

Вторая конференция Математических центров России

Секция «Прикладная математика и математическое моделирование»

7–11 ноября 2022, Москва

А. А. Алиханов. Устойчивость и сходимость разностных схем второго порядка аппроксимации для диффузионно-волновых уравнений

На базе дискретного аналога дробной производной Капуто построены разностные схемы второго порядка аппроксимации начально-краевых задач для диффузионно-волнового уравнения дробного порядка по времени. Методом энергетических неравенств получены априорные оценки решений как дифференциальных так и для разностных задач. Доклады о устойчивости и сходимости предложенных разностных схем. Проведены расчеты тестовых задач подтверждающие эффективность разработанных алгоритмов.

А. Б. Богатырев. Математические задачи синтеза многополосных фильтров

Разработка современных электронных устройств часто приводит к содержательным математическим постановкам. Будут рассмотрены две задачи, традиционно возникающие при синтезе многополосных электрических фильтров: (1) задача аппроксимации, т.е. нахождение амплитудно-частотной характеристики нужной спецификации и (2) задача реализации – синтез архитектуры и нахождение значений структурных элементов прибора, реализующего эту характеристику. Обе проблемы привлекали внимание ведущих математиков своего времени.

П. Н. Вабищевич. Численное решение нестационарных задач с памятью

Рассматриваются вопросы численного решения задачи Коши для эволюционного уравнения с памятью, когда ядро интегрального члена является разностным. Рассматриваемая нелокальная задача преобразуется в локальную, при этом решается слабо связанная система уравнений с дополнительными обыкновенными дифференциальными уравнениями. Данный подход основан на аппроксимации разностного ядра суммой экспонент.

Ю. В. Василевский. Математические технологии и модели в задачах медицины

В докладе будут рассмотрены классы медицинских задач, поставленных математикам, а также примеры математических моделей, востребованных в двух клинических приложениях. Первое приложение – коррекция врожденных пороков сердца – требует построения персонализированной модели кровообращения Фонтена с полным кавапульмональным соединением (ПКПС), при котором правое сердце изолируется. Двухмасштабная модель объединяет квази-одномерную гемодинамическую модель в сети сосудов и трехмерную модель кровотока в ПКПС, при этом использует данные компьютерной и магнитно-резонансной томографий. Второе приложение – реконструкция аортального клапана – требует построения персонализированной модели закрытого аортального клапана, в котором патологически измененные створки заменены на створки, вырезанные из обработанного перикарда пациента (операция Озаки).

С. А. Герасимова. Математические и физические модели динамических мемри- стивных нейросистем

Благодаря прогрессу в таких областях науки, как твердотельная микроэлектроника, молекулярная биология, нелинейная динамика применительно к нейронаукам стала возможна разработка, прототипирование и исследование живых нейронных систем, сопряженных с искусственными динамическими системами, а также с устройствами стимуляции и контроля нейронной активности. В этой работе представлено несколько физических и математических моделей нейроноподобных и нейрогибридных систем на базе мемри- стивного устройства. Простейшая система состоит из математической модели ФитцХью-Нагумо и её электрической схемы и мемри- стивного устройства типа «металл-оксид- металл». Было исследовано, что изменение амплитуды сигнала ведущего генератора приводит к переключению мемри- стивного устройства благодаря внутренней настройке параметров мемри- стивного устройства. Это обеспечивает адаптивную модуляцию нейроноподобных сигналов ведомого генератора в системе сопряженных аналоговых нейронов. Отметим, что при изучении взаимной связи нейроноподобных генераторов через мемри- стивное устройство, был получен хаотический режим. На базе полученных данных была разработана и протестирована нейрогибридная система, которую мы определяем как комбинацию искусственного нейрона ФитцХью-Нагумо и клеток среза гиппокампа мозга крысы в замкнутом контуре. Разработанная замкнутая система может быть использована для повышения гибкости нейронных связей при решении нейропротезных задач.

М. А. Гузев. Построение неевклидовых моделей сплошной среды

Показано, что классическая модель упругой сплошной среды содержит «скрытые» параметры, характеризующие неевклидову геометрическую структуру внутренних взаимодействий частиц среды между собой: тензор Римана, тензор кручения и тензор неметричности. Предлагаются различные схемы конструирования неевклидовых моделей сплошной среды, в которых «скрытые» параметры являются дополнительным набором переменных для внутренней энергии. В качестве приложения теории рассматривается построение решений для неевклидовой модели в случае плоско-деформированного состояния сплошной среды, для исследования которого применяется метод функции напряжений Эйри. Показано, что функция напряжений неевклидовой модели удовлетворяет неоднородному бигармоническому уравнению, правая часть которого совпадает со скалярной кривизной. При этом внутренние напряжения складываются из классического поля упругих напряжений и неевклидова поля напряжений, определяемого через скалярную кривизну. Теоретические результаты работы использованы для анализа различных экспериментальных данных и выбора феноменологических параметров неевклидовой модели и исследуемого материала.

Е. А. Данилкин. Исследование влияния геометрии несимметричного уличного каньона на структуру течения и концентрацию примеси

Базовым элементом архитектуры современного города является уличный каньон, поэтому он часто выступает в качестве объекта экологических исследований посвященных, как изучению распространения вредных выбросов в городских кварталах, так и микроклимата города в целом. В рамках данной работы усилия были сосредоточены на проведении параметрических расчетов с использованием, разработанного в Томском государственном университете,

программного комплекса M2U и выявлении неблагоприятных сценариев проветривания уличного каньона.

Математическая модель, реализованная в программном комплексе M2U, включает в себя осредненные по Рейнольдсу уравнения неразрывности, Навье-Стокса и переноса при меси. Замыкание системы уравнений проводится с использованием градиентно-диффузионной гипотезы Буссинеска и двухпараметрической k - ϵ модели. При дискретизации применяется метод конечного объема, неравномерные структурированные сетки и метод фиктивных областей.

Выполнено исследование влияния различной высоты зданий, образующих уличный каньон, на концентрацию примеси в каньоне и зоне дыхания. При выполнении расчетов выбиралась постоянная высота основного (более высокого) здания, например 40 метров, а высота второго здания уменьшалась от высоты основного здания до нуля с шагом 10 метров. В результате исследования для каждого рассмотренного варианта собраны и проанализированы следующие данные: максимальная концентрация в каньоне, минимальная концентрация в каньоне и зоне дыхания, средняя концентрация в каньоне и зоне дыхания.

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (соглашение № 075-02-2022-884).

Ю. А. Дорофеева. Динамика мнений в социальных сообществах (на основе нормального распределения)

В докладе будет представлена новая модель динамики мнений в социальных сообществах, основанная на нормальном распределении. Коллектив участников взаимодействует с учетом порога "доверия". Влияние на отдельно взятого агента оказывают только те участники, мнение которых расходится с его собственным на заданную величину.

Рассматриваются основные вопросы взаимодействия агентов: достижение консенсуса в сообществе, поляризация мнений и т.д.

Один из участников коллектива, являясь лидером, приводит мнения остальных к пороговому значению. В связи с этим, решается вопрос оптимального управления для данной закономерности.

Приведены результаты численного моделирования, наглядно иллюстрирующих различные сценарии взаимодействия в отдельно взятом коллективе.

С. И. Кабанихин, М. А. Шишленин, Н. С. Новиков. Дискретная регуляризация нелинейных некорректных задач

Рассматриваются два метода регуляризации нелинейных некорректных задач - дискретизация и сведение к линейным задачам. Первый метод (дискретизация) обоснован для широкого круга задач (прямых и обратных), которые могут быть сведены к нелинейным операторным уравнениям Вольтерра с ограничено липшиц-непрерывным ядром. К этим задачам относятся прямые и обратные задачи для квазилинейных гиперболических уравнений и систем. Второй метод — сведение дискретной нелинейной задачи к системе линейных алгебраических уравнений — является распространением известного метода обратной задачи рассеяния на многомерные задачи. В качестве примеров рассмотрены нелинейное уравнение Шредингера и многомерная обратная задача акустики.

А. О. Кондюков. Анализ систем Осколкова в магнитогидродинамике

Рассмотрены системы, которые моделируют поток несжимаемой вязкоупругой жидкости Кельвина-Фойгта различных порядков в магнитном поле Земли. Надо заметить, что указанные системы обобщают систему, приведенную Хенри Д. (Хенри Д. Геометрическая теория полулинейных параболических уравнений. М., 1985.), исследованную Хайдом Р. (Hide R. On planetary atmospheres and interiors // Mathematical Problems in the Geophysical Sciences. 1 / Ed. Reid W.H. Am. Math. Soc. Providence R.I., 1971.).

Для рассматриваемых систем, исследуются первые начально-краевые задачи. Такие задачи входят в круг исследований моделей сред Кельвина-Фойгта, которые начал в своих работах А.П. Осколков (например, А.П. Осколков, Начально-краевые задачи для уравнений движения жидкостей Кельвина-Фойгта и Олдройта // Тр. Мат. ин-та АН СССР. 1988. Т. 179. С. 126–164.). Указанные задачи, исследуются с помощью теории полулинейных уравнений соболевского типа (Свиридюк Г.А., Сукачева Т.Г. Задача Коши для одного класса полулинейных уравнений типа Соболева // Сиб. мат. журн. 1990. Т. 31. № 5. С. 109–119.).

Доклад можно разделить на две части. В первой части доклада излагается абстрактная задача Коши для полулинейного автономного уравнения соболевского типа. Во второй части доклада будет рассмотрена первая начально-краевая задача для несжимаемой вязкоупругой жидкости Кельвина-Фойгта высшего порядка в магнитном поле Земли, которая рассматривается как конкретная интерпретация абстрактной задачи, будет описано фазовое пространство и получена теорема существования и единственности решения для соответствующих начально-краевых задач.

О. И. Криворотько. Математическое моделирование распространения COVID-19 в регионах РФ: идентифицируемость, регуляризация и программный комплекс

В работе построена и проанализирована комплексная математическая модель распространения COVID-19 в регионах Российской Федерации (Новосибирская, Омская области, Алтайский край, Санкт-Петербург) с учетом административных и фармацевтических мер, основанная на комбинации SEIR-HCD и агентных моделях. Параметры моделей, характеризующие особенности распространения инфекции в конкретном регионе, как правило, неизвестны, что приводит к необходимости решать совмещенные обратные задачи.

Проведен анализ чувствительности параметров моделей к данным обратной задачи (количество ежедневных ПЦР-тестов, выявленных и умерших в результате COVID-19 случаев), с помощью которого уменьшены границы изменения неизвестных параметров. Адаптированы алгоритмы решения обратных задач эпидемиологии: стохастическая оптимизация, природоподобные алгоритмы (генетический, дифференциальной эволюции, роя частиц), методы усвоения, анализа больших данных и машинного обучения. Создан программный комплекс для анализа и расчета сценариев развития эпидемиологической ситуации в Новосибирской области на 45 дней вперед с учетом ограничительных мер, вакцинации и влияния пассажиропотоков.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект 18-71-10044-П).

Е. А. Крупенников. О решении обратных задач теории управления с помощью гамильтоновых конструкций

Доклад посвящен решению задачи динамической реконструкции неизвестного управления и порожденной им траектории динамической системы по неточным дискретным замерам реализованного наблюдаемого движения.

Рассматриваются детерминированные динамические системы, аффинные по управлению. Значения допустимых управлений ограничены известным компактом. Вводится понятие допустимых обобщенных управлений со значениями из множества регулярных вероятностных борелевских мер на выпуклой оболочке, натянутой на этот компакт. Введение обобщенных управлений позволяет восстанавливать управления со скользящим режимом.

Предлагается новый подход к решению задачи динамической реконструкции. Особенность подхода — использование гамильтоновых конструкций из вспомогательных задач на поиск стационарных точек выпукло-вогнутых функционалов.

Предложен численный алгоритм решения задачи динамической реконструкции, сходимость которого обоснована при условии выполнения определенных условий согласования параметров аппроксимации. Эффективность алгоритма обеспечивается сведением задачи динамической реконструкции к интегрированию линейных ОДУ.

И. М. Куликов. Использование кусочно-параболической реконструкции физических переменных для уменьшения диссипации метода Годунова

Будет представлен одна модификация метода Годунова на основе кусочно-параболической реконструкции физических переменных для уменьшения диссипации численного решения. Полученный численный метод был подробно верифицирован на классических гидродинамических тестах. Проведено исследование порядка точности численного метода на воспроизведении разрывных и дифференцируемых решениях. Исследована эффективность параллельной реализации численного метода. В дополнении, производительность метода продемонстрирована на модельной задаче о многослойном взрыве термоядерной сверхновой.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект 18-11-00044).

Г. Г. Лазарева. Математическое моделирование переноса вещества в спиральном магнитном поле в установке СМОЛА

В качестве удерживающего устройства выступают магнитные ловушки, в которых формируется самоподдерживающаяся конфигурация плазмы и магнитного поля, способные существовать какое-то время, достаточно длительного по масштабам плазменных процессов. Открытые магнитные системы для удержания плазмы рассматриваются в качестве возможных конфигураций для термоядерного реактора с первых дней исследований термоядерного синтеза. Достигнут большой прогресс в понимании физики открытых магнитных конфигураций и достигнутых параметров плазмы. Установка Спиральная Магнитная Открытая Ловушка (СМОЛА) разработана и построена в 2017 году в Институте ядерной физики СО РАН им. Будкера. Экспериментально доказана возможность удержания за счет спирального магнитного поля. Новая математическая модель переноса вещества в винтовом магнитном поле построена на основе уравнений из Беклемишева А.Д. и параметров установки СМОЛА. В докладе представлены результаты развития математической модели удержания плазмы в спиральном магнитном поле. Полученное расчетное распределение плотности в поперечном

сечении сопоставлено с экспериментальными данными. Цель математического моделирования состоит в нахождении оптимальных параметров удержания и в дальнейшем в определении основных масштабов эффективности этого процесса.

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (мегагрант соглашение № 075-15-2022-1115).

В. Л. Литвинов. Поперечные колебания консоли переменной длины, лежащей на упругом основании

Одномерные колебательные системы, границы которых движутся, широко распространены в технике: изгибные колебания валов, балок и стержней с подвижными закреплениями. Возникновение колебаний большой амплитуды в указанных объектах часто бывает недопустимым, поэтому на первом плане здесь стоит анализ резонансных свойств. Результатами такого анализа могут стать: повышение надежности работы технических объектов с переменными во времени границами, повышение точности расчетов конструкций на динамическую прочность. Наличие движущихся границ вызывает значительные затруднения при описании таких систем. Точные методы решения ограничены волновым уравнением и сравнительно простыми граничными условиями. Из приближенных методов наиболее эффективен метод Канторовича-Галеркина, который позволяет учитывать действие на систему сил сопротивления среды, изгибную жесткость, вязкоупругие свойства колеблющегося объекта, а также жесткость подложки. Используя метод Канторовича-Галеркина находится приближенное решение задачи о поперечных колебаниях консоли с движущейся границей, лежащей на упругом основании. Приводятся результаты, полученные для амплитуды колебаний, соответствующих n -ной динамической моде. Исследуется явление установившегося резонанса и прохождения через резонанс. Решение получено для наиболее распространенного на практике случая, когда внешние возмущения действуют на движущейся границе.

А. А. Ломов. Устойчивость вычислительных решений в обратных задачах идентификации коэффициентов линейных разностных уравнений.

Обсуждаются известные и новые результаты по условиям сходимости вычислительных алгоритмов в обратных вариационных задачах типа Прони идентификации коэффициентов разностных уравнений в малую окрестность глобального минимума целевой функции.

Приводятся теоретические оценки локальной устойчивости точек минимума вариационной целевой функции к возмущениям в наблюдениях в сравнении с результатами вычислительных экспериментов; отмечается жесткость (вплоть до практической неприменимости) условий известных теорем с гарантированными оценками устойчивости.

Предлагаются к обсуждению простые примеры наличия областей глобальной неустойчивости идентификации коэффициентов разностного уравнения при «больших» возмущениях в наблюдениях. Близость наблюдений к области глобальной неустойчивости в этих примерах не обнаруживается локальными функциями чувствительности.

А. В. Неверов. Численное решение одной обратной задачи для модели игры среднего поля

Рассматривается задача восстановления Гамильтониана в модели игры среднего поля (ИСП) по заданному распределению плотности вероятности большого числа однородных иг-

роков в дифференциальной игре под действием внешнего управления за некоторый промежуток времени. Задача сводится к решению системы двух уравнений в частных производных, причем одно из которых решается в прямом времени (Колмогорова-Фоккера-Планка), а второе (Гамильтона-Якоби-Беллмана) – в обратном. В предположении выпуклости функции стоимости управления необходимо определить коэффициенты функции стоимости, описываемая гамильтонианом.

Разработан численный алгоритм решения прямой задачи игры среднего поля на основе метода коллокаций, позволяющего решать получаемую систему уравнений во всей рас четной области одновременно в прямом и обратном времени. Разработан алгоритм решения обратной задачи на основе минимизации целевого функционала в смысле наименьших квадратов, выражающего разницу между измерениями заданной и моделируемой плотностью распределения игроков при полученных приближениях параметров. Алгоритм основан на применении метода градиентного спуска, в котором получено выражение градиента, связанное с решением сопряженной задачи к модели ИСП. Приведены результаты численных расчетов для простейшей SIR модели, описывающей распространение инфекционного заболевания в популяции.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект 18-71-10044-П).

А. Н. Нуриев. Асимптотическая теория машущего крыла. Оценка эффективности движения

В работе рассматривается движение круглого цилиндрического крыла, совершающего поперечно-вращательные колебания, в вязкой несжимаемой жидкости. Для описания гидродинамики крыла используется уравнение Навье-Стокса. Решение задачи строится с помощью метода асимптотических разложений по малому параметру, в качестве которого выбирается безразмерная амплитуда колебаний. Ограничений на частоту колебаний при этом не налагается. Исследуется случай движения крыла с крейсерской скоростью, в условиях нулевой средней силы, действующей за период колебаний. Крейсерская скорость при этом определяется из решения задачи. По результатам исследования аналитически определено два первых члена разложения решения: первый член описывает первичные нестационарные потоки, формирующиеся в результате колебаний, второй – стационарное (вторичное) течение, образующееся в результате нелинейного взаимодействия временных гармоник. Показано, что именно в результате взаимодействия временных гармоник вращательного и поступательного колебаний появляется ненулевая средняя скорость движения. Представлены точные и приближенные формулы для расчета крейсерской скорости в зависимости от параметров колебания. В заключении работы проведена апробация результатов с помощью прямого численного моделирования, которая подтвердила широкий диапазон применимости теории. Полученные результаты показывают, что крейсерская скорость цилиндрического крыла в оптимальных режимах движения сопоставима со скоростью поперечных колебаний, кроме того рассматриваемый тип движителя имеет высокую эффективность по относительным энергозатратам в диапазоне чисел Ренольдса $Re \sim 10^2 - 10^3$.

В. М. Садовский. Математическое моделирование неустойчивого состояния жидкого кристалла в неоднородном электрическом поле

Моделируется эффект переориентации молекул в протяженном жидкокристаллическом

слое, находящемся в неоднородном электрическом поле конденсатора с короткими периодически расположенными обкладками. Определяющие уравнения модели представляют собой нелинейные вариационные уравнения Эйлера для электрического потенциала и угла ориентации молекул в задаче минимизации функционала потенциальной энергии. Для численного решения уравнений построена вариационно-разностная схема, алгоритмическая реализация которой основана на методе прямых и итерационном процессе, на каждом шаге которого строится решение уравнения Пуассона с помощью быстрого преобразования Фурье.

Программная реализация алгоритма выполнена по технологии CUDA для вычислительных систем с графическими ускорителями. Алгоритм и программа верифицированы на точном решении задачи для однородного электрического поля с постоянным начальным углом ориентации молекул жидкого кристалла. В серии расчетов получены результаты, имитирующие процесс образования больших доменов ориентированных молекул (роев) при потере устойчивости равновесия центров.

Работа поддержана Красноярским математическим центром, финансируемым Минобрнауки РФ в рамках мероприятий по созданию и развитию региональных НОМЦ (Соглашение 07 5-02-2022-873).

П. С. Сурнин. Определение параметров математической модели иммунного ответа на ВИЧ-инфекцию

Вирус иммунодефицита человека (ВИЧ) остается одной из основных проблем глобального общественного здравоохранения. ВИЧ поражает иммунную систему и ослабляет защиту от многих инфекций и некоторых типов рака, с которыми может справиться иммунитет здорового человека. Не существует метода, позволяющего вылечить ВИЧ-инфекцию. Однако благодаря расширению доступа к эффективным средствам профилактики, диагностики и лечения ВИЧ и оппортунистических инфекций, а также ухода за пациентами, ВИЧ-инфекция перешла в категорию поддающихся терапии хронических заболеваний. Для предупреждения наихудшего сценария прогрессирования инфекции применяется математическое моделирование. Для описания патогенеза ВИЧ-инфекции сформулирована система обыкновенных дифференциальных уравнений. Модель состоит из восьми уравнений, описывающих четыре состояния $CD4^+$ Т-клеток и два вида $CD8^+$ Т-клеток, которые относятся к клеточному иммунитету человека. Особенность данной модели в том, что $CD4^+$ клетки служат основным резервуаром латентно инфицированных клеток. Вирусная нагрузка на организм человека суммируется из воздействия инфекционного и неинфекционного свободного вируса. Для описанной математической модели приведено решение задачи Коши вычислительными методами, а также проведен анализ идентифицируемости и анализ чувствительности от входных данных для параметров. Поставлена и решена обратная задача оптимизационными методами.

А. Е. Суроегина. Анализ и прогнозирование COVID-19

11 марта 2020 года Всемирная организация здравоохранения объявила, что болезнь COVID-19 переросла в глобальную и теперь является одним из важных объектов прогноза, поскольку почти все на планете испытали на себе тяжесть ее воздействия на организм. Целью настоящей работы является анализ и прогнозирование динамики развития COVID-19

с помощью логистического уравнения и модели Гомперца со сдвигом. Данные о заболеваемости коронави россом в России взяты с сайта Всемирной организации здравоохранения. По скользящим данным за пять дней были построены аппроксимации данных моделей, которые позво ляют сделать прогноз на несколько дней вперед. Обе модели с хорошей точностью приближаются к действительным показателям.

А. А. Сущенко. Анализ обратных задач акустического зондирования

Рассмотрены теоретические результаты о корректности начально-краевых задач для уравнения переноса излучения с обобщенными условиями сопряжения на границах раздела сред. Доказаны теоремы о существовании, единственности и стабилизации решения начально-краевой задачи с обобщенными условиями сопряжения на границе раздела в ограниченных и неограниченных областях. Построена модель импульсного зондирования морского дна гидролокатором бокового обзора и решены обратные задачи, заключающиеся в определении коэффициента донного рассеяния и функции, описывающей малые отклонения донной поверхности от некоторого среднего уровня. Разработан и апробирован на реальных данных ГБО алгоритм фильтрации объемного рассеяния в океанической среде.

Е. Е. Тыртышников. Известные и неизвестные свойства тензорных рангов

Канонические тензорные разложения — это пример алгебраической реализации идеи разделения переменных. Они являются классическим объектом теоретической математики и в то же время имеют много очень полезных приложений. Их свойства в d -мерном случае при $d \geq 3$ существенно отличаются от матричного случая $d = 2$. Одно из радикальных отличий связано с понятием граничного ранга, которое отсутствует в матричном случае. Мы рассмотрим некоторые открытые вопросы, связанные с этим понятием, в том числе вопрос о незамкнутости ранговых множеств. Для прояснения этого вопроса предлагается гипотеза об увеличении ранга любого тензора, ранг которого меньше главного ранга, с помощью прибавления какого-то тензора ранга один. Доказывается теорема о справедливости этой гипотезы почти всюду.

С. П. Царев. Методы sparse recovery для обнаружения скачков в фазовых изменениях навигационных приемников

Доклад основан на совместной работе с А. С. Пустошиловым. В докладе дается обзор разработанных авторами новых методов нахождения малых разрывов сильно зашумленных измерительных данных, основанных на методах Sparse recovery. Показано, что по сравнению с ранее применявшимися методами вероятность обнаружения разрыва (как частный случай решения “задачи о разладке” временного ряда) новые метода позволяют с высокой вероятностью обнаруживать разрывы, по величине меньшие, чем уровень шума в данных.

О. Ю. Цидулко. О задаче размещения с дополнительными ограничениями на графах древесного вида.

В классической сетевой задаче размещения (Facility Location Problem, FLP) требуется разместить предприятия в вершинах заданного графа сети так, чтобы с минимальными затратами на открытие предприятий и транспортировку продукта одновременно удовлетворить спросы всех клиентов, находящихся в вершинах сети. Естественным обобщением классической задачи являются задачи с дополнительными ограничениями на объемы производства

предприятий (Capacitated FLP, CFLP), а также с ограничениями на пропускные способности коммуникаций сети (Restricted FLP, RFLP). В докладе рассматриваются задачи RFLP и однородная CFLP на простейших типах графов таких как к пути, звезды, деревья, графы с ограниченной древовидной шириной. Приводятся недавние результаты, полученные совместно с соавторами, по уточнению сложностного статуса и построению точных полиномиальных (и даже линейных), а также псевдополиномиальных алгоритмов решения для частных случаев рассматриваемых задач.

А. С. Челнокова. Классические и квантовые модели проницаемости нанопористых структур

Задача газоразделения и выделения определенных компонент из смеси актуальна для химической и добывающей отраслей промышленности. С развитием вычислительных мощностей компьютеров развиваются методы молекулярной динамики, в том числе применительно к задачам фильтрации и очистки газа и жидкостей с использованием функциональных мембран.

В качестве материала для мембран можно рассматривать графеноподобные структуры – более тонкие мембраны, как правило, обладают более высокой селективностью. В последние годы появилась возможность получать графеноподобные материалы с регулярными порами. Однако составные мембраны из крупных наночастиц – фуллеренов и нанотрубок также представляют интерес, ввиду наличия вращательных степеней свободы этих частиц.

В докладе будут представлены результаты исследования по моделированию взаимодействия газовых компонент с молекулами нанопористых мембран. Получены численные результаты по микросостояниям системы из атомов/молекул газа и атомов/молекул мембраны. Рассчитаны проницаемости нанопористых структур кристаллов фуллерита C_{60} и C_{36} , плотной укладки закрытых углеродных нанотрубок, гибридных структур из закрытых нанотрубок и графенов, слоев графена и нитрида бора. Построена модель определения поворотов неизменяемой молекулярной конструкции.

В. В. Черник, П. О. Буклемишев. Численное решение двумерной задачи с подвижной границей и условиями типа Хеле-Шоу для моделирования активного движения клетки.

Механизм подвижности живых клеток является предметом исследования для широкого круга учёных. Сегодня биологи, физики и математики ищут новые инструменты для моделирования этого процесса. В данной работе представлена простая двумерная модель клетки со свободными границами, движущейся по однородной и изотропной поверхности. В ней описывается динамика сложной актомиозиновой жидкости, свойства которой влияют на динамику границ и подвижность клетки. Система уравнений в частных производных в области со свободной границей содержит нелокальный член. Закон Дарси описывает поток актомиозиновой жидкости, а распределение миозина в клетке изменяется в соответствии с уравнением адвекции-диффузии. Граничные условия написаны в предположении, что растяжение клеточной мембраны описывается уравнением Юнга-Лапласа. Также присутствуют условие непрерывности нормальной составляющей скорости жидкости на границе и условие

непротекания.

$$\begin{cases} \Delta\varphi = \zeta\varphi - Q(m) \\ \frac{\partial m}{\partial t} + \nabla(m\nabla\varphi) = \Delta m \\ \zeta\varphi = \gamma\kappa + p_{eff}(|\Omega(t)|) \\ V_\nu = \partial\varphi \\ \partial_\nu m = 0 \end{cases}$$

Для получения приближенного решения задача была сведена к краевой задаче со смешанными условиями на постоянной границе, разработана специальная разностная схема второго порядка точности и реализована в виде программного модуля на языке Python. Получены устойчивые решения, в том числе сходящиеся к некоторым аналитическим с вторым порядком точности.

Е. В. Чижонков. О двух моделях для плазменных колебаний: постановки задач и численный анализ

Рассматривается возбуждение плазменных колебаний с помощью короткого мощного лазерного импульса. Физический процесс моделируется на основе двух подходов: кинетического и гидродинамического. Начальные условия выбираются для их максимально возможного согласования. Уравнения Власова – Максвелла численно решаются двумя идейно различными алгоритмами; аналогичным образом получают приближенные решения гидродинамических уравнений. Целью исследований является установление сходства и различия моделей в рамках рассматриваемой задачи. Особое внимание уделяется температурным эффектам.

М. А. Шишленин, С. И. Кабанихин, Н. С. Новиков. Цифровой двойник электроакустического томографа

В работе представлена математическая модель электроакустической томографии на основе законов сохранения, которая не только описывает такие эффекты, как дифракция, преломление, реакция и акустическое поглощение неоднородных сред на физическом уровне, но и позволяет моделировать диаграммы направленности источников и приемников. Гиперболическая система первого порядка позволяет нам предложить более реалистичную модель с физической точки зрения. Эти уравнения получены непосредственно из законов сохранения механики сплошных сред, что позволяет нам контролировать сохранение основных инвариантов при решении прямых и обратных задач, что является важным при решении неустойчивых задач, так как законы сохранения основных инвариантов являются критерием правильности решения.

Исследована математическая модель распространения волн в однородных и гетерогенных областях с неотражающими граничными условиями.

Разработан метод решения коэффициентной обратной задачи восстановления основных электромагнитных и акустических параметров среды по дополнительной информации о давлении, измеряемом на границе исследуемой среды. Обратная задача сводится к минимизации целевого функционала, которая решается методом градиентного спуска. Приведены результаты численных расчетов. Проведен сравнительный анализ двух подходов для вычисления градиента функционала.

Работа выполнена при поддержке проекта РНФ 19-11-00154.

К. А. Шишмарев, Т. И. Хабахпашева, А. А. Коробкин. Исследование напряженно-деформированного состояния ледового покрова в замороженном канале

Рассматриваются гидроупругие волны, распространяющиеся вдоль замороженного канала. Канал имеет прямоугольное сечение и заполнен жидкостью. Жидкость покрыта тонким ледовым покровом. Изучается два класса задач: реакция льда на движение внешней нагрузки и исследование характеристик периодических гидроупругих волн, распространяющихся вдоль канала с постоянной скоростью. Задачи об определении прогибов льда и максимальных деформаций в ледовом покрове формулируются в рамках линейной теории гидроупругости. Жидкость невязкая и несжимаемая. Ледовый покров моделируется тонкой упругой или вязкоупругой пластиной в рамках теории Кельвина–Фойгта. Течение, вызванное прогибами пластины, считается потенциальным. Рассматривается лед, примороженный к стенкам канала. Внешняя нагрузка движется вдоль канала с постоянной скоростью и моделируется гладким локализованным пятном давления, движущимся по верхней поверхности ледового покрова, или подводным телом, моделируемым трехмерным диполем с использованием метода зеркальных отображений. Задача решается с помощью преобразования Фурье вдоль канала и разложением профиля колебаний льда поперек канала на нормальные моды колебаний упругой балки. Последним результатом является разработанный метод построения нормальных мод с учетом произвольной толщины льда поперек канала. Область по ширине канала разбивается на малые отрезки, на которых профиль толщины ледовой пластины аппроксимируется линейными функциями. На каждом отрезке определяются функции, описывающие профиль волн поперек канала. Полученные моды построены таким образом, что прогибы льда, наклон, моменты и перерезывающие силы непрерывны вдоль всей ширины канала. В докладе приводятся эти и другие результаты исследования рассмотренной задачи.

Работа авторов поддержана проектом РФФИ СТ_а 20-58-46009 "Нагрузки на инженерные сооружения в морском льду". Работа Шишмарева К.А. поддержана государственным заданием Министерства науки и высшего образования РФ по теме "Современные методы гидродинамики для задач природопользования, промышленных систем и полярной механики" (номер темы: FZMW-2020-0008).