(\mathbb{R})^\circ$ — связная компонента единицы) всегда будет элементарной абелевой 2-группой. Этот результат был впервые получен Х. Мацумото в 1964 г. для полупростых алгебраических групп. Обобщая и уточняя теорему Мацумото, мы явно вычислим группу $\pi_0 G(\mathbb{R})$ для произвольной (не обязательно линейной) связной алгебраической группы, основываясь на точной последовательности

$$1 \longrightarrow \pi_0 G(\mathbb{R}) \longrightarrow H^1(\mathbb{R}, \pi_1 G(\mathbb{C})) \longrightarrow H^1(\mathbb{R}, \widetilde{G}),$$

где $\pi_1 G(\mathbb{C})$ — фундаментальная группа, а $\widetilde{G}$ — универсальная накрывающая группы Ли $G(\mathbb{C})$, и $H^1(\mathbb{R}, -)$ обозначает множество первых когомологий группы Галуа $\mathrm{Gal}(\mathbb{C}/\mathbb{R})$ с коэффициентами в данной группе. Ответ выглядит особенно наглядно в случаях, когда G — линейная алгебраическая группа или абелево многообразие.

С. В. Феклистов. Голоморфное продолжение в голоморфных расслоениях с $(1,0)$-компактифицируемым слоем

Спектральная последовательность Лере позволяет получить утверждение об обращении в нуль групп когомологий с компактными носителями пучка голоморфных функций на пространстве голоморфного расслоения. Одним из приложений является результат об устранении компактных особенностей голоморфных функций в пространстве голоморфного расслоения с некомпактным слоем, имеющим один топологический конец и допускающий компактификацию с нулевой иррегулярностью.

А. В. Фонарёв. Обобщенная гипотеза Дубровина

Известная гипотеза, принадлежащая Борису Анатольевичу Дубровину, устанавливает связь между симплектической и алгебраической геометрией проективного многообразия. А именно, предлагает необходимые и достаточные условия полупростоты в общей точке больших квантовых когомологий в терминах строения производной категории когерентных пучков. В докладе будет рассказано об обобщении гипотезы Дубровина, предложенным Александром Кузнецовым и Максимом Смирновым, которое имеет дело с малыми квантовыми когомологиями, и разобраны примеры, в которых данную гипотезу удается проверить.

А. А. Шевченко. Касательные конусы к аффинным многообразиям Шуберта

Пусть G — комплексная редуктивная алгебраическая группа, B — её борелевская подгруппа, G/B — многообразие флагов. Будем рассматривать касательные конусы к многообразиям Шуберта в точке $p = eB$. В 2011 году А. Н. Панов выдвинул гипотезу, что для инволюций в группе Вейля касательные конусы различны как подсхемы в касательном пространстве к G/B в точке p. Легко показать, что гипотезу достаточно проверить для групп Вейля, соответствующих неприводимым системам корней. На данный момент она доказана для типов A_n, B_n, C_n, F_4, G_2, а так же для части инволюций в оставшихся типах. В докладе будет обсуждаться расширение этой гипотезы на аффинные группы Каца-Муди. А точнее, следующая ситуация. Пусть W — группа Вейля типа $\widetilde{A_n}$, $\widetilde{G}$ — соответствующая ей группа Каца-Муди, $\widetilde{B}$ — её борелевская подгруппа, $\widetilde{G}/\widetilde{B}$ — многообразие флагов. Аналогично редуктивному случаю определяются аффинные многообразия Шуберта и можно сформулировать такую же гипотезу.