

**Вторая конференция Математических центров России**  
**Секция «Математическая физика и спектральная теория»**

7–11 ноября 2022, Москва

**Г. А. Агафонкин. Восстановление оператора Шрёдингера с сингулярным потенциалом на полупрямой по наперёд заданному существенному спектру**

**В. Е. Бобков. Об эллиптических уравнениях с субоднородной нелинейностью неопределённого знака**

Мы обсудим вопросы существования и множественности, а также некоторые качественные свойства неотрицательных решений нулевой задачи Дирихле для квазилинейного параметрического уравнения  $-\Delta_p u - \lambda|u|^{p-2}u = a(x)|u|^{q-2}u$  в ограниченной области, где  $1 < q < p$  и функция  $a$  знакопеременна. Отличительной особенностью данной задачи является тот факт, что неотрицательные решения не обязаны удовлетворять строгому принципу максимума. Как следствие, множество решений имеет, вообще говоря, богатую структуру. Мы покажем, что для некоторых  $p \neq 2$  наблюдаются нетривиальные эффекты, которые невозможны в линейном случае.

**Н. П. Бондаренко. Обратные задачи для дифференциальных операторов высших порядков с коэффициентами-распределениями**

Доклад посвящен обратным задачам спектрального анализа для дифференциальных операторов порядка  $n > 2$  с коэффициентами-распределениями (обобщенными функциями). Будут даны постановки обратных задач, рассмотрены вопросы единственности и конструктивного решения.

**М. Ш. Бурлуцкая. Расходящиеся ряды в смешанных задачах для волнового уравнения**

Рассматриваются начально-краевые задачи для волнового уравнения на отрезке и на геометрическом графе. Применяются новые подходы, позволяющие получать необходимые и достаточные условия существования классических и обобщенных решений в случаях суммируемых потенциалов и начальных функций, тем самым расширяя границы применения метода Фурье. Рассматриваемая модификация метода Фурье приводит к представлению решения в виде быстросходящегося ряда. Дальнейшее развитие этих подходов опирается на привлечение расходящихся рядов.

**С. А. Бутерин. Функционально-дифференциальные операторы с сингулярными коэффициентами**

В последние два десятилетия активно развивается спектральная теория для сингулярных дифференциальных операторов с коэффициентами-распределениями из негативных соболевских пространств, тогда как функционально-дифференциальные операторы с отклоняющимся аргументом и такими коэффициентами, насколько нам известно, пока не рассматривались.

В докладе вводятся квазипроизводные для операторов второго порядка с постоянным запаздыванием и так называемым замороженным аргументом, позволяющие определить такие операторы в случае коэффициентов-распределений. При этом установлена связь с классическим векторным уравнением Штурма–Лиувилля с сингулярным матричным потенциалом. Также получено решение обратной задачи типа Штурма–Лиувилля с постоянным запаздыванием и сингулярным потенциалом, включающее единственность, характеризацию спектральных данных и равномерную устойчивость. Последняя демонстрирует одно принципиальное отличие от классической обратной задачи.

**Н. Ф. Валеев, Я. Т. Султанаевым. Оптимизационная обратная спектральная задача для матричного оператора Штурма–Лиувилля**

В работе рассматривается оптимизационная обратная спектральная задача: для заданного матричного потенциала  $Q_0(x)$  найти ближайшую к нему матричную функцию  $\hat{Q}(x)$  такую, чтобы первое собственное значение матричного оператора Штурма–Лиувилля с потенциалом  $\hat{Q}(x)$  совпадало с заданным значением  $\lambda_1^* \in \mathbb{R}$ . Основным результатом работы устанавливается новый тип связи между указанной линейной спектральной задачей и системами нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка известными в математической физике, как система нелинейных уравнений Шредингера. Это позволяет найти решение обратной спектральной задачи путем решения системы нелинейных дифференциальных уравнений. Кроме того, мы показываем связь рассматриваемой задачи с оптимизационной обратной спектральной задачей для скалярного оператора Штурма–Лиувилля.

**Я. А. Гранильщикова. Спектральные свойства дифференциального оператора с инволюцией**

Основное содержание доклада связано с изучением спектральных свойств следующего дифференциального оператора с инволюцией

$$Ly = \alpha(x)y''(x) + y''(-x) + g_1(x)y'(x) + r_1(x)y'(-x) + g_2(x)y(x) + r_2(x)y(-x), \quad x \in [-1; 1],$$

с краевыми условиями, порожденными линейными формами с носителями в концевых точках отрезка. Эта задача изучалась при  $\alpha(x) \equiv const$  причем разными методами. Но ни один из методов не проходит в случае непостоянной функции  $\alpha$ . Мы введем понятие регулярности для рассматриваемого класса задач и приведем схему доказательства спектральности по Данфорду соответствующих регулярных операторов.

Доклад основан на совместной работе с А. А. Шкаликовым. Работа поддержана грантом РФФИ No 20–11–20261.

**В. Г. Данилов. Метод слабых асимптотик для описания взаимодействия нелинейных волн**

В докладе будет изложена схема метода слабых асимптотик и приведены примеры взаимодействия нелинейных волн, в том числе, по новому механизму, сочетающему свойства взаимодействия солитонов и ударных волн.

## **С. Ю. Доброхотов. Новые формулы для канонического оператора Маслова и приложения**

Обсуждаются новые конструктивные формулы для канонического оператора Маслова, полученные в работах С. Ю. Доброхотова, В. Е. Назайкинского и А. И. Шафаревича, основанные на интегральных представлениях в окрестности каустик (лагранжевых сингулярностей) в виде интегралов по координатам на соответствующих лагранжевых многообразиях. Такие представления позволяют во-первых существенно упростить асимптотики решений многих задач для линейных дифференциальных и псевдодифференциальных уравнений и во-вторых расширить класс задач, в которых можно применить канонический оператор. Для ряда задач асимптотика эффективно выражается через специальные функции, например функции Эйри, Бесселя и др. В качестве примеров рассматриваются задача о Кеплеровых траекториях в рассеянии на отталкивающем кулоновском потенциале, задачи Коши с локализованными начальными данными и др.

Доклад основан на совместных работах с В. Е. Назайкинским, А. И. Шафаревичем, А. Ю. Аникиным, А. А. Толченниковым, А. В. Цветковой, А. И. Клевиным.

## **М. А. Дородный. Усреднение нестационарной периодической системы Максвелла в случае постоянной магнитной проницаемости**

Изучается задача об усреднении в пределе малого периода задачи Коши для нестационарной системы Максвелла во всём пространстве. Предполагается, что диэлектрическая проницаемость — быстро осциллирующая положительно-определённая матрица-функция, а магнитная проницаемость — постоянная положительная матрица. Получены аппроксимации для магнитных полей. В случае, когда начальное данное для магнитной напряжённости равно нулю, также получены аппроксимации для электрических полей.

Доклад основан на совместной работе с Т. А. Суслиной.

## **Е. А. Злобина. Коротковолновая дифракция на контурах с негладкой кривизной**

Цикл совместных с А. П. Киселевым исследований посвящен дифракции на кусочно-гладких контурах с изолированными особенностями кривизны, в частности, разрывами. В рамках последовательного метода пограничного слоя мы строим формулы высокочастотной асимптотики. Последние полученные нами результаты относятся к случаям, когда падающая волна приходит в точку негладкости контура вдоль касательного направления.

Основное внимание в докладе уделено задаче Малюжинца–Попова, в которой плоская волна набегаёт вдоль прямой, переходящей, со скачком кривизны, в выпуклую кривую (предполагается выполненным условие Неймана). Здесь естественно использовать аппарат, основанный на методе параболического уравнения, применявшегося, начиная с работ Фока, для изучения задачи дифракции на гладком выпуклом препятствии. В нашей задаче в освещённой области вместо отражённой волны возникает цилиндрическая волна, расходящаяся из точки негладкости, однако структура поля во многом напоминает фоковскую. Переходные зоны вокруг границы свет-тень описываются специальными функциями, напоминающими классические интегралы Фока. Кроме того рассмотрена в некотором смысле двойственная задача дифракции волны шепчущей галереи, набегающей на точку скачкообразного распрямления контура вдоль вогнутой его части. Здесь метод параболического уравнения приводит к совершенно другим асимптотическим формулам для поля.

Исследование поддержано грантом РНФ 22-21-00557.

**А. И. Клевин. Асимптотика решений трехмерного уравнения Гельмгольца в двухслойной среде с локализованной правой частью**

Рассматривается область  $(x, z) \in \mathbb{R}^2 \times [z_-, z_+]$ , разделенная границей в виде графика функции  $z = D(x)$ ,  $z_- < D(x) < z_+$ , на две среды с зависящими от  $x$  плотностями  $\rho_{\pm}(x)$ . В данной области рассматривается асимптотика с малым параметром  $h \rightarrow +0$  уравнения Гельмгольца с локализованной в окрестности точки  $(x^0, z^0)$  правой частью, заданной гладкими быстро убывающими функциями  $F, G$ :

$$h^2 \Delta_x u + u_{zz} + k^2(x, z)u = F\left(\frac{x - x^0}{h}\right)G\left(\frac{z - z^0}{h}\right).$$

Показатель  $k(x, z) > 0$  равен  $k_-(x)$  в слое  $z \in [z_-, D(x))$  и  $k_+(x)$  в слое  $z \in (D(x), z_+]$ . Функция  $u(x, z)$  должна удовлетворять условиям  $u|_{z=z_-} = u|_{z=z_+} = 0$  на границе области и следующим условиям на границе двух сред:

$$u|_{z=D(x)-0} = u|_{z=D(x)+0}, \quad \rho_- u_z|_{z=D(x)-0} = \rho_+ u_z|_{z=D(x)+0}.$$

Данное уравнение возникает в задачах акустики при изучении распространения звуковых волн в океане (среда жидкость–дно), порожденных точечным источником.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект 21-11-00341).

**Ю. А. Кордюков. Квазиклассические асимптотики спектральной функции магнитного оператора Шредингера на многообразии ограниченной геометрии**

В докладе мы обсудим асимптотическое поведение спектра магнитного оператора Шредингера на римановом многообразии ограниченной геометрии в квазиклассическом пределе. Мы опишем полное асимптотическое разложение сглаженной спектральной функции данного оператора. В качестве следствий получаются квазиклассическая формула следа на компактном многообразии и асимптотическая локализация спектральной функции на диагонали в случае, когда магнитное поле имеет максимальный ранг.

**А. П. Косарев. Асимптотики решений и условия полноты корневых векторов для  $n \times n$  системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка**

Рассматривается  $n \times n$  система дифференциальных уравнений вида

$$\mathbf{y}' = \lambda A(x)\mathbf{y} + B(x)\mathbf{y}, \quad x \in [0, 1]$$

с коэффициентами из пространства  $W_1^k[0, 1]$ ,  $k \in \{0\} \cup \mathbb{N}$  ( $W_1^0 \equiv L_1$ ),  $\lambda$  - комплексный большой параметр. При таких условиях гладкости в работе доказано существование фундаментальной матрицы решений с асимптотикой вида

$$Y(x, \lambda) = M(x)\left(I + \frac{R^1(x)}{\lambda} + \dots + \frac{R^k(x)}{\lambda^k} + o(1)\lambda^{-k}\right)E(x, \lambda), \quad \lambda \rightarrow \infty,$$

$$E(x, \lambda) = \text{diag}\{e^{\lambda \int_0^x a_{11} dt}, \dots, e^{\lambda \int_0^x a_{nn} dt}\}, \quad M(x) = \text{diag}\{e^{\int_0^x b_{11} dt}, \dots, e^{\int_0^x b_{nn} dt}\}.$$

в наиболее широких секторах для  $\lambda$  и явными формулами для элементов матриц  $R^m(x)$ ,  $m = 1, \dots, k$ . Необходимость применения таких формул возникает в почти регулярных спектральных задачах. В работе рассмотрена почти регулярная задача для  $2 \times 2$  системы с обращающимися в 0 на концах отрезка коэффициентами разложения. Получена асимптотика собственных значений задачи, и сформулированы достаточные условия полноты системы корневых функций. Доклад основан на совместной работе с А. А. Шкаликовым и поддержан грантом РФФИ No 20-11-20261.

**М. А. Лялинов. Асимптотика собственных функций и обобщенных собственных функций в некоторых канонических задачах для оператора Шрёдингера с сингулярным потенциалом**

В работе изучается асимптотика по расстоянию для собственных функций оператора Шрёдингера с сингулярным дельта-потенциалом с носителем, сосредоточенным на одном или нескольких лучах на плоскости (или на конической поверхности в трехмерном случае). Изучаются собственные функции дискретного и существенного (непрерывного) спектра.

Операторы такого типа встречается в задачах рассеяния трёх одномерных квантовых частиц с точечным парным взаимодействием при некоторых дополнительных ограничениях, в квантовых моделях о распаде частиц с точечным парным взаимодействием, а также в задачах дифракции волн в клиновидных и конусовидных областях с краевыми условиями типа Робэна. С помощью так называемых представлений Конторовича–Лебедева или Ватсона–Бесселя задачи построения собственных функций оператора сводятся к изучению однородных функционально-разностных уравнений с характеристическим (спектральным) параметром. В работе исследованы свойства решений таких функционально-разностных уравнений второго порядка с потенциалом из специального класса. В зависимости от значений характеристического параметра в уравнениях описаны их нетривиальные решения, собственные функции дискретного или существенного (непрерывного) спектра. Исследование этих решений основано на сведении системы к интегральным уравнениям с самосопряженным ограниченным оператором, который является вполне непрерывным возмущением оператора Мёлера.

На основе интегральных представлений построена асимптотика собственных (и обобщенных собственных) функций по расстоянию.

**А. С. Макин. О структуре спектра несамосопряженных краевых задач для оператора Дирака.**

Исследуется спектральная задача для оператора Дирака с двухточечными краевыми условиями и произвольным комплекснозначным суммируемым по норме  $L_2$  потенциалом  $V(x)$ . Найдены необходимые и достаточные условия, которым должна удовлетворять целая функция, чтобы являться характеристической функцией рассматриваемой краевой задачи. В случае регулярности краевых условий устанавливаются необходимые и достаточные условия на спектр указанного оператора.

**М. М. Маламуд. К теории Бирмана–Крейна–Вишика. О проблеме Бирмана.**

Дополняются результаты Бирмана и Крейна о самосопряженных расширениях положительно определенного симметрического оператора  $A$ . Дополняется теорема Крейна о редуцированном крейновском расширении  $A'_K$  оператора  $A$ . В частности, показывается, что обратные к этим операторам компактны лишь одновременно и при некоторых ограничениях имеют

одинаковые степенные асимптотики. Обсуждается полное решение проблемы Бирмана о дискретности расширении Фридрикса оператора  $A$  при условии компактности обратного  $A^{-1}$ .

### **К. А. Мирзоев. Лакунарные рекуррентные соотношения для многочленов Бернулли и Эйлера**

В докладе методами спектральной теории операторов Штурма–Лиувилля найдены новые рекуррентные соотношения для многочленов Бернулли и Эйлера.

### **А. К. Мотовилов. Оптимальные оценки на скорость шредингеровской эволюции подпространств**

Под квантовым ограничением скорости обычно понимается нижняя оценка на время, необходимое для перехода квантовой системы из одного ее состояния в другое состояние. Наиболее известным квантовым ограничением скорости эволюции состояний является знаменитое неравенство Манделштам–Тамма, дающее оптимальную оценку для минимального времени, необходимого для перехода системы в состояние, ортогональное ее начальному состоянию. В свою очередь, неравенство Манделштама–Тамма–Флеминга дает точную нижнюю оценку для времени, необходимого для поворота вектора состояния системы на произвольный угол. В противоположность классическим оценкам Манделштама–Тамма и Манделштама–Тамма–Флеминга в настоящем исследовании мы следим за временной эволюцией не отдельного состояния, а целого подпространства состояний, возможно, бесконечномерного. Используя понятие максимального угла между подпространствами, мы устанавливаем оптимальные оценки на скорость эволюции такого подпространства. Наше исследование включает случай неограниченных гамильтонианов.

Настоящий доклад основывается на результатах совместной работы с С. Альбевериио [1].

[1] S. Albeverio and A. K. Motovilov. Optimal bounds on the speed of subspace evolution, J. Phys. A: Math. Theor. 55 (2022), 235203; DOI: 10.1088/1751-8121/ac6bcf; arXiv:2111.05677.

### **А. И. Назаров. Спектр дробного лапласиана в области с цилиндрическими выходами на бесконечность**

Описана структура спектра суженного дробного лапласиана Дирихле в мульти-трубах, т.е. областях с цилиндрическими выходами на бесконечность. Доклад основан на совместной работе с Ф. Л. Бахаревым.

### **Э. А. Назирова. Об одном подходе к исследованию асимптотики решений уравнения Штурма–Лиувилля с осциллирующим потенциалом**

Цель доклада — демонстрация нового метода построения асимптотических формул для уравнения Штурма–Лиувилля для широкого класса уравнений Ш–Л с быстро осциллирующими коэффициентами.

### **В. А. Пчелинцев. О частотах свободных неоднородных мембран в областях, допускающих продолжения функций классов Соболева**

Доклад посвящен оценкам основных частот свободных неоднородных мембран в невыпуклых областях, используя теорию квазиконформных отображений и операторы продолжения

для пространств Соболева. Предложенный метод базируется на взаимосвязи между эллиптическими операторами в дивергентной форме и квазиконформными отображениями. Установлена связь между резонансными частотами колебаний свободных неоднородных мембран и задачей о минимальном покрывающем круге.

**Н. В. Растегаев. Исследование допустимости неклассических волн методом исчезающей вязкости и их зависимость от малых параметров в задаче Римана для модели химического заводнения**

**А. Ю. Савин. О нелокальных эллиптических краевых задачах, отвечающих бесконечным группам преобразований**

В ряде задач математической физики, некоммутативной геометрии и теории дифференциальных уравнений возникают нелокальные эллиптические краевые задачи, в которых нелокальность определяется операторами сдвига, отвечающими некоторой группе диффеоморфизмов. Наибольшую сложность представляет случай, когда диффеоморфизмы не сохраняют область, в которой рассматривается нелокальная задача, а группа диффеоморфизмов является бесконечной. В докладе даются постановки таких задач как ограниченных операторов в пространствах Соболева, приводятся критерии фредгольмовой разрешимости задач. Указываются конкретные примеры.

**Т. А. Сафонова. Вокруг теоремы Гаусса о значениях дигамма-функции Эйлера в рациональных точках**

В докладе методами спектральной теории обыкновенных дифференциальных операторов найдены новые интегральные представления для дигамма-функции Эйлера и родственных с ней функций в рациональных точках. При этом получаются аналоги и ещё одно доказательство известной теоремы Гаусса о значениях дигамма-функции Эйлера в рациональных точках.

**Н. Н. Сенник. Об усреднении локально периодической стационарной системы Максвелла в трехмерном пространстве и с постоянной магнитной проницаемостью**

Теория усреднения изучает асимптотическое поведение решений дифференциальных уравнений с быстро осциллирующими коэффициентами. Мы рассмотрим подобную задачу усреднения стационарной системы Максвелла в трехмерном пространстве для случая, когда магнитная проницаемость постоянна, а диэлектрическая проницаемость задается быстро осциллирующей локально периодической матрицей-функцией. Мы обсудим приближения операторного типа для физических полей по норме в  $L_2$  или  $H^1$ .

Исследование было проведено при поддержке гранта РФФИ 22-11-00092.

**А. Л. Скубачевский. Некоторые свойства решений уравнений Власова–Пуассона с внешним магнитным полем**

Рассмотрена смешанная задача для системы уравнений Власова–Пуассона, описывающая кинетику высокотемпературной плазмы в термоядерном реакторе при воздействии внешнего

магнитного поля. Получена априорная оценка для решения данной смешанной задачи с компактными по пространственным переменным носителями функций плотности распределения заряженных частиц.

### **В. А. Слоущ. Усреднение нелокального оператора сверточного типа: операторные оценки погрешности при учете корректора**

Речь пойдет об аппроксимации нелокального самосопряженного оператора с периодическими быстро осциллирующими коэффициентами в пределе малого периода. Используя подходящую модификацию теоретико-операторного подхода, мы дадим старший член аппроксимации, а также подходящие «корректоры», позволяющие приблизить резольвенту исследуемого оператора с точностью до членов второго порядка.

### **Т. А. Суслина. Усреднение гиперболических уравнений с периодическими коэффициентами**

Доклад относится к теории усреднения (гомогенизации) дифференциальных операторов с периодическими коэффициентами в пределе малого периода. Будет дан обзор результатов об операторных оценках погрешности при усреднении гиперболических уравнений с быстро осциллирующими коэффициентами.

### **А. А. Толченников. Решение двумерного безмассового уравнения Дирака с линейным потенциалом и локализованной правой частью**

Асимптотическое решение этой задачи, удовлетворяющее принципу предельного поглощения, устроено следующим образом. Вне особой прямой асимптотическое решение выражается через функцию Эйри и ее производную. Вдоль особой прямой решение осциллирует и локализовано в окрестности этой прямой.

### **С. Н. Туманов. Точные решения модели Сквайра уравнения Орра–Зоммерфельда для течения Куэтта и аналитическое исследование спектра**

Краевая задача Орра–Зоммерфельда для течения Куэтта приближенно описывает течение вязкой жидкости между параллельными пластинами, одна из которых движется. При малых числах Рейнольдса ее собственные значения чисто мнимые, отрицательные, но с его ростом выходят попарно в комплексную плоскость и асимптотически приближаются к так называемому спектральному галстуку.

Модель Сквайра — задача второго порядка, обладает схожим поведением спектра, более того, главные члены формул распределения собственных значений обеих задач совпадают.

Модель Сквайра и более общие спектральные задачи исследовались многими авторами на предмет описания асимптотического поведения собственных значений с ростом параметров типа числа Рейнольдса, но методы, применяемые авторами по этой тематике, не раскрывают динамику спектра при конечных значениях этих параметров. Интересны моменты ухода собственных значений с мнимой оси в комплексную плоскость, их динамика до момента ухода и после, возможность возврата обратно на мнимую ось, а также явный вид собственных функций для кратных собственных значений.

И хотя это крайне сложно в случае задачи Орра–Зоммерфельда, нам удалось достигнуть продвижения для модели Сквайра.



## **А. А. Федотов. Перенормировки: гауссовы экспоненциальные суммы и почти периодические операторы**

Известно, что гауссовы экспоненциальные суммы из теории чисел обладают свойством самоподобия: суммы с большим числом слагаемых выражаются через суммы с меньшим числом слагаемых и новыми параметрами. Это приводит к необычному и красивому поведению экспоненциальных сумм с большим числом слагаемых и определяет типичную скорость их роста. Аналогичными свойствами обладают и одномерные двухчастотные разностные и дифференциальные почти периодические уравнения. Теперь свойством самоподобия обладают их решения и спектры соответствующих операторов. В докладе будут обсуждаться гауссовы суммы и почти периодический оператор, предложенный физиками (мэрилендская модель).

## **А. В. Цветкова. Асимптотики пучков Эрмита–Гаусса и Лагерра–Гаусса в виде функций Эйри и Бесселя**

Мы рассматриваем пучки Эрмита–Гаусса и Лагерра–Гаусса, являющиеся решением трехмерного уравнения Гельмгольца (которое в параксиальном приближении можно заменить на уравнение Шредингера). Рассматриваемые пучки представляют собой произведение гауссовой экспоненты на соответственно полиномы Эрмита и Лагерра. В докладе обсуждается подход, основанный на квазиклассическом приближении и изучении динамики лагранжевых многообразий, позволяющий получить глобальную асимптотику рассматриваемых пучков в виде функций Эйри и Бесселя сложного аргумента, которая дает хорошее приближение даже при небольших степенях соответствующих полиномов.

Доклад основан на совместной работе с С. Ю. Доброхотовым и В. Е. Назайкинским.  
Работа выполнена при поддержке РФФ (проект 21-11-000341).

## **Е. Б. Шаров. Спектральные свойства задачи для обобщенной струны со знакопеременным весом**

Рассматривается уравнение колебания обобщенной струны с дискретным весом, порожденным самоподобным  $n$ -звенным мультипликатором в пространстве Соболева с отрицательным показателем гладкости. Показано, что в случае некомпактного мультипликатора задача для струны равносильна спектральной задаче для периодической матрицы Якоби. Если вес струны является знакопостоянным, то период матрицы Якоби будет  $n - 1$ , а в задаче со знакопеременным весом период будет  $2n - 1$ .

## **И. А. Шейпак. Оценки производных высокого порядка в пространствах Соболева**

Для функций  $f$  из вещественного пространства Соболева  $\dot{W}_\infty^n[0; 1]$ , удовлетворяющих условиям Дирихле, изучаются наименьшие возможные величины  $A_{n,k}(a)$  в неравенствах

$$|f^{(k)}(a)| \leq A_{n,k}(a) \|f^{(n)}\|_{L_\infty[0;1]}, \quad k = 0, 1, \dots, n-1, \quad a \in (0; 1)$$

Основной интерес представляет задача о нахождении точек глобального максимума величин  $A_{n,k}(a)$ , при этом число

$$\Lambda_{n,k} := \max_{a \in (0;1)} A_{n,k}(a)$$

равно точной константе вложения пространства  $\dot{W}_\infty^n[0; 1]$  в пространство  $\dot{W}_\infty^k[0; 1]$ ,  $k = 0, 1, \dots, n-1$ .

Основной результат заключается в следующем утверждении.

**Теорема.** Точки локальных максимумов функций  $A_{n,n-1,\infty}(a)$  на отрезке  $[0; 1]$  равны  $a_j = \sin^2 \frac{\pi j}{2(n+1)}$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ . Значения в этих точках равны

$$A_{n,n-1,\infty}(a_j) = \operatorname{tg} \frac{\pi}{2(n+1)} \sqrt{a_j - a_j^2}. \quad (1)$$

При нечетном  $n$  точкой глобального максимума функции  $A_{n,n-1,\infty}$  является точка  $a = 1/2$ , при четном  $n$  точками глобального максимума функции  $A_{n,n-1,\infty}$  являются ближайшие к  $1/2$  точки локального максимума, равные  $\sin^2 \frac{\pi n}{4(n+1)}$  и  $\sin^2 \frac{\pi(n+2)}{4(n+1)}$ . Таким образом

$$\Lambda_{n,n-1,\infty,\infty} = \frac{1}{2} \operatorname{tg} \frac{\pi}{2(n+1)}, \quad \text{если } n \text{ нечетно,}$$
$$\Lambda_{n,n-1,\infty,\infty} = \frac{1}{2} \operatorname{tg} \frac{\pi}{2(n+1)} \sin \frac{\pi n}{2(n+1)}, \quad \text{если } n \text{ четно.}$$

Доклад основан на совместной работе с Т. А. Гармановой.