

Саратовский национальный исследовательский государственный  
университет имени Н. Г. Чернышевского  
Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова  
Математический институт им. В. А. Стеклова РАН



Аннотации докладов 22-й международной  
Саратовской зимней школы  
(Саратов, 28 января – 31 января 2024 г.)

Саратов  
2024

## СОДЕРЖАНИЕ

Андрейченко Д. К., Мельничук Д. В., Роках Г. Е. Оптимизация алгоритмов моделирования динамики комбинированных систем . . . . .	5
Антонов Н. Ю. О поведении кратных прямоугольных сумм Фурье . . . . .	5
Балашов М. В. Градиентные методы минимизации . . . . .	5
Батенёв Т. Г. Представляющие системы из воспроизводящих ядер в пространствах аналитических функций . . . . .	5
Бахвалов А. Н. Об определении обобщенной вариации функции через двумерные колебания . . . . .	6
Беднов Б. Б. О сечениях солнц в трёхмерных цилиндрических пространствах	6
Бондаренко Н. П. Обратная спектральная задача для дифференциальных операторов высших порядков . . . . .	6
Боровиков М. А. Оценки радиуса Кёбе и тейлоровских коэффициентов гармонических отображений с ограниченной аналитической дилатацией .	7
Брайчев Г. Г. О совместных оценках корней и тейлоровских коэффициентов целых функций логарифмического порядка . . . . .	7
Бурлуцкая М. Ш., Григорьева Е. И. О некоторых свойствах операторов с инволюцией . . . . .	8
Бутерин С. А. Об успокоении системы управления произвольного порядка с глобальным последствием на дереве . . . . .	8
Буфетов А. И. Случайные меры . . . . .	8
Васильев В. Б., Афанасьева А. Б., Каманда Бонгай А. Б. О периодическом аналоге одного интегрального преобразования . . . . .	9
Волосивец С. С., Голубов Б. И. Приближение полиномами Хаара и Уолша .	9
Гаджимирзаев Р. М. Теорема типа Джексона о приближении алгебраическими многочленами в равномерной метрике с весом Лагерра . . . . .	9
Горбачев Д. В. Неравенство Бернштейна в $L_p$ со степенным весом при $p > 0$	10
Графов Д. А. Обобщенная локализация для кратных рядов Фурье функций из $L_2$ по некоторой подпоследовательности . . . . .	10
Гуреев В. С. Разложение первой компоненты вектор-функции по собственным функциям одного дифференциального пучка с граничными условиями Неймана . . . . .	10
Дудов С. И., Осипцев М. А. Об остром минимуме в задаче чебышевского приближения . . . . .	11
Зверева М. Б. Об условиях экстремума энергетического функционала в классе разрывных функций . . . . .	11
Избяков И. М. О последовательности функций с полным спарком . . . . .	11
Казакова А. Д., Плотников М. Г. Множества единственности для подсистем системы Виленкина–Крестенсона . . . . .	12
Калмыков С. И. Об открывающих отображениях и их приложениях . . . . .	12
Кашина А. Д., Павлова П. В., Плотников М. Г. О восстановлении интегрируемых функций . . . . .	12

Костин А. Б., Шерстюков В. Б. Метрика Хаусдорфа в задачах математической физики с разрывными данными . . . . .	12
Кротова Ю. И., Синус и косинус-преобразования Фурье из классов Липшица	13
Кузнецова М. А. О решениях систем дифференциальных уравнений на полуоси с нелинейной зависимостью от спектрального параметра . . . . .	13
Лимонова И. В., Малыхин Ю. В., Темляков В. Н. Односторонние неравенства дискретизации и восстановление по выборке . . . . .	13
Ломов И. С. Метод Фурье и построение обобщенного решения смешанной задачи . . . . .	14
Лосев А. Г. Гармонические потенциалы на некомпактных римановых многообразиях . . . . .	14
Лукомский С. Ф., Водолазов А. М. Аппроксимация жесткими фреймами в нульмерных группах . . . . .	14
Магомед-Касумов М. Г. Базисность системы Хаара в весовых пространствах Лебега с переменным показателем . . . . .	15
Малыхин Ю. В. О распределении элементов специальных матриц малого ранга . . . . .	15
Масютин Д. И. Вложение классов функций обобщенной ограниченной вариации в классы функций с фрактальным графиком . . . . .	15
Мингачев А. Н., Волосивец С. С. Абсолютная сходимость рядов по мультипликативным системам . . . . .	15
Нараленков К. М. $A$ -интеграл для измеримых по Риману векторнозначных функций . . . . .	16
Насыров С. Р. Свойства линий уровня биполярной функции Грина на торе и разложение Наттолла . . . . .	16
Новиков С. Я., Терехин П. А. Системы векторов, восстанавливающие сигнал по модулям измерений в гильбертовом пространстве . . . . .	17
Пастухов М. С. Разложение первой компоненты вектор-функции по собственным функциям одной дифференциальной оператор-функции . . . . .	17
Писаренкова Е. Д., Тихонов И. В. О явных аналитических формулах в нелокальной задаче теплопроводности . . . . .	17
Плещева Е. А. Периодические интерполяционно-ортогональные $n$ -раздельные всплески . . . . .	17
Плотников М. Г. О проблемах единственности для рядов по ортогональным системам . . . . .	18
Подклетнова С. В. Специальные классы решений для уравнения Эйлера-Дарбу с двумя линиями вырождения . . . . .	18
Пьянков А. Д. Неравенство разных метрик для дискретных норм люксембурга в пространстве векторов . . . . .	19
Рыхлов В. С. О решении начально-граничной задачи для волнового уравнения со смешанной производной и потенциалом общего вида . . . . .	19
Садекова Е. Х. Об одной специальной задаче для чётных полиномов, наименее уклоняющихся от нуля . . . . .	19
Семенова Т. Ю. Оценка скорости сходимости в принципе локализации Римана	19
Степович М. А., Серегина Е. В. О проекционном методе решения уравнения теплопроводности с сосредоточенной теплоёмкостью . . . . .	20
Теляковский Д. С., Рубинштейн А. И. О производных числах функций класса $H^\omega$ . . . . .	20
Тришин П. В. О разрешимости разностных уравнений в классе рациональных функций . . . . .	20

Филатов В. В. Сохранение массивности при вариациях потенциала . . . . .	21
Филиппов В. И. Разложение элементов пространств $L_p\{(0, 1]^m\}$ , $p \geq 1$ , по системам из сжатий и сдвигов одной функции с коэффициентами в виде простых чисел . . . . .	21
Хасянов Р. Ш. Радиус Бора и оператор свёртки Адамара . . . . .	22
Хромов А. П. Расходящиеся ряды и обобщенная смешанная задача для однородного волнового уравнения с нулевой начальной скоростью . . . . .	22
Хромова Г. В. Разрывный оператор Стеклова и полиномиальные сплайны . . . . .	23
Шакиров И. А. О последовательном улучшении точности аппроксимации константы Лебега оператора Фурье логарифмическо-дробно-рациональными функциями . . . . .	23
Шах-Эмиров Т. Н. О сходимости рядов Фурье – Якоби в пространствах Лебега с переменным показателем . . . . .	23
Шерстюков В. Б., Тихонов И. В. Примеры экспоненциальной сходимости полиномов Бернштейна к своей порождающей функции . . . . .	24

## **Оптимизация алгоритмов моделирования динамики комбинированных систем**

**Андрейченко Д. К., Мельничук Д. В., Роках Г. Е. (Саратов,  
Россия)**

andreichenkodk@gmail.com, melnichukdv@sgu.ru, g.rokah@yandex.ru

Предложена оптимизация алгоритмов моделирования переходных процессов в нелинейных комбинированных динамических системах на основе проекционного метода Галеркина и «жестко устойчивых» методов численного интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений.

## **О поведении кратных прямоугольных сумм Фурье**

**Н. Ю. Антонов (Екатеринбург, Россия)**

Nikolai.Antonov@imm.uran.ru

В докладе планируется рассмотреть вопросы сходимости почти всюду тригонометрических рядов Фурье. Будут обсуждаться как известные, так и недавние результаты о сходимости почти всюду одномерных сумм Фурье и кратных прямоугольных сумм Фурье в терминах принадлежности порождающих их функций классам Орлича или ограничений на модуль непрерывности этих функций. Предполагается сформулировать ряд нерешенных проблем.

## **Градиентные методы минимизации**

**М. В. Балашов (ИПУ РАН, Москва, Россия)**

balashov73@mail.ru

В работе обсуждается современное состояние дел в градиентных методах решения задач поиска минимума функции на множестве: методе проекции градиента и методе условного градиента. Будут сформулированы результаты о линейной сходимости для выпуклых задач, а также рассмотрены возможные обобщения этих результатов на невыпуклый случай.

## **Представляющие системы из воспроизводящих ядер в пространствах аналитических функций**

**Т. Г. Батенёв (Санкт-Петербург, Россия)**

tbatenev@mail.ru

В работе элементарными методами построены представляющие системы из воспроизводящих ядер в пространстве  $H^p$ ,  $1 \leq p < \infty$ , в шаре, полидиске и полуплоскости.

## **Об определении обобщенной вариации функции через двумерные колебания**

**А. Н. Бахвалов (Москва, Россия)**

an-bakh@yandex.ru

Показано, что для некоторых двумерных классов Ватермана в определении класса нельзя заменить смешанное приращение двумерным колебанием, т.е. точной верхней гранью смешанных приращений по вложенным прямоугольникам.

## **О сечениях солнц в трёхмерных цилиндрических пространствах**

**Б. Б. Беднов (Москва, Россия)**

bednov\_b\_b@staff.sechenov.ru

Сечение солнца плоскостью уровня крайнего функционала в трёхмерном цилиндрическом пространстве остаётся солнцем в соответствующей норме.

## **Обратная спектральная задача для дифференциальных операторов высших порядков**

**Н. П. Бондаренко (Саратов, Россия)**

bondarenkonp@sgu.ru

В статье рассматривается обратная спектральная задача, состоящая в восстановлении дифференциального выражения произвольного порядка  $n \geq 2$  с коэффициентом-распределением по спектральным данным —

собственным значениям  $(n - 1)$  краевой задачи с распадающимися условиями и соответствующим весовым числам. Представлена теорема единственности решения обратной задачи, кратко описан конструктивный метод ее решения, сформулированы необходимые и достаточные условия разрешимости.

## **Оценки радиуса Кёбе и тейлоровских коэффициентов гармонических отображений с ограниченной аналитической дилатацией**

**М. А. Боровиков (Москва, Россия)**

misha.borovikov@gmail.com

Классическим результатом геометрической теории функций является теорема Кёбе об  $\frac{1}{4}$ , которая утверждает, что для любой однолистной голоморфной в единичном круге функции с нормировкой  $f(0) = 0, f'(0) = 1$  образ круга  $B(0, 1)$  содержит круг радиуса  $\frac{1}{4}$  (назовём такой радиус радиусом Кёбе). Кроме того, в 1984 году де Бранжем была доказана точная оценка на тейлоровские коэффициенты таких функций. В тоже самое время, аналогичные задачи для класса гармонических отображений единичного круга с нормировкой  $f(0) = f_{\bar{z}}(0) = 0, f_z(0) = 1$  не решены. В докладе планируется рассказать о новой оценке радиуса Кёбе для класса гармонических отображений с аналитической дилатацией, ограниченной сверху в круге величиной  $k|z|^n, k \leq 1, n \geq 1$ . Из этой оценки, в частности, вытекает оценка второго тейлоровского коэффициента голоморфной части функций заданного класса.

## **О совместных оценках корней и тейлоровских коэффициентов целых функций логарифмического порядка**

**Г. Г. Браичев (Москва, Россия)**

Braichev@mail.ru

Приводятся точные асимптотические соотношения, связывающие нули и тейлоровские коэффициенты целых функций логарифмического роста. В случае "правильного поведения" функций получаем асимптотические равенства.

## **О некоторых свойствах операторов с ИНВОЛЮЦИЕЙ**

**М. Ш. Бурлуцкая, Е. И. Григорьева (Воронеж, Россия)**  
bmsh2001@mail.ru, elenabiryukova2010@yandex.ru

В работе приводятся результаты по исследованию спектральных свойств операторов с инволюцией.

## **Об успокоении системы управления произвольного порядка с глобальным последствием на дереве**

**С. А. Бутерин (Саратов, Россия)**  
buterinsa@sgu.ru

Исследуется задача об успокоении управляемой системы, описываемой функционально-дифференциальными уравнениями натурального порядка  $n$  нейтрального типа с негладкими комплексными коэффициентами на произвольном дереве с глобальным запаздыванием. Последнее означает, что запаздывание распространяется через внутренние вершины дерева. Минимизация функционала энергии системы приводит к вариационной задаче. Установлена ее эквивалентность некоторой самосопряженной краевой задаче на дереве для уравнений порядка  $2n$  с нелокальными квазипроизводными и разнонаправленными сдвигами аргумента, а также условиями типа Кирхгофа, возникающими во внутренних вершинах. Доказана однозначная разрешимость обеих задач.

## **Случайные меры**

**А. И. Буфетов (Москва, Россия)**  
bufetov@mi-ras.ru

Исследование мультипликативного хаоса восходит к знаменитому циклу работ Андрея Николаевича Колмогорова о гидродинамической турбулентности. Сегодня случайные меры возникают в самых разных задачах. Я постараюсь дать обзор этой быстро развивающейся области с акцентом на разные конструкции экспоненты случайного поля.



## О периодическом аналоге одного интегрального преобразования

В. Б. Васильев, А. Б. Афанасьева, А. Б. Каманда Бонгай  
(Белгород, Россия)  
vbv57@inbox.ru

В работе рассматривается периодический аналог одного интегрального преобразования, которое применялось для построения решений дискретных эллиптических псевдодифференциальных уравнений в конических областях. Рассмотрен случай угла на плоскости и выписан явный вид этого преобразования, содержащий периодический аналог преобразования Гильберта.

## Приближение полиномами Хаара и Уолша в весовых обобщенных гранд пространствах Лебега

С.С. Волосивец (Саратов, Россия), Б. И. Голубов  
(Долгопрудный, Россия)  
volosivetsss@mail.ru, golubovboris1939@gmail.com

В настоящей статье мы приводим прямые теоремы приближения полиномами Хаара и Уолша в весовом гранд пространстве Лебега. Также изучается порядок приближения средними Бореля, Эйлера, Зигмунда-Рисса и Нерлунда рядов Фурье-Уолша-Пэли в упомянутом выше пространстве.

## Теорема типа Джексона о приближении алгебраическими многочленами в равномерной метрике с весом Лагерра

Р. М. Гаджимирзаев (Махачкала, Россия)  
ramis3004@gmail.com

И.И. Шаралудинов при исследовании аппроксимативных свойств частичных сумм специального ряда по полиномам Лагерра ввел взвешенную величину наилучшего приближения  $E_n(f, u_r)$ , зависящую от параметра  $r$ . В настоящей работе для этой величины при  $r = 1$  доказана теорема типа Джексона.

# Неравенство Бернштейна в $L_p$ со степенным весом при $p > 0$

Д. В. Горбачев (Тула, Россия)

dvgmail@mail.ru

Хорошо известно весовое тригонометрическое неравенство Бернштейна в  $L_p$  при  $p > 0$  для Delta2-весов и не только, которое активно изучалось многими авторами в связи с обратными теоремами теории приближений. Естественной задачей является обобщение данных результатов на случай целых функций экспоненциального типа. В этом случае неравенство Бернштейна, причем с точной константой, хорошо известно в  $L_p$  на оси без веса, где усилиями Ахиезера, Раахмана и Шмайсера оно доказано при всех  $p > 0$ . Весовой случай изучался Любинским. Он доказал неравенство Бернштейна для Delta2-весов с некоторыми дополнительными условиями на них. Под эти условия, в частности, не подходит обычный степенной вес. В связи с гармоническим анализом Данкля было интересно рассмотреть именно этот случай. В итоге, при помощи неравенства Планшереля–Поля и теоремы о передискретизации удалось доказать неравенство Бернштейна при всех  $p > 0$  для обычной производной и, как следствие, дифференциально-разностного оператора Данкля. Хотя при  $p > 1$  последний случай также вытекает из ограниченности операторов Рисса–Данкля и дробной степени лапласиана Данкля.

# Обобщенная локализация для кратных рядов Фурье функций из $L_2$ по некоторой подпоследовательности

Д. А. Графов (Москва, Россия)

gr\_fov@mail.ru

Найдены структурно-геометрические характеристики множеств, на которых справедлива слабая обобщенная локализация почти всюду для кратных тригонометрических рядов Фурье функций из  $L_2$ , в случае, когда прямоугольные частичные суммы этих рядов имеют “номер”, в котором некоторые компоненты являются элементами лакунарных последовательностей.

# Разложение первой компоненты вектор-функции по собственным элементам одного дифференциального пучка с граничными условиями Неймана

**В. С. Гуреев (Саратов, Россия)**  
gureev.vladislav@yandex.ru

В статье рассматривается обыкновенный дифференциальный квадратичный пучок второго порядка с постоянными коэффициентами и граничными условиями Неймана. Находятся собственные значения и собственные элементы этого пучка. Проводится его линеаризация и находится его резольвента, а именно находится функция Грина. В заключении формулируется теорема о разложении первой компоненты и поясняется где она используется.

## **Об остром минимуме в задаче чебышевского приближения**

**С. И. Дудов, М. А. Осипцев (Саратов, Россия)**  
DudovSI@info.sgu.ru Osipcevm@gmail.com

Показано, что решение задачи наилучшего равномерного приближения непрерывной функции полиномом по чебышевской системе функций характеризуется острым минимумом. А именно, имеет место линейная оценка роста отклонения целевой функции коэффициентов полинома данной задачи от её минимального значения относительно отклонения вектора вектора коэффициентов от оптимального.

## **Об условиях экстремума энергетического функционала в классе разрывных функций**

**М. Б. Зверева (Воронеж, Россия)**  
margz@rambler.ru

В настоящей работе вариационными методами получены необходимое и достаточное условия экстремума функционала потенциальной энергии для цепочки стилтьесовских струн, расположенной вдоль отрезка  $[0, l]$ . При этом предполагается, что в точках  $x = 0$  и  $x = l$  установлены ограничители на перемещение струн под воздействием внешней силы. Соответствующий аналог уравнения Эйлера представлен в виде интегро-дифференциального уравнения с производной по мере и обобщенным интегрированием по Стильтесу. В точках  $x = 0$  и  $x = l$  установлены нелинейные краевые условия. Доказаны существование и единственность решения полученной краевой задачи.

## Об одной последовательности функций с полным спарком

И. М. Избяков (Самара, Россия)

izbyakov.im@ssau.ru

Доказано, что последовательность функций  $\varphi_n(t) = e^{a_n t}$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$  имеет полный спарк в пространстве  $L_2[0, 1]$ , но не является ни бесселевой последовательностью, ни фреймом.

## Множества единственности для подсистем системы Виленкина–Крестенсона

А. Д. Казакова, М. Г. Плотников (Москва, Россия)

anna.kazakova@math.msu.ru, mikhail.plotnikov@math.msu.ru

Изучаются множества единственности для некоторых подсистем системы Виленкина–Крестенсона. Приводится  $p$ -ичный аналог теоремы Стечкина–Ульянова о множествах единственности для системы Радемахера.

## Об открывающих отображениях и их приложениях

С. И. Калмыков (Москва, Россия; Шанхай, КНР)

kalmykovsergei@sjtu.edu.cn

Мы обсуждаем существование и единственность рациональных конформных отображений, обратные к которым открывают конечное число дуг на комплексной плоскости. Также нас будут интересовать связанные с такими отображениями вопросы и приложения, например, интерполяция, численные методы и полиномиальные неравенства.

## О восстановлении интегрируемых функций

А. Д. Кашина, П. В. Павлова, М. Г. Плотников (Москва, Вологда, Россия)

alisa.kashina@math.msu.ru, pavlovapv2020@gmail.com,  
mikhail.plotnikov@math.msu.ru

Рассматриваются задачи о точном и приближенном восстановлении интегрируемых функций по их значениям на множестве малой меры. В качестве классов функций берутся классы Коробова на окружности  $\mathbb{T}$ .

**Метрика Хаусдорфа  
в задачах математической физики  
с разрывными данными**  
А. Б. Костин, В. Б. Шерстюков (Москва, Россия)  
abkostin@yandex.ru, shervb73@gmail.com

На примере задачи Коши для одномерного уравнения теплопроводности обсуждается вопрос о характере приближения решения к начальному условию в хаусдорфовой метрике. В качестве начального условия выбрана простейшая разрывная функция  $u_0(x) = \operatorname{sgn} x$ . Для хаусдорфова расстояния между решением, задаваемым формулой Пуассона, и функцией  $u_0(x)$  найдены двусторонняя оценка и асимптотика. Аналогичная модельная задача рассмотрена для уравнения Лапласа в верхней полуплоскости. Доказаны соответствующие двусторонняя оценка и асимптотика хаусдорфова расстояния.

**Синус и косинус-преобразования Фурье из  
классов Липшица**

Ю.И. Кротова (Саратов, Россия)  
julia.krotova.sgu@gmail.com

Для функций  $f \in L^1(\mathbb{R}_+)$  с косинус- (синус-) преобразованием Фурье  $\widehat{f}_c$  ( $\widehat{f}_s$ ) мы приводим необходимые и достаточные условия принадлежности  $\widehat{f}_c$  ( $\widehat{f}_s$ ) обобщенным классам Липшица  $H^{\omega,m}$  и  $h^{\omega,m}$  в терминах поведения некоторых интегралов связанных с  $f$  или скорости убывания  $f$  в бесконечности. Также получено условие существования производной Шварца для косинус- или синус-преобразований Фурье в точке.

**О решениях систем дифференциальных  
уравнений с нелинейной зависимостью от  
спектрального параметра**

М. А. Кузнецова (Саратов, Россия)  
kuznetsovama@info.sgu.ru

Рассматривается система дифференциальных уравнений первого порядка на полуоси с суммируемыми коэффициентами и нелинейной зависимостью от спектрального параметра. Получены наборы решений, имеющие экспоненциальные асимптотики и свойства аналитичности по спектральному параметру в некоторых секторах. Эти результаты являются основой для исследования спектральных свойств операторов высокого порядка с коэффициентами-распределениями.

## **Односторонние неравенства дискретизации и восстановление по выборке**

**И. В. Лимонова, Ю. В. Малыхин, В. Н. Темляков**  
(Москва, Россия)

limonova\_irina@rambler.ru, malykhin@mi-ras.ru, temlyak@math.sc.edu

В последнее время в ряде работ результаты о дискретизации по значениям в точках успешно применялись в задачах восстановления по выборке. Более того, оказалось, что для некоторых из этих приложений достаточно иметь одностороннее неравенство дискретизации. Это обстоятельство побудило нас к изучению односторонних неравенств дискретизации и их приложений к задачам восстановления по выборке.

## **Метод Фурье и построение обобщенного решения смешанной задачи для неоднородного волнового уравнения**

**И. С. Ломов (Москва, Россия)**

lomov@cs.msu.ru

При минимальных условиях на правую часть волнового уравнения построено обобщенное решение смешанной задачи. Решение представлено в виде ряда из метода Фурье, найдена его сумма. Приведен вид обобщенного решения смешанной задачи для неоднородного телеграфного уравнения.

## **Гармонические потенциалы на некомпактных римановых многообразиях**

**А. Г. Лосев (Волгоград, Россия)**

alexander.losev@volsu.ru

Данная работа посвящена развитию емкостной техники, связанной с понятием массивного множества, в исследовании асимптотического поведения гармонических функций на некомпактных римановых многообразиях. В том числе, построена компактификация римановых многообразий, обеспечивающая точное описание пространств гармонических функций.

## **Аппроксимация жесткими Фреймами в нульмерных группах**

**С. Ф. Лукомский, А. М. Водолазов (Саратов, Россия)**

LukomskiiSF@info.sgu.ru VAM21@yandex.ru

В нульмерных группах получена общая оценка аппроксимации жесткими фреймами функций, из которой следует оценка аппроксимации для функций из пространств Соболева с логарифмическим весом.

## **Базисность системы Хаара в весовых пространствах Лебега с переменным показателем**

**М. Г. Магомед-Касумов (Махачкала, Владикавказ, Россия)**  
rasuldev@gmail.com

Получены необходимые и достаточные условия на вес, при которых система Хаара является базисом в весовом пространстве Лебега с переменным показателем.

## **О распределении элементов специальных матриц малого ранга**

**Ю. В. Малыхин (Москва, Россия)**  
malykhin-yuri@yandex.ru

Известно, что для нетривиальной аппроксимации единичной матрицы размера  $N * N$  требуются матрицы ранга  $c * \log(N)$ . Мы докажем, что такие матрицы не могут быть разреженными и получим некоторые количественные оценки на величину их элементов.

## **Вложение классов функций обобщенной ограниченной вариации в классы функций с фрактальным графиком**

**Д. И. Масютин (Екатеринбург, Россия)**  
newselin@mail.ru

Для непрерывной на отрезке вещественнозначной функции  $f$  вводится понятие модуля фрактальности  $\nu(f, \varepsilon)$ , сопоставляющего каждому  $\varepsilon > 0$  минимальное число квадратов, со сторонами длины  $\varepsilon$ , параллельными осям координат, которыми можно покрыть график функции  $f$ . Для невозрастающей функции  $\mu : (0, +\infty) \rightarrow (0, +\infty)$  рассматривается класс  $F^\mu$  непрерывных на отрезке функций таких, что  $\nu(f, \varepsilon) = O(\mu(\varepsilon))$ . Описано соотношение классов  $F^{\mu_1}$  и  $F^{\mu_2}$  при различных  $\mu_1$  и  $\mu_2$ . Установлена связь между классами  $F^\mu$  и классами непрерывных функций ограниченной вариации  $BV_\Phi[a, b] \cap C[a, b]$  для произвольных выпуклых функций  $\Phi$ .

# Приближение линейными средними рядов Фурье по мультипликативным системам в пространствах $S_p(\chi)$

А. Н. Мингачев, С. С. Волосивец (Саратов, Россия)  
VolosivetsSS@mail.ru

Даны оценки приближения средними Зигмунда-Рисса, Эйлера и Абеля-Пуассона в пространствах  $S_p(\chi)$  функций  $f$  с конечной нормой, равной  $l^p$ -норме последовательности коэффициентов Фурье ( $1 \leq p < \infty$ ) по мультипликативной системе через подходящий  $K$ -функционал. Для этого  $K$ -функционала получаем прямые и обратные теоремы приближения. Также характеризуются классы Липшица, связанные с пространствами  $S_p(\chi)$  и стандартным модулем непрерывности, в терминах приближения указанными выше средними.

## $A$ -интеграл для измеримых по Риману векторнозначных функций

К. М. Нараленков (Москва, Россия)  
naralenzov@gmail.com

В настоящей работе предложены два возможных обобщения  $A$ -интеграла в классе измеримых по Риману функций, изучены их основные свойства, а также взаимосвязь друг с другом и с интегралом Биркгофа.

## Свойства линий уровня биполярной функции Грина на торе и разложение Наттолла

С. Р. Насыров (Казань, Россия)  
semen.nasyrov@yandex.ru

Мы изучаем биполярную функцию Грина на трехлистной римановой поверхности, являющейся комплексным тором. Нахождение ее нулевых линий уровня дает возможность описать разложение Наттолла этого тора. Это разложение связано с нахождением максимальных областей сходимости аппроксимантов Паде-Эрмита в случае приближения ими многозначных аналитических функций с тремя особыми точками. Мы даем полное описание топологической структуры разложения Наттолла в случае, когда особые точки располагаются в вершинах равнобедренного треугольника с углом при вершине, не превосходящем  $\pi/3$ . В остальных случаях мы даем такое описание при дополнительном предположении о



геометрической структуре нулевой линии уровня биполярной функции Грина.

## **Системы векторов, восстанавливающие сигнал по модулям измерений в гильбертовом пространстве**

**С. Я. Новиков (Самара, РФ), П. А. Терехин (Саратов, РФ)**  
nvks@ssau.ru, terekhinpa@mail.ru

Рассмотрены системы элементов бесконечномерного гильбертова пространства, которые позволяют восстановить элемент пространства (сигнал) по модулям скалярных произведений сигнала и выбранных элементов. Выявлены различия конечномерной и бесконечномерной моделей для решения проблемы восстановления.

## **Разложение первой компоненты вектор-функции по собственным функциям одной дифференциальной оператор-функции**

**М. С. Пастухов (Саратов, Россия)**  
ritson67@outlook.com

В статье рассматривается обобщенная начально-граничная задача гиперболического типа. Находятся собственные значения и собственные функции соответствующей обыкновенной дифференциальной оператор-функции. После проводится линеаризация рассматриваемой задачи и находится её резольвента. Строится функция Грина. В заключении формулируется теорема о разложении.

## **О явных аналитических формулах в нелокальной задаче теплопроводности**

**Е. Д. Писаренкова, И. В. Тихонов (Москва, Россия)**  
ekaterinapisarenkova@gmail.com, ivtikh@mail.ru

Работа имеет характер краткого обзора. Обсуждается модельная нелокальная задача для одномерного уравнения теплопроводности. Вместо начального условия задан интеграл по времени, взятый от неизвестного решения. Указаны явные аналитические формулы, позволяющие решать поставленную задачу при тех или иных дополнительных предположениях. Используемые подходы допускают перенос на многие другие нелокальные задачи для эволюционных уравнений.

## **Периодические интерполяционно-ортогональные $n$ -раздельные базисы всплесков**

**Е. А. Плещева (Екатеринбург, Россия)**

`eplescheva@gmail.com`

В работе рассматриваются ортонормированный КМА на основе нескольких масштабирующих функций и соответствующие всплески. На основе такого КМА по ортогональным маскам масштабирующих функций строятся маски новых масштабирующих функций, удовлетворяющие условию интерполяционности. Сформулированы условия на маски масштабирующих функций, необходимые и достаточные для того, чтобы сдвиги полученной с использованием таких масок масштабирующих функций образовывали интерполяционно-ортогональную систему на  $\mathbb{R}$ . Построены  $n$ -раздельные интерполяционно-ортогональные базисы кратномасштабного анализа и всплесков на периоде.

## **О проблемах единственности для рядов по ортогональным системам**

**М. Г. Плотников (Москва, Россия)**

`mplotnikov@gmail.com eplescheva@gmail.com`

Изучаются вопросы единственности (множества единственности, проблемы восстановления коэффициентов) для рядов по тригонометрической системе функций, а также системам Уолша и Виленкина-Крестенсона.

## **Специальные классы решений для уравнения Эйлера-Дарбу с двумя линиями вырождения**

**С. В. Подклетнова (Самара, Россия)**

`podkletnova.sv@ssau.ru eplescheva@gmail.com`

В статье представлены специальные классы решений для различных значений параметров нового уравнения в частных производных гиперболического типа. Рассматриваемое уравнение является объединением известного уравнения Эйлера-Пуассона-Дарбу, заданного в характеристических координатах, и его образа относительно оси ординат. Настоящая работа является продолжением исследований уравнения Эйлера-Пуассона-Дарбу, проведённого профессорами Волкодавным В.Ф. и Николаевым Н.Я. в работе [1], а также автора представленной статьи в работах [2] и [3]. Решения, выведенные в поставленных классах, значительно

упрощают дальнейшее изучение как рассматриваемого уравнения, так и уравнения Эйлера-Пуассона-Дарбу.

## **Неравенство разных метрик для дискретных норм Люксембурга в конечномерном пространстве**

**А. Д. Пьянков (Екатеринбург, Россия)**

sascha.pyankow@mail.ru

В работе найдено точное по порядку неравенство разных метрик для дискретных норм Люксембурга в конечномерном пространстве. С помощью этого неравенства, как следствие, получено альтернативное доказательство неравенства Никольского разных метрик для норм тригонометрического полинома в пространствах Орлича.

## **О решении начально-граничной задачи для волнового уравнения со смешанной производной и потенциалом общего вида**

**В. С. Рыхлов (Саратов, Россия)**

RykhlovVS@yandex.ru

Дается решение обобщённой неоднородной начально-граничной задачи для волнового уравнения в полуполосе с нулевым потенциалом. Формулируются достаточные условия, когда это обобщённое решение является классическим. Затем, как приложение этого результата, формулируется теорема об обобщённом решении начально-граничной задачи для аналогичного однородного уравнения с потенциалом общего вида. В заключение формулируются достаточные условия, при которых это обобщённое решение является классическим решением.

## **Об одной специальной задаче для чётных полиномов, наименее уклоняющихся от нуля**

**Е. Х. Садекова (Москва, Россия)**

vetka.08@mail.ru

В работе изучаются тригонометрические полиномы порядка не выше  $n$ . Будет показано, что существуют лишь два, различающиеся знаком, решения задачи о нахождении чётного полинома, наименее отклоняющегося от нуля вне интервала  $(-\delta, \delta)$  и удовлетворяющего определённым свойствам. Приведены точные по порядку оценки нормы указанного полинома необходимые для намеченных приложений.

## Оценка скорости сходимости в принципе локализации Римана

Т. Ю. Семенова (Москва, Россия)

station@list.ru

Для непрерывных периодических функций получена оценка скорости сходимости в утверждении, известном как принцип локализации Римана для тригонометрических рядов. В случае, когда функция обращается в нуль на некотором отрезке, внутри этого отрезка найдена оценка скорости сходимости ряда Фурье к значению функции, близкая к неулучшаемой.

## О проекционном методе решения уравнения теплопроводности с сосредоточенной теплоёмкостью

М. А. Степович\*, Е. В. Серегина\*\* (Калуга, Россия)

\*m.stepovich@mail.ru, \*\*evfs@yandex.ru

В настоящей работе изложены результаты использования проекционного метода наименьших квадратов для решения уравнений теплопроводности с сосредоточенной теплоёмкостью на полупрямой. Дана порядковая оценка погрешности и получено условие вычислительной устойчивости рассмотренной проекционной схемы, соответствующей приближённому решению уравнения теплопроводности с использованием базиса из многочленов Лагерра–Якоби. Приведены результаты расчетов для двумерной модельной задачи.

## О производных числах функций класса $H^\omega$

Д. С. Теляковский, А. И. Рубинштейн (Москва, Россия)

dtelyakov@mail.ru

Получена связь между величинами обобщённых производных чисел функций из класса  $H^\omega[a; b]$  и хаусдорфовой массивностью множеств, в точках которого эти оценки могут выполняться.

## О разрешимости разностных уравнений в классе рациональных функций

П. В. Тришин (Красноярск, Россия)

me@trishin.xyz

В работе получены необходимое условие и достаточное условие разрешимости однородных разностных уравнений с постоянными коэффициентами в классе рациональных функций. Необходимым условием является ограничение на многогранник Ньютона характеристического полинома. В двумерном случае это условие заключается в наличии параллельных сторон у многоугольника. Достаточным условием является равенство нулю определенных сумм коэффициентов уравнения. В случае выполнения достаточного условия решением является класс рациональных функций, знаменатели которых образуют подкольцо в кольце полиномов. Это подкольцо может быть ассоциировано с гранью многогранника Ньютона характеристического полинома уравнения.

## **Сохранение массивности при вариациях потенциала**

**В. В. Филатов (Волгоград, Россия)**

filatov@volsu.ru

Заметим, что вопрос о взаимосвязях между существованием различных множеств до сих пор не изучался. Однако, очевиден тот факт, что из существования  $q$  - массивного множества (ассоциированное с оператором Шрёдингера) следует существование массивного множества. Однако используя уже известные результаты легко получить следующее утверждение: если на многообразии  $M$  существует  $L$  - массивное множество, то на нём существует и  $L_1$  - массивное множество. Как оказалось можно получить более сильное утверждение о том, что всякое  $L$  - массивное множество является  $L_1$  - массивным.

## **Разложение элементов пространств $L_p\{(0, 1]^m\}$ , $p \geq 1$ , по системам из сжатий и сдвигов одной функции с коэффициентами в виде простых чисел**

**В.И. Филиппов (г. Саратов, Россия)**

888vadim@mail.ru

Получено, что можно получать не только целочисленное разложение функций из пространств  $L_p$  по системам состоящих из разных сжатий и сдвигов одной функции, но и разложения с коэффициентами в виде простых чисел. Эти исследования интересны также и специалистам по кодированию и шифровке сигналов.

# Радиус Бора и оператор свёртки Адамара

Р. Ш. Хасянов (Санкт-Петербург, Россия)

st070255@student.spbu.ru

В 1914 году Х. Бор обнаружил следующий интересный факт об оценках сумм коэффициентов степенного ряда в круге, который называется теперь неравенством Бора: пусть  $|\sum_{n \geq 0} a_n z^n| \leq 1$  в единичном круге  $\mathbb{D} = \{|z| < 1\}$ . Тогда  $\sum_{n=0}^{\infty} |a_n| r^n \leq 1$ , если  $0 \leq r \leq 1/3$ . При этом  $1/3$  – неулучшаемая константа. Это утверждение эквивалентно неравенству

$$\sum_{n \geq 0} |a_n| r^n \leq \|f\|_{\infty} := \sup_{z \in \mathbb{D}} |f(z)|, \quad \text{где} \quad f(z) = \sum_{n \geq 0} a_n z^n.$$

Неравенства типа Бора активно изучаются с середины 1990-х годов с тех пор, как П. Диксон применил классическое неравенство Бора для решения давней проблемы о характеристизации банаховых алгебр. Мы вводим понятие радиуса Бора пары операторов. Используя это понятие, мы связываем неравенства Бора и оператор свёртки Адамара  $A_h f(z) := \sum_{n \geq 0} c_n a_n z^n$ ,  $h(z) = \sum_{n \geq 0} c_n z^n$ . Другими словами, мы изучаем неравенства вида

$$\sum_{n \geq m} c_n |a_n| r^{n+l} \leq \|f\|_{\infty}, \quad c_n \geq 0, \quad m \geq 0, \quad m + l \geq 0.$$

Полученные результаты мы применяем к вопросам о радиусе Бора операторов дифференцирования и интегрирования. Также с помощью введённого понятия радиуса Бора пары операторов мы обобщаем теорему Б. Бховмика и Н. Даса о мажорации подчинённых функций. Большая часть доклада основана на следующей работе: R. Khasyanov, The Bohr radius and the Hadamard convolution operator, J. Math. Anal. Appl., 531(1), (2024).

## Расходящиеся ряды и обобщенная смешанная задача для однородного волнового уравнения с нулевой начальной скоростью

А. П. Хромов (Саратов, Россия)

KhromovAP@sgu.ru

На основе законности перестановки операций суммирования и интегрирования тригонометрического ряда Фурье дается решение обобщенной

смешанной задачи для однородного волнового уравнения с нулевой начальной скоростью и условиями закрепления на концах. Решение дается в виде ряда, сходящегося с экспоненциальной скоростью. В случае классического решения этот ряд является таким решением.

## **Разрывный оператор Стеклова и полиномиальные сплайны**

**Г. В. Хромова (Саратов, Россия)**

Khromovagv@sgu.ru

Показано, что сглаживание ломаной, построенной на заданных значениях непрерывной функции с помощью разрывного оператора Стеклова даёт метод построения полиномиальных сплайнов.

## **О последовательном улучшении точности аппроксимации константы Лебега оператора Фурье логарифмическо-дробно-рациональными функциями**

**И. А. Шакиров (Набережные Челны, РФ)**

iskander.sh.57@yandex.ru

Константа Лебега  $L_n$  классического оператора Фурье равномерно приближается логарифмическими функциями, не содержащими и содержащими сдвиг их аргумента, а также логарифмическо-дробно-рациональными функциями; при этом точность приближения константы Лебега последовательно улучшается. Изучение проблемы о наилучшем приближении  $L_n$  на подмножествах множества натуральных чисел позволяет далее решить задачу об аппроксимации константы Лебега с наперед заданной точностью.

## **О сходимости рядов Фурье – Якоби в пространствах Лебега с переменным показателем**

**Т. Н. Шах-Эмиров (Махачкала, Россия)**

email@mail.ru

Б. Мукенхаупт показал, что ряды Фурье по полиномам Якоби  $P_n^{\alpha, \beta}$  сходятся в пространстве  $L_{w_{a,b}}^p(-1, 1)$  при определенных условиях на параметры  $a, b, \alpha, \beta$ . В настоящей работе показано, что если переменный показатель  $p(x)$  удовлетворяет этим условиям в некоторых окрестностях точек  $\pm 1$ , то имеет место сходимость этих рядов в пространстве  $L_{w_{a,b}}^{p(\cdot)}(-1, 1)$ .

## Примеры экспоненциальной сходимости полиномов Бернштейна к своей порождающей функции

В. Б. Шерстюков, И. В. Тихонов (Москва, Россия)  
shervb73@gmail.com, ivtikh@mail.ru

Обсуждается вопрос о скорости сходимости полиномов Бернштейна при специальных ограничениях на порождающую функцию. Показано, что, если порождающая функция имеет в своем составе линейную часть, то скорость сходимости на таком линейном участке будет экспоненциальной. Полученный результат дополняет известную теорему Вороновской. Он полезен при описании сходимости полиномов Бернштейна от кусочно линейных порождающих функций.