Традиционная зимняя сессия МИАН–ПОМИ, посвященная теме «Комплексный анализ»

Аннотации докладов

Ю. С. Белов (*СПбГУ*)

Регулярность роста экспоненциального типа в канонической системе

Пусть m — мера на вещественной прямой суммируемая с весом $1/(1+t^2)$. В начале 1960-х годов Л. де Бранж доказал, что пространство $L^2(m)$ исчерпывается цепочкой пространств целых функций (пространств де Бранжа), изометрически вложенных в $L^2(m)$. Экспоненциальный тип меры m — это супремум экспоненциальных типов целых функций из цепочки. Найти тип данной меры — классическая задача анализа («проблема типа»), интерес к которой не спадает вот уже более 60 лет. М. Г. Крейн обнаружил глубокие связи «проблемы типа» со спектральной теорией и теорией дифференциальных операторов второго порядка. В докладе речь пойдет о смежной проблеме. При каких условиях на меру m пространство из цепочки однозначно определяется своим экспоненциальным типом? Докладчиком получены некоторые необходимые условия, гарантирующие это свойство.

* * *

И. В. Белошапка (*МИАН*)

Гармонические 2-сферы в пространстве петель

Мотивировкой для изучения гармонических 2-сфер в пространстве петель ΩG калибровочной компактной группы Ли G является гипотеза А. Г. Сергеева. Она утверждает, что существует биективное соответствие между пространством параметров центрированных гармонических отображений степени k в пространство петель ΩG и пространством параметров k-связностей Янга–Миллса в G-главном расслоении над $\mathbb{R}^4$ по модулю центрированных калибровочных преобразований.

Пространство петель группы Ли G можно изометрически вложить в грассманиан Гильберта–Шмидта (бесконечномерный аналог грассманова многообразия, в котором векторное пространство заменяется на поляризованное гильбертово пространство). Таким образом, мы переходим к изучению гармонических 2-сфер в грассманиане Гильберта–Шмидта (которое является кэлеровым гильбертовым многообразием).

Возможен твисторный подход к описанию гармонических 2-сфер в грассманиане Гильберта–Шмидта: в качестве твисторного многообразия нужно рассмотреть флаговое многообразие Гильберта–Шмидта с некоторой почти комплексной структурой. В докладе я расскажу о некоторых результатах, касающихся соответствия между гармоническими отображениями из произвольной римановой поверхности в грассманиан Гильберта–Шмидта и псевдо-голомофными отображениями из этой римановой поверхности во флаговое многообразие Гильберта–Шмидта.

* * *

В. И. Буслаев (*МИАН*)

Аналог теоремы Гончара для m-точечного варианта гипотезы Лейтона

В докладе теорема Гончара о справедливости гипотезы Лейтона для произвольных неубывающих последовательностей показателей общих C-дробей будет распространена на непрерывные дроби более общего вида.

* * *

Е. С. Дубцов (*ПОМИ*)

***Операторы композиции между пространствами Блоха и* ВМОА**

В докладе будет доказано, что голоморфное отображение между комплексными шарами порождает ограниченный оператор композиции между соответствующими пространствами Блоха и ВМОА тогда и только тогда, когда рассматриваемое отображение попадает в гиперболический класс BMOA_h. Данная задача была сформулирована П. Ахерном и У. Рудиным в 1987 году.

* * *

С. В. Кисляков (*ПОМИ*)

Новые оценки в теореме о короне

Пусть E — банахово идеальное пространство последовательностей с порядково двойственным E'. Говорят, что для него справедлива теорема о короне, если для всякой последовательности (f_j) ограниченных аналитических функций в круге, удовлетворяющей неравенству

$$0 < \delta \leq \|(f_j)_{1 \leq j < \infty}\|_E \leq 1, \quad z \in \mathbb{D},$$

существует последовательность (g_j) ограниченных аналитических функций в круге такая, что $\sum_j f_j g_j = 1$ и $\|(f_j)_{1\leq j<\infty}\|_{E' \leq C(\delta)}$. С начала 80-х годов 20 века было известно, что для пространств l^2 и l^∞ теорема о короне справедлива, однако сверх этого не получалось почти ничего. Летом 2015 г. мне довольно неожиданно удалось доказать справедливость теоремы о короне для довольно широкого класса идеальных пространств последовательностей, включающего все пространства l^p с $p \geq 1$, а вслед за тем Д. Руцкий иным методом доказал справедливость теоремы о короне для практически произвольного идеального пространства. Доклад будет посвящен описанию этих результатов и используемых методов.

* * *

С. Ю. Немировский (*МИАН*)

***Рационально выпуклые области в* $\mathbb{C}^2$**

В докладе будет рассказано о связи между геометрией рационально выпуклых областей и задачами симплектической и контактной топологии.

* * *

П. В. Парамонов (*МГУ им. М. В. Ломоносова*)

***Критерии индивидуальной C^m-приближаемости функций решениями однородных эллиптических уравнений второго порядка на компактах в* $\mathbb{R}^N$**

Пусть $\mathcal{L} = \displaystyle\sum_{n_1,n_2=1}^{N} c_{n_1 n_2} \frac{\partial^2}{\partial x_{n_1} \partial x_{n_2}}$ — однородный эллиптический оператор второго порядка в $\mathbb{R}^N$ с постоянными *комплексными* коэффициентами $c_{n_1 n_2}$. Функция f называется $\mathcal{L}$-*аналитической* на открытом множестве $D \subset \mathbb{R}^N$, если $f \in C^2(D)$ и $\mathcal{L}f = 0$ в D.

В докладе планируется сформулировать и обсудить критерии *индивидуальной* C^m-приближаемости ($m \geq 0$) функций на произвольном компакте X в $\mathbb{R}^N$ функциями, $\mathcal{L}$-аналитическими на окрестностях компакта X.

Указанные критерии (аналогичные известным критериям А. Г. Витушкина для равномерных голоморфных аппроксимаций) были получены ранее М. Я. Мазаловым и автором для гармонических ($\mathcal{L} = \Delta$ – лапласиан в $\mathbb{R}^N$) и бианалитических ($\mathcal{L} = \frac{\partial^2}{\partial \bar{z}^2}$ в $\mathbb{R}^2$) функций.

* * *

Р. В. Романов (*СПбГУ*)

Оценка Лившица в неопределенной проблеме моментов

В 1939 году М.С. Лившиц дал оценку снизу для порядка неопределенной проблемы моментов. Мы приводим примеры, показывающие, что порядок может отличаться от оценки Лившица. Более того, установлено, что разница между порядком и его оценкой Лившица может быть произвольно велика. Указаны классы задач, в которых оценка Лившица переходит в равенство.

По совместной работе с Х. Ворачеком и Р. Прюкнером.

* * *

Е. М. Чирка (*МИАН*)

Устранимые особенности аналитических множеств

* * *

Н. А. Широков (*СПбГУ*)

Средние степени −2 производной конформного отображения

Пусть f — конформное отображение из класса S единичного круга D на жорданову область G. Пусть $0 < r < 1$ фиксировано и

$$I_r(f) = \int_{|z|=r} |f'(z)|^{-2}\,|dz|.$$

Предположим, что существуют жорданова область $U \subset \mathbb{C}\setminus G$ и дуга $\lambda \subset \partial G \cap \partial U$ гладкости $b > 1$. Тогда f не максимизирует $I_r(f)$ в классе S конформных отображений.

* * *