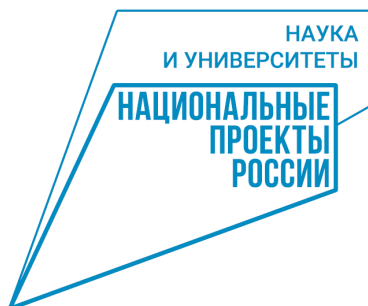


# Международная конференция "Теория функций, теория операторов и квантовая теория информации"

8–12 июня 2024 г., г. Уфа, УУНиТ и online



Steklov International Mathematical Center



## Организации

Институт математики с вычислительным центром  
Уфимского научного центра Российской академии наук, г. Уфа

Научно-образовательный математический центр  
Приволжского федерального округа, г. Казань

Уфимский университет науки и технологий, г. Уфа

Математический институт им. В. А. Стеклова Российской академии наук, г. Москва

Математический центр мирового уровня  
“Математический институт им. В. А. Стеклова Российской академии наук”  
(МЦМУ МИАН), г. Москва

Конференция проводится при финансовой поддержке  
Минобрнауки России (грант НОМЦ ПФО, соглашение № 075-02-2024-1444,  
грант на создание и развитие МЦМУ МИАН, соглашение № 075-15-2022-265).

О мажоризации квантовых каналов распределениями вероятностей

Г.Г. Амосов

По аналогии с теорией мажоризации для распределений вероятностей, введено определение мажоризации квантовых каналов распределениями вероятностей. Приведены примеры, в которых оценка, даваемая мажоризационным неравенством, достигается. Рассказано о приложениях полученных результатов в квантовой теории информации.

Заметки о квантовой сцепленности. От состояний стабилизатора к каналам стабилизатора  
А.Р. Араб

В этом докладе мы обсуждаем математические, физические и вычислительные аспекты формализма стабилизатора, возникающего в квантовой информации и квантовых вычислениях, а именно: Процесс измерения наблюдаемых Паули; Обнаружение подлинной сцепленности; Коды стабилизаторов и квантовая коррекция ошибок; Симплектическая структура формализма стабилизатора; Структура графовых кодов; Расстояние встраиваемых стабилизирующих кодов в решетках; Алгоритм обновления глобальных фаз; Каналы стабилизатора; Проблема теневой томографии. Этот доклад основан на следующей статье: A.R.Arab, *Lecture notes on quantum entanglement: From stabilizer states to stabilizer channels*, *Frontiers of Physics* **19**(5) (2024)

О классах симметричных и асимметричных логик множеств

А.М. Бикчентаев, А.М. Мохамед, Х. Фауаз

Пусть  $\Omega$  – непустое множество. Обозначим через  $2^\Omega$  множество всех подмножеств множества  $\Omega$ . Семейство  $\mathcal{E} \subseteq 2^\Omega$  называется *логикой множеств* на  $\Omega$ , если выполнены условия: (i)  $\Omega \in \mathcal{E}$ ; (ii)  $A \in \mathcal{E} \Rightarrow A^c := \Omega \setminus A \in \mathcal{E}$ ; (iii)  $A \cup B \in \mathcal{E}$  для всех  $A, B \in \mathcal{E}$  с  $A \cap B = \emptyset$ .

Логика множеств  $\mathcal{E}$  называется  $\sigma$ -классом, если  $\{A_n\}_{n=1}^\infty \subset \mathcal{E}$ ,  $A_n \cap A_m = \emptyset$  ( $n \neq m$ )  $\Rightarrow \bigcup_{n=1}^\infty A_n \in \mathcal{E}$ . *Зарядом* на логике множеств  $\mathcal{E}$  называется отображение  $\nu : \mathcal{E} \rightarrow \mathbb{R}$  такое, что  $A, B \in \mathcal{E}$ ,  $A \cap B = \emptyset \Rightarrow \nu(A \cup B) = \nu(A) + \nu(B)$ . *Мерой* на  $\mathcal{E}$  называется заряд  $\nu$  такой, что  $\nu(A) \geq 0$  для всех  $A \in \mathcal{E}$ . Если  $\nu(\Omega) = 1$ , то мера  $\nu$  называется *состоянием* (или *вероятностной мерой*). Изучаемые нами  $\sigma$ -классы, а также заряды и меры на них относятся к “обобщенной теории меры”, которую можно рассматривать как самую близкую к классической (здесь “классическая” означает на “ $\sigma$ -алгебрах множеств”) версию теории меры на квантовых логиках. О квантово-логическом подходе в аксиоматике физических систем см. [1]. Если  $\mathcal{E}$  – логика множеств, то множество  $\mathcal{S}$  всех состояний на  $\mathcal{E}$  полно и пара  $(\mathcal{E}, \mathcal{S})$  удовлетворяет всем требованиям к модели физической системы [1].

В [2] мы продолжили исследования, проведенные многими авторами в 1994–2023 гг., уделяя особое внимание классам а) симметричных и б) асимметричных логик множеств. Нами уточнена аксиоматика асимметричных логик. Для логик  $X(km, k)$  – семейств всех подмножеств  $km$ -элементного множества  $X$ , число элементов которых кратно  $k$  – полностью описаны случаи, когда  $X(km, k)$  а) симметрична или б) асимметрична. Для бесконечного множества  $\Omega$  и натурального числа  $n \geq 2$  построены логики множеств  $\mathcal{E}_\Omega^n$  и полностью описаны случаи,

когда эти логики асимметричны. Для асимметричной логики  $\mathcal{E}$  определено, когда и множество  $A \in \mathcal{E}$ , и  $A^c$  одновременно являются атомами логики  $\mathcal{E}$ . Пусть симметричная логика  $\mathcal{E}$  подмножеств конечного множества  $\Omega$  не является булевой алгеброй, пусть  $\mathcal{A}$  – алгебра подмножеств  $\Omega$  и  $\mathcal{E} \subset \mathcal{A}$ . Тогда существует мера на  $\mathcal{E}$ , которая не продолжается до меры на  $\mathcal{A}$ .

[1] Г.Д. Луговая, А.Н. Шерстнев, *Функциональный анализ: специальные курсы*. М.: Editorial URSS, 2019.

[2] А.М. Бикчентаев, А.М. Мохамед, Х. Фауаз, *О классах симметричных и асимметричных логик множеств*, Математика и теоретические компьютерные науки **2**(1), 16–30 (2024)

### Свойства ландшафтов задач квантового управления

Б.О. Волков

Важная проблема в теории квантового управления состоит в том, чтобы установить, обладает ли целевой функционал задачи квантового управления ловушечным поведением, т.е. существуют ли управления в квантовом ландшафте, из которых трудно выбраться с помощью алгоритмов локального поиска. При управлении одним кубитом такие ловушки не возникают. В докладе будет рассказано, как вырождение и симметрия в энергетических уровнях многоуровневой квантовой системы влияют на ловушечные свойства управления в квантовом ландшафте задачи максимизации среднего квантовой наблюдаемой.

### Квантовая интегрируемость и $C^*$ -алгебры

И.В. Волович

Показано, что уравнение Шредингера в конечномерном гильбертовом пространстве унитарно эквивалентно классической гамильтоновой системе, которая интегрируема в смысле Лиувилля. Обсуждается связь этого наблюдения с общими квантово-динамическими системами и представлениями  $C^*$ -алгебр.

### Мера банахова предела на $L_\infty(\mathbb{R})$

В.А. Глазатов

Доклад посвящён мере, построенной на основе банахова предела на  $L_\infty(\mathbb{R})$ . Такая мера будет называться банаховой мерой. Банахова мера  $\mu_\beta$  строится на  $\sigma$ -алгебре  $\mathcal{L}(\mathbb{R})$  измеримых по Лебегу подмножеств действительной прямой. Она определяется неотрицательным, нормированным, инвариантным к сдвигу непрерывным линейным функционалом  $\beta$  (банаховым пределом). Такая мера будет конечно аддитивной и инвариантной относительно сдвига на любой вектор. С помощью банаховой меры будет изучена купмановская группа оператора сдвига в гильбертовом пространстве.

Пропускная способность квантовых каналов, связанных с элементарным случайным блужданием.

С.В. Гришин

Будет определено семейство квантовых каналов, получающихся ограничением на конечномерные подпространства канала, описывающего элементарное квантовое случайное блуждание. Пропускная способность таких каналов выражается через верхнюю границу Холево, для оценки последней полезно находить минимальную выходную энтропию. Для исследуемых каналов состояния с минимальной выходной энтропией будут найдены методом привлечения комплементарных каналов. Эти состояния позволят оценить верхнюю границу Холево сверху и снизу. Для канала с двумерным входом две оценки совпадают, а если размерность устремить к бесконечности, то они дают интервал длины  $\log(e/2)$ .

О полноте  $C^*$ -соотношений

Р.Н. Гумеров, К.А. Шишкин

Т.А. Лорингом был предложен категорный подход к понятию универсальной  $C^*$ -алгебры, порождённой множеством образующих, удовлетворяющих набору соотношений. В рамках этого подхода рассматриваются категории, называемые  $C^*$ -соотношениями. В докладе обсуждается свойство полноты компактных  $C^*$ -соотношений.

Закон больших чисел для операторов на банаховых пространствах

С.В. Дженжер

Мы рассматриваем случайные операторы  $\Omega \rightarrow \mathcal{L}(\ell_p, \ell_p)$  для некоторого  $1 \leq p < +\infty$ . Закон больших чисел известен в случае  $p = 2$  в форме обычного закона больших чисел, где вместо суммы н.о.р.сл.величин рассматривается композиция полугрупп  $e^{A_i t/n}$ , которая сходится по вероятности к  $e^{EAt}$  при некоторых дополнительных ограничениях. Мы получаем закон больших чисел для  $p \leq 2$  при других ограничениях.

Характеризация информационно-теоретических свойств квантовых каналов

М.А. Еловенкова

Оказалось, что каналы, описываемые схемами стабилизатора без классического управления, которые мы называем неадаптивными каналами Клиффорда, имеют особенно простую структуру и теоретико-информационные свойства. Можно дать характеристику каналам Клиффорда в терминах трех эквивалентных описаний: по свойству полного сохранения стабилизатора, по устойчивости выбранного состояния, по представимости схемы стабилизатора. Канал является изометрическим по Клиффорду, если он полностью сохраняет стабилизатор, или если его текущее состояние - чистый стабилизатор, или если он представлен схемой

изометрического стабилизатора. Свойство полного сохранения стабилизатора уже вытекает из обычного свойства сохранения стабилизатора. Если канал отображает состояния чистого стабилизатора на состояния чистого стабилизатора, это может быть либо канал сброса состояния, либо изометрия Клиффорда. Каналы Клиффорда имеют особенно простую структуру: вплоть до операций унитарного кодирования и декодирования по Клиффорду они могут быть представлены как результат удаления кубита, подготовки начального состояния  $|0\rangle$  и хаотического состояния  $\chi$ , каналов идентификации и каналов полной дефазировки. Это приводит к их простой теоретико-информационной структуре: пропускная способность каналов зависит только от количества идентичных и дефазирующих каналов в обычной форме.

Ландшафт задачи управления для управляемой с помощью измерения вероятности перехода в трёхуровневой системе с динамической симметрией

М.А. Еловенкова, А.Н. Печень

В этом докладе мы обсудим результаты полного анализа ландшафта задачи квантового управления для трехуровневой квантовой системы со спином 1 и с динамической симметрией, находящейся под действием когерентного управления и одного измерения типа фон Неймана. Рассматриваемая система является простейшим примером широкого класса квантовых систем с динамической симметрией. Такие системы обладают постоянной величиной, которая сохраняется при когерентной эволюции, что показывает неуправляемость таких систем с использованием только когерентного управления. Неселективные измерения могут нарушить эту симметрию и увеличить максимальное значение вероятности перехода. Отметим, что такое основанное на измерениях управление отличается как от управления с квантовой обратной связью, так и от управления, основанного на квантовом эффекте Зенона. Для трехуровневой системы максимальная вероятность перехода между основным и промежуточным состояниями только при когерентном управлении составляет  $1/2$ , а при когерентном управлении, дополненном некогерентным управлением, реализуемым путем неселективного измерения основного состояния, составляет около  $0,687$ , как было вычислено ранее аналитическим путем. В этом докладе мы обсудим полное описание всех критических точек кинематического ландшафта квантового управления для этой вероятности перехода с помощью измерения, которая рассматривается как функция углов Эйлера. Мы показываем, что все критические точки — это глобальные максимумы, глобальные минимумы, седловые точки и ловушки второго порядка. Для сравнения мы изучаем вероятность перехода между основным и наиболее возбужденным состояниями, а также случай, когда обе эти вероятности перехода изучаются под действием некогерентного управления, реализуемого путем измерения промежуточного состояния. Работа поддержана грантом РФФИ 22-11-00330.

Сюръективные квадратичные отображения

И.Ю. Ждановский

Во многих областях математики встречаются квадратичные отображения: в анализе - для исследования поведения отображений вблизи критической точки, в механике для изучения робототехники, в геометрии - эти отображения играют одну из важнейших ролей итд.

В 80-х годах был сформулирован вопрос Аграчева: Является ли множество сюръективных квадратичных отображений открытым во множестве всех квадратичных? В случае поля действительных чисел - ответ отрицательный. Мой доклад будет посвящен случаю комплексных чисел. Я расскажу про отображения из  $\mathbb{C}^3$  в  $\mathbb{C}^3$  и из  $\mathbb{C}^4$  в  $\mathbb{C}^3$  и покажу, что в этом случае ответ на вопрос Аграчева - положительный. Доклад основан на совместной работе с А.Куликовым и отдельной работе автора.

Работа выполнена при поддержке гранта РНФ 23-21-00345  
<https://rscf.ru/project/23-21-00345/>

$C^1$ -  $\Omega$ -стабильность косых произведений отображений окружности

Л.С. Ефремова

Сформулирован и доказан критерий  $C^1$ -  $\Omega$ -устойчивости косых произведений отображений окружности на трехмерных торах.

Приведен пример  $C^1$ -гладкого  $\Omega$ -устойчивого косо го произведения отображений окружности на трехмерном торе и изучены аппроксимационные свойства рассматриваемых отображений в  $C^1$ -норме (см. [1]).

Исследование поддержано Российским научным фондом (РНФ), грант № 24-21-00242,  
<https://rscf.ru/en/project/24-21-00242/>.

[1] Efremova L.S.  *$C^1$ -smooth  $\Omega$ -stable skew products and completely geometrically integrable self-maps of 3D-tori, I:  $\Omega$ -stability*, RCD, **29**:3 (2024) (to appear).

Усреднение случайных операторнозначных функций и полугрупп

Р.Ш. Кальметьев

В докладе рассматриваются случайные операторнозначные функции и сильно непрерывные полугруппы, а также связанные с ними дифференциальные уравнения. На основе теоремы Чернова формулируются достаточные условия существования обобщенного математического ожидания для генераторов случайных полугрупп. Полученные результаты иллюстрируются на примере усреднения случайных аффинных преобразований аргумента квадратично интегрируемых функций.

О стратегии прослушивания для протоколов квантовой криптографии на геометрически однородных когерентных состояниях

Т.Р. Клевцов, Д.А. Кронберг

Мы рассматриваем устойчивость квантовых протоколов на геометрически однородных состояниях к атаке разделением по числу фотонов. Стратегия атаки использует постселективную ортогонализацию, возможную с некоторой вероятностью успеха. Мы предлагаем два метода повышения вероятности успешного различения, а именно симметричное объединение операторов атаки и использование дополнительного фотона в качестве помощи. Особое внимание уделено протоколу на 8 состояниях, так как он допускает несколько конфигураций. Мы демонстрируем, что одна из них более уязвима.

О структуре постселективных преобразований квантовых состояний

Д.А. Кронберг

В докладе будут рассмотрены свойства постселективных преобразований квантовых состояний, т.е. преобразований, для которых некоторые классические результаты объявляются "успешными в то время как остальные отбрасываются. Демонстрируется наличие для каждого постселективного преобразования выделенного ортонормированного базиса, для которого преобразование сводится к вероятностной блокировке состояний базиса с последующим детерминированным преобразованием. Также описывается обобщение произвольного постселективного преобразования, которое соответствует его частичному выполнению с заданной вероятностью успеха.

Универсальная  $C^*$ -алгебра, порожденная конусом в группе рациональных чисел

А.С. Куклин, Е.В. Липачева

В докладе будет рассмотрена приведенная полугрупповая  $C^*$ -алгебра для положительного конуса в группе рациональных чисел. Будет дано описание этой алгебры в виде универсальной  $C^*$ -алгебры, порожденной множествами образующих и соотношений.

Предел низкой плотности для квантовых систем с непрерывным спектром

И.А. Лопатин, А.Н. Печень

Рассматривается открытая квантовая система, взаимодействующая с резервуаром в виде идеального Ферми-газа в пределе низкой плотности. Предел низкой плотности задается как

$$n_\varepsilon = \varepsilon n_0, \quad t_\varepsilon = \varepsilon^{-1} t_0, \quad \varepsilon \downarrow 0, \quad (1)$$

где  $n_\varepsilon, t_\varepsilon$  – плотность газа и время наблюдения соответственно. Взаимодействие между системой и резервуаром считается взаимодействием типа рассеяния, когда частицы газа не могут быть поглощены системой и их число постоянно. Мы рассматриваем случай, когда собственное гильбертово пространство системы бесконечномерное, и гамильтониан системы имеет непрерывный спектр. Используется метод квантового аналога цепочки уравнений Боголюбова для исследования общей эволюции системы и  $n$  частиц. Такая эволюция может быть описана в терминах рассеяния одной частицы газа на системе, которое изучается методами стационарной теории рассеяния и с помощью теории Като–Бирмана. Полученные результаты используются для вывода редуцированной динамики системы, т.е. замкнутого описания эволюции системы в пределе (1), свободного от операторов в пространстве резервуара.

Анализ ландшафтов квантового управления для трехуровневых систем типа лямбда-атома с использованием метода GRAPE

А.А. Мячкова, Б.О. Волков, А.Н. Печень

Квантовое управление широко используется в области квантовых технологий. Важной задачей является анализ ландшафтов квантового управления, который позволяет оценить степень сложности нахождения управлений для оптимального манипулирования квантовыми системами в численных или лабораторных экспериментах. Такой анализ включает в себя



исследование ловушек в ландшафтах задач квантового управления. В докладе обсуждается влияние вырождения энергетических состояний на эффективность нахождения оптимального вида управляющего поля для специальных квантовых систем с вырождением либо энергетических уровней, либо частот переходов, включая сравнительный анализ влияния на процесс оптимизации ловушек третьего и седьмого порядка. Мы используем метод локального поиска GRAPE для численного анализа и показываем, что ловушки седьмого порядка существенно замедляют практическую оптимизацию — для таких ловушек область притяжения оказывается существенно больше в сравнении со случаем ловушки третьего порядка. Работа поддержана грантом РФФ 22-11-00330.

### Динамика квантовых состояний и диффузия в гильбертовом пространстве

В.Ж. Сакбаев

Для описания диффузии в гильбертовом пространстве естественно ввести на этом пространстве меру, инвариантную относительно сдвига, для того, чтобы все направления сдвига были равноправны. Однако, в силу теоремы А. Вейля, на гильбертовом пространстве не существует меры, обладающей всеми свойствами меры Лебега на конечномерном евклидовом пространстве. Для изучения явлений диффузии и квантовой динамики вещественное сепарабельное гильбертово пространство снабжается трансляционно-инвариантной неотрицательной конечно-аддитивной мерой. Получено унитарное представление в пространстве квадратично интегрируемых по инвариантной мере функций гильбертова пространства как группы относительно операции сложения. Построенное унитарное представление группы сдвигов на векторы гильбертова пространства не является сильно непрерывным. Найдена максимальная подгруппа сильной непрерывности представления и получено разложение инвариантной меры на эргодические относительно подгруппы сильно непрерывных сдвигов компоненты.

Для исследования диффузии в гильбертовом пространстве исследована полугруппа сверток с гауссовскими мерами на гильбертовом пространстве. Установлено, что полугруппа таких сверток является сильно непрерывной если и только если корень из ковариационного оператора является ядерным. При этом сильно непрерывная полугруппа описывается уравнением диффузии с самосопряженным генератором типа Лапласа-Вольтерра. В противном случае полугруппа сверток с гауссовскими мерами является разрывной полугруппой самосопряженных сжатий. При этом математическое ожидание случайного сдвига аргумента произвольной квадратично интегрируемой функции обращается в нуль во все положительные моменты времени. Это означает, что наблюдение за сверточной эволюцией вектора при аномальной диффузии посредством линейных функционалов фиксирует мгновенное обращение вектора в нуль. Однако наблюдение за сверточной эволюцией вектора при аномальной диффузии посредством квадратичных форм ограниченных линейных операторов фиксирует эволюцию квантового состояния под действием квантовой динамической полугруппы.

Отчасти наблюдаемые эффекты объясняются тем, что в случае сильно непрерывной диффузии каждая эргодическая компонента инвариантной меры инвариантна и относительно случайных сдвигов аргумента, тогда как аномальная диффузия смешивает несчетный набор взаимно сингулярных эргодических компонент.

### Квантовая чувствительность сжатого состояния кота Шредингера

Р. Сингх

Теоретически показано, что может быть достигнута высокая квантовая чувствительность сжатого негауссова состояния (сжатого состояния кота Шредингера) по отношению к гауссовому (когерентному состоянию, сжатому когерентному состоянию) и негауссовому (несжатому состоянию кота Шредингера). Для реализации сжатия негауссова состояния (кота Шредингера) используется параметрический процесс в нелинейном оптическом кристалле. Для визуализации сжатого состояния кота Шредингера со сдвигом и без него вычисляются значения функций Вигнера. Мы проверили анализ для конкретных состояний и полагаем, что наметили общую закономерность.

### Об отсутствиях нарушения неравенства Белла на больших расстояниях

Д.О. Степаненко

В докладе будет обсуждаться вопрос квантовой нелокальности и неравенства Белла. Однако зависимость от пространственно-временных переменных в этом обсуждении обычно игнорируется, что приводит к нарушению условия причинности. Но если учесть пространственную зависимость квантовомеханической волновой функции в экспериментах типа Белла, то оказывается, что на самом деле нарушения неравенств Белла не имеют место, если расстояние между детекторами достаточно велико. Это не противоречит нарушению неравенств Белла, наблюдаемому на малых расстояниях между детекторами. Рассматривая эксперименты типа Белла с зацепленными спиновыми переменными и с зацепленными фотонами полученными с помощью SPDC. В обоих случаях обнаружено, что корреляционная функция уменьшаются при увеличении расстояния между детекторами.

### Супероператорные кинетические уравнения в теории открытых квантовых систем

А.Е. Теретёнков

В докладе обсуждаются квантовые супероператорные линейные кинетические уравнения. Будет показано, что такие уравнения могут быть получены посредством применения проекционных методов к динамическим отображениям, а не к матрицам плотности, как это делается при выводе обычных линейных кинетических уравнений. Будет приведён вид генераторов супероператорных линейных кинетических уравнений в произвольных порядках теории возмущений по константе связи. Кроме того, будут рассмотрены конкретные примеры супероператорных линейных кинетических уравнений во втором порядке теории возмущений.

### Приложения теории $\mathfrak{b}_1$ -непрерывных полугрупп в квантовой механике

А.В. Уткин

Доклад посвящен построению марковских полугрупп однородных случайных процессов на гильбертовом пространстве с помощью аппроксимаций итерациями Чернова марковских операторов дискретных во времени случайных блужданий на гильбертовом пространстве. Показательным примером служит процесс измерения наблюдаемой (например, координаты),

заданной некоторым самосопряженным оператором  $L = L^*$ , и его аппроксимация последовательностью слабых измерений, производимых через равные промежутки времени с помощью инструмента

$$\rho \mapsto \mathbf{M}_t[B](\rho) = \int_B \sqrt{p_t(yI - L)}\rho\sqrt{p_t(yI - L)} dy, \quad B \in B(\mathbb{R}), \rho \in \mathfrak{S}(\mathcal{H}),$$

где  $t > 0$  означает промежуток между измерениями,  $p_t(y)dy$  – вероятностное распределение (см. [1], гл. 4, пример 2).

Мы рассматриваем более общие процессы «линейного» случайного блуждания на сепарабельном гильбертовом пространстве. Используется подход классической теории марковских процессов, в котором марковский оператор имеет вид

$$(\mathbf{F}[G_t]f)(v) = \int d\mathbb{P}(\omega) f(G_t(\omega)v), \quad v \in \mathcal{H}, f \in B_B(\mathcal{H}), G_t : \Omega \rightarrow \mathcal{B}(\mathcal{H})$$

Исследуется возможность приближения марковской полугруппы  $\{\mathbf{T}_t\}$  на пространстве ограниченных борелевских функций  $B_B(\mathcal{H})$  итерациями вида  $\lim_{N \rightarrow \infty} \mathbf{F}[G_{t/N}]^N$ , которые, как оказывается, на достаточно широком подпространстве  $F_G \subset B_B(\mathcal{H})$  в топологии равномерной сходимости на ограниченных множествах приближают bi-непрерывную полугруппу (теория bi-непрерывных полугрупп и их аппроксимаций развита в работах [2-3]), расширяющуюся единственным образом до  $\{\mathbf{T}_t\}$ .

Автор благодарен за полезные обсуждения Г.Г. Амосову, В.Ж. Сакбаеву, Я.А. Киндеркнехт, Б.О. Волкову.

[1] A.S. Holevo. Statistical Structure of Quantum Theory // Quantum Information and Computation 3(2) (2003).

[2] F. Kühnemund. Bi-Continuous Semigroups on Spaces with Two Topologies: Theory and Applications // Ph.D. thesis, Tübingen (2001).

[3] A.A. Albanese, E. Mangino. Trotter-Kato theorems for bi-continuous semigroups and applications to Feller semigroups // J. Math. Anal. Appl. 289, 477–492, (2004).

Порождающие квантовые процессы

Р.Л. Хажин

В докладе будет введено понятие порождающего квантового процесса. Основной целью доклада является рассмотрение свойств таких процессов. Кроме того, будут обсуждаться свойства биективных порождающих квантовых каналов.

Симуляция стабилизаторных CSS схем путём их сведения к классическим схемам

В.В. Яцуевич

Существует множество различных методов моделирования стабилизаторных схем. Особо интересен подкласс схем стабилизаторов, сохраняющих CSS, который является центральным для изучения вещественнозначных квантовых вычислений. В рамках этого доклада будет

представлен разработанный прямой способ преобразования схем стабилизатора, сохраняющих CSS, в классические вероятностные схемы, которые воспроизводят статистику измерений. Этот подход позволяет улучшить моделирование подобных схем. В докладе будут представлены правила перезаписи для схем стабилизаторов с сохранением CSS, описание реализованного симулятора и результаты симуляции данного метода в сравнении с другими существующими алгоритмами.

Китайская теорема об остатках для стабилизаторных схем с произвольными локальными размерностями

В.И. Яшин

Китайская теорема об остатках говорит о том, что арифметика по модулю натурального числа эквивалентна прямому произведению арифметик по модулю степеней простых чисел. В докладе будет показано, что любую стабилизаторную схему над набором частиц с произвольными конечными локальными размерностями можно переписать как набор независимых стабилизаторных схем, каждая из которых состоит из частиц с локальными размерностями – степенями общего простого числа.

Non-Markovian Quantum Stochastic Models

J. Gough

We give a derivation of the non-Markovian quantum state diffusion equation of Diosi and Strunz starting from a model of a quantum mechanical system coupled to a bosonic bath. We show that the complex trajectories arise as a consequence of using the Bargmann-Segal (complex wave) representation of the bath. In particular, we construct a reproducing kernel Hilbert space for the bath auto-correlation and realize the space of complex trajectories as a Hilbert subspace. The reproducing kernel naturally arises from a feature space where the underlying feature space is the one-particle Hilbert space of the bath quanta. We exploit this to derive the unravelling of the open quantum system dynamics and show equivalence to the equation of Diosi and Strunz. We also give an explicit expression for the reduced dynamics of a two-level system coupled to the bath via a Jaynes-Cummings interaction and show that this does indeed correspond to an exact solution of the Diosi-Strunz equation. Finally, we discuss the physical interpretation of the complex trajectories and show that they are intrinsically unobservable.

Динамика полюсов для иерархии Кортевега–де Фриза

А.В. Домрин

Любое локальное голоморфное решение какого-либо из уравнений, входящих в иерархию Кортевега–де Фриза, можно с точностью до постоянного множителя записать как вторую логарифмическую производную некоторой целой функции от пространственной переменной. Мы покажем, что порядок любого нуля этой целой функции имеет вид  $k(k + 1)/2$  для некоторого положительного целого  $k$  и что при эволюции по  $n$ -му потоку иерархии любой ноль

указанного порядка с  $k > n$  моментально распадается на нули порядков  $l(l+1)/2$  для некоторых  $l = 1, \dots, n$ . Обсуждаются вопросы о возможных способах такого распада и об устойчивости движения полюсов решений вдоль заданных комплексных кривых в пространстве двух комплексных переменных.

Энтропийные решения задачи Зарембы (Неймана) в неограниченной области для эллиптического уравнения с мерозначным потенциалом

Ф.Х. Мукминов, О.С. Стехун

Существование энтропийных решений задач Зарембы или Неймана в неограниченной области устанавливается для уравнения вида  $A(u) + b_0(x, u, \nabla u) + b_1(x, u)\mu = f$  с ограниченной мерой Радона  $\mu$ . На рост функций  $b_0, b_1$  по переменной  $u$  не накладывается ограничений, но предполагается возрастание. При некоторых дополнительных ограничениях устанавливается единственность энтропийного решения внешней задачи Зарембы (Неймана).

Д.М. Поляков

В докладе рассматривается задача для двучленного дифференциального оператора четвертого порядка со спектральным параметром в краевых условиях. Основной целью доклада является изучение асимптотики собственных значений и формулы следа для рассматриваемого класса операторов, а также исследование нетривиальных эффектов, которые при этом возникают.

Система Радемахера и оценки для разброса гиперграфов

С.В. Асташкин

Тема доклада – связь между «ослабленной безусловностью» кратной последовательности Радемахера и разбросом гиперграфов. Рассмотрим недавно полученный результат о том, что кратная последовательность Радемахера второго порядка является системой случайной безусловной сходимости в пространстве  $L_\infty$ . На его основе при определенных условиях удастся построить семейство детерминированных весовых гиперграфов с произвольным количеством вершин, для которых нижние оценки для разброса совпадают (по порядку) с универсальными верхними, что свидетельствует об их оптимальности. Результаты получены совместно с К.В. Лыковым.

Рациональные функции, голоморфные по части переменных

Мелихов С.Н.

Исследованы голоморфные в полицилиндрической области функции, рациональные по части переменных при произвольно зафиксированных остальных. Доказано, что такие функции можно представить в виде отношения многочленов, коэффициенты которых голоморфны по остальным переменным. При этом применяется метод Кронекера доказательства рациональности голоморфной в окрестности точки 0 функции одной комплексной переменной, использующий свойства ганкелевых матриц.

Об обратимости оператора свертки, определяемого обратным сдвигом

Иванова О.А.

Пусть  $\Delta$  — отличный от точки отрезок или (открытый) интервал на вещественной прямой, содержащий точку 0. В пространстве целых функций, реализующем посредством преобразования Фурье-Лапласа сопряженное к пространству ультрадифференцируемых или всех бесконечно дифференцируемых функций на  $\Delta$ , исследованы операторы из коммутанта одномерного возмущения оператора обратного сдвига. Доказан критерий их обратимости. При этом применяется теория Рисса-Шаудера, использование которой в подобной ситуации восходит к работам В.А. Ткаченко.

Об обобщении теоремы Вейерштрасса

Кабанко М.В., Малютин К.Г.

Рассматривается представление целой функции в виде канонического произведения, которое является обобщением факторизационной теоремы Вейерштрасса. Получено обобщение теоремы Бореля о порядке канонического произведения. Приведены примеры, которые показывают эффективность применения рассматриваемой теории к практическим вопросам.

Парные корреляции нулей дзета-функции Римана и возмущения самосопряженных операторов

Капустин В.В.

В докладе представлены результаты совместной работы с Д.Н. Запорожцем.

Классический результат Х. Монтгомери состоит в том, что для последовательности нулей дзета-функции Римана преобразование Фурье функции парных корреляций имеет вид  $|t|$  на интервале  $(-1, 1)$ . Согласно недавнему результату автора, само множество нулей дзета-функции после разворота на вещественную прямую реализуется как спектр одномерного несамосопряжённого возмущения самосопряжённого оператора с регулярным спектром. Естественно возникает вопрос: можно ли достичь выполнения свойства Монтгомери с помощью одномерного самосопряжённого возмущения? Основным результатом доклада является отрицательный ответ на этот вопрос; более того, возмущающий оператор при этом не может иметь конечный ранг.

Регулярность роста логарифма модуля суммы ряда Дирихле в полуплоскости сходимости  
Гайсин А.М., Гайсин Р.А., Белоус Т.И.

Доклад посвящен оценке суммы ряда Дирихле, область сходимости которого — полуплоскость, на дуге ограниченного наклона.

Субфункции одной переменной в теории целых функций

Хабибуллин Б. Н., Мурысов Р.Р.

Традиционный аппарат теории роста целых и субгармонических на комплексной плоскости функций дополняется классами  $\pm p$ -степенно выпуклых функций или  $\pm p$ -гиперболически выпуклых функций.

Об асимптотике целой функции специального вида

Семенова Д.В.

Описывается поведение целой функции экспоненциального типа с нулями на вещественной оси.

Спектральный анализ дифференциального оператора четвертого порядка с параметром в краевом условии.

Поляков Д.М.

В докладе рассматривается задача для двучленного дифференциального оператора четвертого порядка со спектральным параметром в краевых условиях. Основной целью доклада является изучение асимптотики собственных значений и формулы следа для рассматриваемого класса операторов, а также исследование нетривиальных эффектов, которые при этом возникают.

Об одном методе рациональных аппроксимаций интегралов типа Римана–Лиувилля на отрезке

Поцейко П.Г., Ровба Е.А.

Цель – исследование рациональных аппроксимаций интегралов типа Римана–Лиувилля, основанное на представлении его плотности рациональным интегральным оператором Фурье–Чебышёва. Получены поточечные и равномерные оценки приближений и установлена зависимость оценок от выбора полюсов аппроксимирующей рациональной функции и положения точки на отрезке. Причем на концах отрезка скорость выше чем в целом на отрезке.

Альтернативно полные системы бесконечномерных гильбертовых пространств

Избяков И.М., Новиков С.Я., Терёхин П.А.

Свойство альтернативной полноты оказалось важным в решении задачи восстановления сигнала по модулям измерений. Будут рассмотрены связи между фреймами и перечисленными в докладе системами в бесконечномерных гильбертовых пространствах.