Вторая конференция Математических центров России
Секция «Геометрия и топология»

7–11 ноября 2022, Москва

Н. В. Абросимов. Об объеме гиперболического тетраэдра

В докладе будет дан обзор последних результатов по нахождению точных формул для вычисления объемов гиперболических тетраэдров. Будут представлены формулы для гиперболических тетраэдров общего вида и специальных видов: идеальных, биортогональных, 3-ортогональных и других.

В частности, будет рассмотрено 4-параметрическое семейство тетраэдров, у которых одно ребро ортогонально грани. Для них будут установлены формулы, выражающие гиперболический объем и объем, нормализованный по площади поверхности, а также показано их ассимптотическое поведение.

И. С. Алексеев. Меры сложности и многочлен HOMFLY-PT узлов

Мы исследуем классическую сложность узлов и зацеплений по наименьшему числу перекрёстков. Один из подходов к её вычислению предполагает обращение к полиномиальным инвариантам узлов, а именно, к неравенствам Мортона–Фрэнкса–Уильямса, которые связывают количество перекрёстков диаграмм зацепления с шириной его многочлена HOMFLY-PT. И хотя этот способ вычисления не является универсальным, для некоторых классов зацеплений соответствующие оценки достигаются и предоставляют наглядные критерии минимальности диаграмм. Доклад посвящен обзору недавних результатов в этом направлении.

В. Г. Бардаков. Произведение квандловых структур.

Квандл — алгебраическая система с одной бинарной операцией, удовлетворяющей трем аксиомам, соответствующим трем движениям Рейдемейстера диаграмм зацеплений в 3-мерном пространстве. Квандлы были введены независимо С. В. Матвеевым и Д. Джойсом для построения инвариантов узлов и зацеплений.

В докладе будет введено произведение квандловых структур, определенных на одном множестве, будут сформулированы условия, при которых это произведение задает квандл. Далее будут показано, что произведение квандловых структур образует группу, и установлено, что эта группа является абелевой.

Это совместная работа с Д. А. Федосеевым.

Г. В. Белозеров. Биллиарды с потенциалом Гука на некоторых трехмерных столах, ограниченных софокусными квадриками

Пусть $\mathcal{D} \subset \mathbb{R}^3$ — компактная область, ограниченная конечным числом софокусных квадрик и имеющая двугранные углы излома на границе, равные $\pi/2$. Рассмотрим следующую динамическую систему: материальная точка (шар) единичной массы движется внутри $\mathcal{D}$ под действием силы упругости (закон Гука), отражаясь от $\partial\mathcal{D}$ абсолютно упруго. Такая система является интегрируемой по Лиувиллю системой в кусочно-гладком смысле. Один из ее первых интегралов — полная механическая энергия. Еще два первых интеграла F_1 и F_2, функционально независимых с H, можно найти с помощью метода В. В. Козлова, используя дополнительные первые интегралы I_1, I_2 задачи без потенциала. Оказывается, что функции H, F_1 и F_2 находятся в инволюции относительно стандартной скобки Пуассона.

В докладе будут рассмотрены биллиарды с потенциалом Гука внутри двух трехмерных софокусных столов. Для каждого из этих столов построены бифуркационные диаграммы соответствующих биллиардов, описаны прообразы малых окрестностей слоев слоения Лиувилля, а также определены классы гомеоморфности изоэнергетических поверхностей для небифуркационных значений энергии.

В. В. Ведюшкина, А. Т. Фоменко, Эволюционные биллиарды как способ реализации интегрируемых случаев Эйлера и Лагранжа.

Академиком А. Т. Фоменко был открыт новый класс интегрируемых биллиардов, а именно, эволюционные биллиарды. Они представляют собой биллиарды, положение стенок которых зависит от энергии биллиардной частицы, т.е. чем больше скорость, тем больше область, в которую при движении может попасть биллиардный шар. Как оказалось, с помощью нового класса биллиардов удается промоделировать слоение Лиувилля сразу на нескольких изоэнергетических многообразиях разных областей энергии — например, в известных интегрируемых случаев Эйлера и Лагранжа и интегрируемых геодезических потоков на поверхностях постоянной энергии с интегралом малой степени.

А. Х. Галстян. Устойчивость решения проблемы Ферма–Штейнера в гиперпространствах над конечномерными нормированными пространствами

Проблема Ферма–Штейнера состоит в поиске всех точек метрического пространства Y таких, что сумма расстояний от каждой из них до точек из некоторого фиксированного конечного подмножества $A = \{A_1, \dots, A_n\}$ пространства Y минимальна. Множество A в таком случае называют границей, а все A_i — граничными множествами. Мы рассматриваем эту проблему в случае, когда Y — это пространство непустых компактных подмножеств конечномерного нормированного пространства X, наделённое метрикой Хаусдорфа, то есть Y является гиперпространством над X. В данной работе изучается вопрос устойчивости решения проблемы Ферма–Штейнера при переходе от границы из конечных компактов к границе, состоящей из их выпуклых оболочек. Под устойчивостью имеется в виду, что при переходе к выпуклым оболочкам граничных компактов минимум суммы расстояний не изменится.

Д. В. Гугнин. Любая надстройка и любая гомологическая сфера являются 2H-пространствами

В докладе будет рассказано об обобщении классического понятия H-пространства. А именно, линейно связное хаусдорфово топологическое пространство X является nH-пространством, $n > 1$, если оно допускает n-значное умножение с единицей, то есть существует непрерывное отображение $\mu\colon X \times X \to \mathrm{Sym}^n X$ со свойством $\mu(x, e) = \mu(e, x) = [x, x, \dots, x]$ для всех $x \in X$. Можно показать, что односвязный конечный CW комплекс X размерности d допускает структуру nH-пространства для любого $n \geq d$. Будут представлены следующие два недавних результата докладчика: (1) надстройка над любым связным конечным или счетным полиэдром является $2H$-пространством; (2) любая сглаживаемая гомологическая сфера является $2H$-пространством.

Д. А. Дроздов. О прересечениях фрактальных кубов

Определение. *Пусть* $D = \{d_1, \ldots, d_r\} \subset \{0, 1, \ldots, n-1\}^k$, *где* $n \geq 2$, *а* $1 < \#D < n^k$. *Фрактальным* k*-кубом порядка* n *с множеством единиц* D *называют компактное множество* $K \subset R^k$, *удовлетворяющее* $K = \dfrac{K + D}{n}$.

Пусть $P = [0, 1]^k$, тогда любой фрактальный k-куб содержится в P.

Определим грани куба P. Пусть $\alpha \in A = \{-1, 0, 1\}^k$, тогда $P_\alpha = P \cap (P + \alpha)$ есть α-грань куба P. Размерность такой α-грани есть $\dim(P_\alpha) = k - \sum_{i=1}^{k} |\alpha_i|$.

Пусть $\alpha, \beta \in A$, будем говорить, что β подчинено α (обозначим через $\beta \sqsupset \alpha$), если для любого $i = 1, \ldots, k$ неравенство $\alpha_i \neq 0$ влечёт $\alpha_i = \beta_i$.

Для фрактального k-куба K мы определим его грани K_α как $K_\alpha = K \cap P_\alpha$. Грани фрактального куба есть фрактальные кубы.

Пусть $K_1 = \dfrac{D_1 + K_1}{n}$ и $K_2 = \dfrac{D_2 + K_2}{n}$ – фрактальные k кубы. Мы доказываем следующую теорему о пересечении фрактальных кубов:

Теорема. *Семейство* $\{F_\alpha, \alpha \in A\}$ *пересечений* $F_\alpha = K_1 \cap (K_2 + \alpha)$ *удовлетворяет системе уравнений* $F_\alpha = \bigcup\limits_{\beta \sqsupseteq \alpha} T_{\alpha\beta}(F_\beta), \quad \alpha \in A$, *где для любого* $\beta \sqsupseteq \alpha$, $T_{\alpha\beta}(F_\beta) = \frac{1}{n}(F_\beta + G_{\alpha\beta})$ *и* $G_{\alpha\beta} = D_1 \cap (D_2 + n\alpha - \beta)$.

Предложение. $F_\alpha = \varnothing$ *тогда и только тогда, когда для любого* $\beta \sqsupseteq \alpha$ *и любой конечной последовательности* $\alpha = \alpha_0 \sqsubset \alpha_1 \sqsubset \ldots \sqsubset \alpha_p = \beta$ *произведение* $\#G_{\alpha_0\alpha_1} \cdot \#G_{\alpha_1\alpha_2} \ldots \#G_{\alpha_{p-1}\alpha_p} \cdot \#G_\beta$ *равно нулю.*

Мы доказали теоремы о размерности множества F_0 и о признаке бесконечной меры этого множества:

Теорема. *Если* $F_0 \neq \varnothing$, *то размерность* $\dim(F_0) = \log_n m$, *где* $m = \max\{\#G_\alpha,\ \alpha \in A :$ *для любой последовательности* $0 \sqsubset \alpha_1 \sqsubset \ldots \sqsubset \alpha_{p-1} \sqsubset \alpha$ *произведение* $\#G_{0\alpha_1} \cdot \#G_{\alpha_1\alpha_2} \cdot \ldots \cdot \#G_{\alpha_{p-1}\alpha} \cdot \#G_\alpha \neq 0\}$.

Теорема. *Пусть* $\#G_0 = \#G_\beta$ *и* $\log_n \#G_0 = s$. *Если существует последовательность* $0 \sqsubset \alpha_1 \sqsubset \ldots \sqsubset \alpha_{p-1} \sqsubset \beta$ *такая, что* $\#G_{0\alpha_1} \cdot \#G_{\alpha_1\alpha_2} \cdot \ldots \cdot \#G_{\alpha_{p-1}\beta} \geq 1$, *то* $H^s(F_0) = \infty$.

А. А. Егоров. Верхние оценки объемов гиперболических многогранников

Г. Беллетти показал, что объем произвольного обобщенного гиперболического многогранника P меньше объема идеального прямоугольного гиперболического многогранника, 1-скелет которого является медиальным графом 1-скелета P. Мы поговорим о верхних оценках объемов обобщенных гиперболических многогранников, которые могут быть получены с помощью данного результата.

Доклад подготовлен при поддержке Математического Центра в Академгородке, соглашение с Министерством науки и высшего образования Российской Федерации № 075-15-2022-282.

С. Д. Илиадис, Ю. В. Садовничий. Размерность, произведение пространств и универсальность

В докладе будут рассмотрены следующие предложения.

Предложение 1. *Для любого сепарабельного метризуемого пространства* Y *и любых счетных ординалов* α *и* β *в непустом классе всех сепарабельных метризуемых пространств* X, *для которых* $ind(X) = \alpha$ *и* $ind(Y \times X) = \beta$ *существует универсальный элемент.*

Предложение 2. *Для любого вполне регулярного пространства Y и любых ординалов α и β в непустом классе всех вполне регулярных пространств X, для которых $ind(X) = \alpha$ и $ind(Y \times X) = \beta$ существует универсальный элемент.*

В. А. Кибкало. Некомпактные слоения механических систем в псевдо-евклидовых пространствах

Теория топологической классификации интегрируемых систем в компактном случае была построена в работах А. Т. Фоменко и его научной школы. Важным классом систем, в применении к которому данная теория показала свою эффективность (позволив обнаружить новые случаи эквивалентности разных систем) оказались интегрируемые системы динамики твердого тела и интегрируемые биллиарды. Как оказалось, при помощи дискретных инвариантов можно сравнивать такие системы с точностью до послойной гомеоморфности их слоений Лиувилля. Почти все их слои, отметим, являются замыканиями фазовых траекторий системы.

В нашем докладе мы расскажем о том, как более широкий класс слоений, имеющий некомпактные слои и некритические бифуркации, возникает в псевдо-евклидовых аналогах интегрируемых систем динамики, в частности, аналогах волчков Эйлера, Лагранжа и Ковалевской. Будет рассказано об особенностях слоений Лиувилля этих систем, построенных бифуркационных диаграммах отображения момента при разных значениях параметров и полученных критериях компактности совместных уровней первых интегралов.

И. Ф. Кобцев. Магнитные геодезические потоки на двумерных многообразиях вращения

Рассматривается динамическая система, описывающая движение материальной точки по двумерному риманову многообразию M, на котором определено действие группы S^1 изометриями (будут изучаться конкретные случаи $M \approx S^2$ и $M \approx \mathbb{R}P^2$). Такая система называется называется геодезическим потоком на римановом многообразии, она является гамильтоновой.

Добавив к стандартной симплектической структуре $d(pdq)$ замкнутую 2-форму на конфигурационном многообразии (локально это равносильно добавлению к гамильтониану линейных по обобщенным импульсам слагаемых), получим новую постановку, которую будем называть магнитным геодезическим потоком (линейные по импульсам слагаемые естественным образом появляются при исследовании движений заряженной материальной точки в магнитном поле). Построенная таким образом система остается гамильтоновой и, более того, становится вполне интегрируемой по Лиувиллю (если потребовать S^1-инвариантность наложенного магнитного поля).

Возникает вопрос об исследовании топологических свойств слоения Лиувилля (т.е. лагранжева слоения с особенностями) этой задачи.

В рамках доклада будут изложены основные результаты проведенной работы:

- построены бифуркационные диаграммы;
- описаны особенности рангов 0 и 1 (как невырожденные, так и вырожденные; в частности, были обнаружены бифуркации типа «pitch-fork», не связанные с какими-либо симметриями в системе);
- найдены инварианты грубой и тонкой лиувиллевой эквивалентности;

- в задачах динамики твердого тела выявлено несколько интегрируемых систем, лиувиллево эквивалентных данной системе на ее неособых изоэнергетических многообразиях.

А. В. Костин. Обобщения задачи о тени и поверхности постоянной кривизны

Задача о тени поставлена Г. Худайбергановым в 1982 г. в следующей формулировке: какое минимальное число непересекающихся шаров с центрами на единичной сфере евклидова пространства и радиусами, меньшими единицы, достаточно для того, чтобы любая прямая, проходящая через центр сферы, пересекалась хотя бы с одним их этих шаров. Решение этой задачи в размерностях, больших двух, получено в 2015 г. Ю. Б. Зелинским, И. Ю. Выговской и М. С. Стефанчук. Задача о тени является частым случаем задачи о принадлежности точки обобщённо-выпуклой оболочке множеств. В работе рассматриваются задачи такого рода в пространстве Лобачевского. С задачей о принадлежности точки обобщённо-выпуклой оболочке оришаров косвенно оказывается связанной задача о вложении в евклидово пространство псевдосферических поверхностей вращения, найденных Ф. Мидингом. Все три типа псевдосферических поверхностей вращения получают общее истолкование в пространстве Лобачевского, связанное с касательными конусами к орисферам.

Т. А. Козловская. Подгруппы ромашкового типа и группа сингулярных кос

В работе будет представлена конечная система порождающих и определяющих соотношений группы сингулярных крашеных кос SP_n, которая является подгруппой группы сингулярных кос SB_n. Используя это представление, будет доказано, что центр группы SP_n выделяется в ней прямым множителем. Кроме того, будут построены линейные представления и представление автоморфизмами свободной группы F_n группы SB_n. Также мы определим подгруппы ромашкового типа и докажем, что группа SP_n, $n \geq 5$, является группой ромашкового типа.

И. Ю. Лимонченко. О полиэдральных произведениях, гомологии петель которых являются свободными алгебрами

В 1950-х годах Ж.-П. Серр доказал, что ряд Пуанкаре коммутативного локального нетерова кольца органичен определенной рациональной функцией, зависящей от чисел Бетти комплекса Кошуля и минимального числа образующих в максимальном идеале. В 1962 году Е.С.Голод показал, что неравенство Серра превращается в равенство тогда и только тогда, когда умножение и все произведения Масси в гомологиях Кошуля локального кольца являются тривиальными; такое локальное кольцо называется кольцом Голода. Дж. Бакелин доказал в 1982 году, что ряды Пуанкаре мономиальных колец рациональны; среди мономиальных колец есть хорошо известный класс колец Стенли–Рейснера (или колец граней) симплициальных комплексов.

В этом докладе мы обсудим, как торическая топология позволяет нам устанавливать комбинаторные, алгебраические и топологические условия, эквивалентные голодовости и минимальной неголодовости кольца граней симплициального комплекса над любым полем. Мы опишем эти два класса колец Стенли–Рейснера в терминах их рядов Пуанкаре, гомологий Кошуля и структуры алгебры Ли на гомологиях петель соответствующих момент-угол комплексов. Мы увидим, как теория пространств с действием компактного тора позволяет нам получать топологические интерпретации алгебраических свойств рядов Пуанкаре и гомологий Кошуля колец Стенли–Рейснера, а также новые результаты.

Доклад основан на совместной работе с Т. Е. Пановым.

А. Е. Липин. Об уплотнении метризуемых пространств на σ-компактные

В 1949 году И. Л. Раухваргер доказала, что для всякого метрического компакта X и любого счетного множества $H \subseteq X$ существует уплотнение (т.е. непрерывная биекция) подпространства $X \setminus H$ на метрический компакт. Известно, что ограничение на мощность H здесь существенно: в 1977 году Е. Г. Пыткеев доказал, что всякое метрическое сепарабельное пространство мощности $\mathfrak{c}$ можно разбить на два континуальных подпространства, каждое из которых не уплотнимо на полное метрическое пространство.

В 2022 году В. И. Белугин, А. В. Осипов и Е. Г. Пыткеев в работе “О свойствах подклассов слабо диадических компактов” поставили вопрос, можно ли усилить теорему Раухваргер, ослабив условие счетности H до условия $|H| \leq \kappa$ для какого-нибудь кардинала κ, промежуточного между $\aleph_0$ и $\mathfrak{c}$. Мы представляем утверждение, из которого следует отрицательный ответ.

Теорема. *Пусть X — полное метрическое пространство и для множества $H \subseteq X$ выполняется $w(X) < |H| < \mathfrak{c}$. Тогда подпространство $X \setminus H$ невозможно уплотнить на σ-компактное пространство.*

Здесь $w(X)$ обозначается вес пространства X. В частности, для метрических компактов получается

Следствие. *Пусть X — несчетный метрический компакт и для множества $H \subseteq X$ выполняется $\aleph_0 < |H| < \mathfrak{c}$. Тогда подпространство $X \setminus H$ невозможно уплотнить на σ-компактное пространство (и, следовательно, на компакт).*

М. С. Ненашева. О числе компонент связности в локусах Прима для плоских поверхностей рода 5

Плоской поверхностью называют гладкую риманову поверхность с заданным на ней голоморфным дифференциалом. Пространство плоских поверхностей рода g допускает естественное действие группы $GL_2(\mathbb{R})$. Изучение орбит этого действия и их замыканий привлекло интерес широкого круга исследователей в последние несколько десятилетий. В 2000-х годах К. МакМюллен описал бесконечное семейство орбит для поверхностей рода 2, чьи замыкания являются афинными подмногообразиями ранга один. Известными примерами таких многообразий в пространствах старших родов являются *локусы Прима*, представляющие объединения замыканий орбит действия $GL_2(\mathbb{R})$. Они существуют для плоских поверхностей рода не выше 5.

Данный доклад посвящен задаче о подсчете числа компонент связности в локусах Прима для поверхностей старшего возможного рода. Наши результаты продолжают серию работ для младших родов К. МакМаллена, Э. Ланно, Д. Нгуена.

Д. Д. Нигомедьянов. Бесконечная серия компактных гиперболических 3-многообразий с вполне геодезическим краем и каспами и их минимальные триангуляции.

Триангуляционная сложность $c_\Delta(M)$ компактного связного 3-многообразия M с непустым краем равна наименьшему числу тетраэдров среди всех идеальных триангуляций M. Докладчиком совместно с Е. А. Фоминых была получена новая нижняя оценка на триангуляционную сложность: $c_\Delta(M) \geqslant \beta_1(M, \mathbb{Z}_2)$. Доклад будет посвящён классу многообразий, на которых достигается нижняя оценка сложности. Конкретнее, мы обсудим вопрос наличия многообразий из данного класса с заданными характеристиками, такими как край и группы гомологий.

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, соглашение № 075–15–2022–287.

С. С. Николаенко. Топология алгебраически разделимых систем

Одним из методов качественного анализа решений вполне интегрируемой по Лиувиллю гамильтоновой системы является изучение топологии её лиувиллева слоения, то есть слоения фазового пространства на совместные поверхности уровня первых интегралов системы (регулярные торы Лиувилля и особые слои). А. Т. Фоменко и его школой построена теория топологической классификации интегрируемых систем, одним из основных результатов которой является полное описание топологии лиувиллева слоения на 3-мерном инвариантном подмногообразии невырожденной интегрируемой системы с двумя степенями свободы. Соответствующий классифицирующий инвариант, называемый *меченой молекулой*, или *инвариантом Фоменко–Цишанга*, имеет структуру графа с числовыми метками. Рёбрам этого графа отвечают однопараметрические семейства регулярных слоёв, а вершинам — бифуркации слоения, так называемые *атомы*. Поиск этого инварианта для конкретной интегрируемой системы может оказаться весьма нетривиальной задачей, однако в ряде случаев он может быть выполнен алгоритмически. Одним из таких случаев является класс *алгебраически разделимых систем*. Алгебраическое разделение, как правило, означает, что гамильтоновы уравнения на каждом слое сводятся к системе уравнений Абеля, а фазовые переменные некоторым «хорошим» образом выражаются через переменные разделения (как рациональные функции от радикалов специального вида). В продолжение работ М. П. Харламова, О. Е. Орёл и других авторов построен алгоритм топологической классификации алгебраически разделимых систем. В качестве следствия из этого алгоритма получен полный список простейших бифуркаций (атомов), которые могут возникать в таких системах.

Г. М. Полотовский. Топология распадающихся вещественных алгебраических кривых

Рассматривается относящаяся по тематике к первой части 16-й проблемы Гильберта задача изотопической классификации плоских вещественных алгебраических кривых, распадающихся на несколько неприводимых сомножителей. Даётся обзор полученных в последние три года автором и его учениками результатов о кривых степени 7, распадающихся на три сомножителя, и о кривых степени 8, распадающихся на 2 сомножителя.

Работа выполнена при поддержке Лаборатории динамических систем и приложений НИУ ВШЭ, грант Министерства науки и высшего образования РФ соглашение № 075-15-2022-1101.

М. В. Прасолов. Алгоритмическое распознавание лежандровых зацеплений

Мы приводим алгоритм, который позволяет сравнить два лежандровых зацепления в трёхмерной сфере, снабжённой стандартной контактной структурой. Два лежандровых зацепления считаются одинаковыми, если их можно включить в одно однопараметрическое семейство лежандровых зацеплений. Доклад основан на совместной работе с И. А. Дынниковым.

Доклад подготовлен при поддержке РНФ, проект №22-11-00299.

Д. В. Талалаев. Положительные матрицы и электрические сети

Полностью положительные матрицы лежат в основе современной бурно развивающейся области кластерных алгебр, имеют приложения в интегрируемых моделях статистической физики, теории представлений квантовых алгебр, диофантовых уравнениях и многих других областях. Вместе с тем возникли они в контексте классической задачи малых колебаний линейных упругих континуумов. Я подробно расскажу о происхождении этих структур, основных характеристических свойствах полностью положительных матриц, об их лагранжевой версии и связи с теорией электрических сетей.

О. Д. Фролкина. Ответ на вопрос Дж. Кэннона и С. Уэймента

Решая проблему Р. Давермана, В. Крушкаль описал “липкие” канторовы множества в R^N для $N > 3$; такие множества не могут быть сняты сами с себя малыми изотопиями пространства R^N. Используя множества Крушкаля, мы отвечаем на вопрос Дж. Кэннона и С. Уэймента (1970). А именно, для $N > 3$ строим в R^N компакты X со свойствами: некоторая последовательность $\{X_i\}$ подмножеств R^N в определенном — довольно сильном — смысле сходится к X, никакое X_i не пересекается с X, однако в R^N не существует несчетного семейства попарно дизъюнктных подмножеств, каждое из которых вложено эквивалентно X. Такие примеры были описаны Кэнноном и Уэйментом для $N = 3$ и $N > 4$. Наше построение работает для любого $N > 3$, тем самым дает ответ для открытого до сих пор случая $N = 4$. В отличие от работы Кэннона и Уэймента, доказательство не требует опоры на сложные результаты Р. Бинга (1957–1961), Дж. Брайента (1968), А. В. Чернавского (1973) и Р. Давермана (1973).

Д. В. Фуфаев. Некоторые экзотические свойства топологических пространств и соответствующих C^*-алгебр

Категория коммутативных C^*-алгебр эквивалентна категории локально-компактных хаусдорфовых топологических пространств, поэтому теорию C^*-алгебр называют некоммутативной топологией. И некоторые результаты о свойствах C^*-алгебр можно получать, даже ограничиваясь только коммутативными, а значит, их можно формулировать в терминах соответствующих топологических пространств. Одним из таких свойств является существование в C^*-алгебре стандартного фрейма — некоторого обобщения ортогонального базиса (для этого C^*-алгебра рассматривается как гильбертов C^*-модуль). Наличие такого фрейма эквивалентно обладанию алгеброй свойства стабилизации типа Каспарова. Оказывается, в топологических терминах наличие стандартного фрейма можно связать с поведением сигма-компактных подмножеств соответствующего топологического пространства. Похожие результаты можно получить и для более общих фреймов (не обязательно стандартных). Описанию этой связи и будет посвящен доклад.

Г. С. Черных. SU-линейные операции в комплексных кобордизмах и теория c_1-сферических бордизмов

При изучении теории SU-бордизмов возникает промежуточная теория между ними и комплексными бордизмами — теория c_1-сферических бордизмов W. В докладе я расскажу об общем описании SU-линейных операций на комплексных кобордизмах, об SU-линейных умножениях на теории W и SU-линейных проекторах из теории комплексных бордизмов на неё, а также о комплексных ориентациях на W и некоторых вопросах о соответствующих формальных группах.

И. М. Широков. Hopf-type theorems for f-neighbors

We work within the framework of a program aimed at exploring various extended versions for theorems from a class containing Borsuk–Ulam type theorems, some fixed point theorems, the KKM lemma, Radon, Tverberg, and Helly theorems. In this talk we will present variations of the Hopf theorem concerning continuous maps of a compact Riemannian manifold M of dimension n to $\mathbb{R}^n$. We investigate the case of maps $f\colon M \to \mathbb{R}^m$ with $n < m$ and introduce several notions of varied types of f-neighbors, which is a pair of distinct points in M such that f takes it to a CsmallT set of some type. Next for each type, we ask what distances on M are realized as distances between f-neighbors of this type and study various characteristics of this set of distances. One of our main results is as follows. Let $f\colon M \to \mathbb{R}^m$ be a continuous map. We say that two distinct points a and b in M are visual f-neighbors if the segment in $\mathbb{R}^m$ with endpoints $f(a)$ and $f(b)$ intersects $f(M)$ only at $f(a)$ and $f(b)$. Then the set of distances that are realized as distances between visual f-neighbors is infinite. Besides we generalize the Hopf theorem in a quantitative sense.