

Модальные логики предикатов и их модели (2024)

Программа курса

1. Подстановки букв в словах, композиция подстановок.
2. Интуиционистское исчисление высказываний. Суперинтуиционистские логики высказываний.
3. Модальные логики высказываний.
4. Выводимость из гипотез в логиках высказываний. Теорема дедукции. Схемы аксиом вместо правила подстановки.
5. Следствия из теоремы дедукции в модальном и интуиционистском случае.
6. Модальные предикатные формулы. Замены свободных и связанных переменных в предикатных формулах.
Расширенное множество переменных: вспомогательные переменные и константы.
7. Формульные подстановки для предикатных формул. Действие формульных подстановок на формулы.
Прямые и строгие подстановки. Коммутирование формульных подстановок с заменами связанных переменных.
8. Сильная конгруэнтность формул. Конгруэнтность формул. Сохранение конгруэнтности при замене свободных переменных.
Связь сильной и обычной конгруэнтности формул.
9. Сохранение конгруэнтности при прямых формульных подстановках. Непрямое действие формульной подстановки на формулу.
Подстановки конгруэнтных формул дают конгруэнтные формулы.
10. Коммутирование формульных подстановок с заменами свободных и вспомогательных переменных.
11. Композиция формульных подстановок. Подстановочное замыкание множества формул.
12. Интуиционистская логика предикатов и ее расширения. Выводимость, правила Бернайса.
13. Теорема о дедукции для суперинтуиционистских предикатных логик.
14. Правила монотонности для кванторов. Эквивалентная замена. Допустимость правила конгруэнтности.
15. Универсальное замыкание. Схемы аксиом вместо правила подстановки в интуиционистских логиках предикатов. Аксиоматизация интуиционистской логики при помощи схем аксиом.
16. Модальные логики предикатов. Выводимость, теорема о дедукции.
17. Схемы аксиом вместо правил подстановки в модальных логиках предикатов. Аксиоматизация модальной логики **QK** при помощи схем аксиом.
18. Примеры теорем в логиках предикатов. Взаимодействие кванторов с модальностями.
19. Пропозициональный фрагмент предикатной логики. Преобразование предикатных формул в пропозициональные. Преобразование теорем и подстановочных замыканий.
20. Консервативность минимального предикатного расширения пропозициональной логики. Консервативность других расширений.

21. Перевод Гёделя - Тарского интуиционистских предикатных формул в модальные. Перевод суперинтуиционистских логик в расширения $QS4$.
22. Суперинтуиционистские фрагменты расширений $QS4$.
23. Пропозициональные и предикатные шкалы и модели Крипке. Истинность в точке модели Крипке и общезначимость на шкале Крипке.
24. Связь предикатной и пропозициональной общезначимости для пропозициональных формул.
25. Корректность пропозициональной семантики Крипке.
26. Корректность предикатной семантики Крипке для логик QL .
27. Формула Баркан: невыводимость в QK и условие общезначимости.
28. Интуиционистские шкалы и модели Крипке. Интуиционистская истинность и общезначимость.
29. Связь интуиционистской и модальной истинности (общезначимости).
30. Корректность предикатной семантики Крипке для суперинтуиционистских логик QL .
31. Интуиционистская формула постоянных областей (CD).
32. Предикатные теории. Выводимость формул с константами в логике и в теории. Лемма о новой константе.
33. Теорема о дедукции для модальных предикатных теорий. Добавление необходимости.
34. L-непротиворечивые и L-максимальные теории. Свойства L-максимальных теорий. Лемма Линденбаума.
35. Малые теории. Свидетели, теории Хенкина. Экзистенциальное свойство L-максимальных теорий Хенкина.
Добавление свидетелей. Расширение малой L-непротиворечивой теории до малой L-непротиворечивой теории Хенкина.
36. L-плейсы. Каноническая модель Крипке для модальной логики. Лемма о потомках L-плейсов.
37. Основная теорема о канонической модели для модальных логик. Полнота по Крипке. Канонические логики.
38. Примеры канонических и неканонических модальных логик.
39. Селективные подмодели Крипке. Квазиканонические логики.
40. Аксиомы ограниченной альтернативы, их условия общезначимости. Квазиканоничность предикатных логик с аксиомами ограниченной альтернативы.
41. Порожденные подмодели, их селективность. Порожденные подшкалы Крипке, сохранение общезначимости.
42. Каноническая модель расширения модальной логики.
43. Сохранение квазиканоничности при добавлении 0-пропозициональных аксиом.
44. Каноническая модель с постоянной областью для модальных логик с формулой Баркан.
45. C-канонические модальные логики; примеры.
46. Пары интуиционистских теорий. L-непротиворечивые пары и L-простые теории. Интуиционистский аналог леммы Линденбаума.
47. Свойства L-простых теорий.

48. Интуиционистский аналог леммы Хенкина.
49. L-плейсы в интуиционистском случае. Построение L-плейсов из L-непротиворечивых пар.
50. Интуиционистская каноническая модель. Основная теорема о канонической модели. Полнота QH.
51. Каноническая модель с постоянной областью для суперинтуиционистских логик с формулой CD.
52. Полнота QH+CD. Полнота QH+CD с аксиомой линейности Дамметта.
53. Интуиционистские аксиомы равенства. Суперинтуиционистские логики с равенством; логики вида $L^{\bar{=}}$.
54. Модальные аксиомы равенства. Модальные логики с равенством; логики вида $L^{\bar{=}}$.
55. Шкалы и модели Крипке с равенством. Теоремы корректности семантики Крипке с равенством в интуиционистском и модальном случае.
56. Нормальные шкалы Крипке с равенством. Неполнота $QK^{\bar{=}}$ и $QH^{\bar{=}}$ относительно нормальных шкал с равенством.
57. Полнота $QK^{\bar{=}}$ и $QH^{\bar{=}}$ относительно произвольных шкал с равенством.
58. Пример модальной логики предикатов, неполной в семантике Крипке.