Конференция памяти Анатолия Алексеевича Карацубы по теории чисел и приложениям

Москва, 28-30 января 2016 г.

Сборник аннотаций

Конференция памяти А.А. Карацубы по теории чисел и приложениям

Математический институт
им. В.А. Стеклова РАН

Московский государственный университет
им. М.В. Ломоносова

28-30 января 2016 года

При частичной поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований (Проект № 16-01-20026 Г), ПО "Полиграфф" и ПФР

При содействии Математического института им. В.А. Стеклова РАН и Механико-математического факультета Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова

Программный комитет конференции

Председатель программного комитета конференции:

Чубариков Владимир Николаевич, *Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия*

Заместитель председателя программного комитета конференции:

Королёв Максим Александрович, *Математический институт им. В.А. Стеклова РАН, Москва, Россия*

Члены программного комитета:

Гриценко Сергей Александрович, *Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Финансовый университет при Правительстве РФ, Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

Ивич Александар, *Белградский университет, Белград, Сербия*

Карацуба Екатерина Анатольевна, *ФИЦ "Информатика и Управление", Москва, Россия*

Конягин Сергей Владимирович, *Математический институт им. В.А. Стеклова РАН, Москва, Россия*

Нестеренко Юрий Валентинович, *Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия*

Одлыжко Эндрю, *Университет Миннесоты, Миннеаполис, США*

Резвякова Ирина Сергеевна, *Математический институт им. В.А. Стеклова РАН, Москва, Россия*

Толев Дойчин Иванов, *Софийский университет св. Климента Охридского, София, Болгария*

Чанга Марис Евгеньевич, *Московский государственный педагогический университет, Москва, Россия*

Шкредов Илья Дмитриевич, *Математический институт им. В.А. Стеклова РАН, Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича РАН, Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия*

Штраух Ото, *Математический Институт Словацкой академии наук, Кошице, Словакия*

Ютила Матти, *Университет Турку, Турку, Финляндия.*

Организационный комитет конференции

Председатель организационного комитета конференции:

Королёв Максим Александрович, *Математический институт им. В.А. Стеклова РАН, Москва, Россия*

Заместитель председателя организационного комитета конференции:

Резвякова Ирина Сергеевна, *Математический институт им. В.А. Стеклова РАН, Москва, Россия*

Члены организационного комитета конференции:

Карацуба Екатерина Анатольевна, *ФИЦ "Информатика и Управление", Москва, Россия*
Чубариков Владимир Николаевич, *Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия*

Program Committee

The chairman of Program Committee:

Chubarikov, Vladimir Nikolaevich, *Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia*

Vice-chairman of Program Committee:

Korolev, Maxim Aleksandrovich, *Steklov Mathematical Institute*, *Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia*

The members of Program Committee:

Gritsenko, Sergey Alexandrovich, *Lomonosov Moscow State University, Financial University under the Government of the Russian Federation, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia*

Ivić, Aleksandar, *University of Belgrade, Belgrade, Serbia*

Karatsuba, Ekatherina Anatol'evna, *Federal Research Center "Computer Science and Control" of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*

Konyagin, Sergei Vladimirovich, *Steklov Mathematical Institute, Moscow, Russia*

Nesterenko, Yuri Valentinovich, *Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia*

Odlyzko, Andrew, *University of Minnesota, Minneapolis, USA*

Rezvyakova, Irina Sergeevna, *Steklov Mathematical Institute, Moscow, Russia*

Tolev, Dojchin Ivanov, *Sofia University St. Kliment Ohridski, Sofia, Bulgaria*

Changa, Maris Evgen'evich, *Moscow State Pedagogical University, Moscow, Russia*

Shkredov, Ilya Dmitrievich, *Steklov Mathematical Institute, A.A. Kharkevich Institute for Information Transmission Problems, M.V. Lomonosov Moscow State University*

Strauch, Oto, *Mathematical Institute of the Slovak Academy of Sciences, Kosice, Slovakia*

Jutila, Matti, *University of Turku, Turku, Finland.*

Organizers

The chairman of Organizing Committee:

Korolev, Maxim Aleksandrovich, *Steklov Mathematical Institute, Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia*

Vice-chairman of Organizing Committee:

Rezvyakova, Irina Sergeevna, *Steklov Mathematical Institute, Moscow, Russia*

The members of Organizing Committee:

KARATSUBA, Ekatherina Anatol'evna, *Federal Research Center "Computer Science and Control" of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*

CHUBARIKOV, Vladimir Nikolaevich, *Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia.*

Список докладчиков

Андерссон, Йохан Фредрик
Аптекарев, Александр Иванович
Бояринов, Роман Николаевич
Брюно, Александр Дмитриевич
Васильев, Антон Николаевич
Весалаинен, Эса Васили
Гашков, Сергей Борисович
Герман, Олег Николаевич
Гриценко, Сергей Александрович
Джаббаров, Ильгар Шикар оглы
Добровольский, Николай Михайлович
Долбилин, Николай Петрович
Журавлёв, Владимир Георгиевич
Йонсен, Трюгве
Калмынин, Александр Борисович
Коледа, Денис Владимирович
Королёв, Максим Александрович
Мощевитин, Николай Германович
Паршин, Алексей Николаевич
Пачев, Урусби Мухамедович
Попов, Дмитрий Александрович
Рахмонов, Зарулло Хусенович
Резвякова, Ирина Сергеевна
Ризагер, Мортен С.
Седунова, Алиса Александровна
Сергеев, Игорь Сергеевич
Фёдоров, Глеб Владимирович
Фроленков, Дмитрий Андреевич
Чанга, Марис Евгеньевич
Чирский, Владимир Григорьевич

Чубариков, Владимир Николаевич
Шкредов, Илья Дмитриевич
Шубин, Андрей Витальевич
Эминян, Карапет Мкртичевич

List of speakers

Andersson, Johan Fredrick
Aptekarev, Alexander Ivanovich
Boyarinov, Roman Nikolaevich
Bruno, Alexander Dmitrievich
Changa, Maris Evgen'evich
Chirskii, Vladimir Grigor'evich
Chubarikov, Vladimir Nikolaevich
Dzhabbarov, Ilgar Shikar ogly
Dobrovol'skii, Nikolai Mikhailovich
Dolbilin, Nikolai Petrovich
Eminyan, Karapet Mkrtichevich
Fedorov, Gleb Vladimirovich
Frolenkov, Dmitrii Andreevich
Gashkov, Sergey Borisovich
German, Oleg Nikolaevich
Gritsenko, Sergey Alexandrovich
Johnsen, Trygve
Kalmynin, Alexander Borisovich
Koleda, Denis Vladimirovich
Korolev, Maxim Aleksandrovich
Moshchevitin, Nikolai Germanovich
Parshin, Aleksei Nikolaevich
Pachev, Urusbi Mukhamedovich

Popov, Dmitrii Aleksandrovich
Rakhmonov, Zarullo Khusenovich
Rezvyakova, Irina Sergeevna
Risager, Morten S.
Sedunova, Alisa Aleksandrovna
Sergeev, Igor Sergeevich
Shkredov, Ilya Dmitrievich
Shubin, Andrey Vitalievich
Vasil'ev, Anton Nikolaevich
Vesalainen, Esa Vasili
Zhuravlev, Vladimir Georgievich

Официальный сайт конференции:

www.mathnet.ru/conf773

Web-site of the Conference:

www.mathnet.ru/conf773

Общая информация

Международная “Конференция памяти Анатолия Алексеевича Карацубы по теории чисел и приложениям” будет проходить с 28 по 30 января 2016 г. в Москве. Заседания первых двух дней конференции состоятся в Математическом институте им. В.А.Стеклова Российской академии наук (119991, Москва, ул. Губкина, д.8), в конференц-зале на 9 этаже. Заседания третьего дня конференции пройдут в на механико-математическом факультете Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова (119991, ГСП-1, Москва, Ленинские горы, МГУ, Главное здание), в лекционной аудитории 16-10 (16 этаж).

Регистрация участников будет проходить в Математическом институте им. В.А. Стеклова 27 января с $19^{\underline{00}}$ до $21^{\underline{00}}$ (5 этаж, комн. 526) и 28 января с $9^{\underline{30}}$ до $10^{\underline{00}}$ (9 этаж, конференц-зал).

Видеозаписи докладов будут доступны на официальном сайте конференции `www.mathnet.ru/conf773`.

General information

The international “Conference to the Memory of Anatoly Alekseevitch Karatsuba on Number theory and Applications” will held from January 28th till January 30th, 2016, in Moscow. The first two days talks will take place in Steklov Mathematical Institute of Russian Academy of Sciences (119991, Moscow, Russia, Gubkina str., 8), at the Conference hall (9 floor). The talks of last day will take place at Department of

Mechanics and Mathematics of Lomonosov Moscow State University (199991, GSP-1, Moscow, Leninskie Gory, MSU, Main Building), at Lecture Hall 16-10 (16 floor).

The registration will take place in Steklov Mathematical Institute January, 27th, $19^{\underline{00}}$ – $21^{\underline{00}}$ (5 floor, room 526), and January, 28th, $9^{\underline{30}}$ – $10^{\underline{00}}$ (9 floor, Conference hall).

Videos of the talks will be available on the web-site of the Conference: `www.mathnet.ru/conf773`.

Программа конференции

28 января 2016 г.

(МИАН им. В.А. Стеклова, 9 этаж, конференц-зал)

$10^{\underline{00}} - 10^{\underline{05}}$ **Открытие конференции**

$10^{\underline{05}} - 10^{\underline{30}}$ **В.Н. Чубариков**, ***Рациональный тригонометрические суммы и интегралы***

$10^{\underline{35}} - 11^{\underline{00}}$ **С.А. Гриценко**, ***О нулях функции Дэвенпорта-Хейльбронна, лежащих на критической прямой***

$11^{\underline{05}} - 11^{\underline{30}}$ **З.Х. Рахмонов**, ***Суммы характеров по модулю свободного от кубов на сдвинутых простых***

$11^{\underline{35}} - 12^{\underline{00}}$ Перерыв на чай / кофе

$12^{\underline{00}} - 12^{\underline{25}}$ **М.А. Королёв**, ***Об оценках сумм Клоостермана методом А.А. Карацубы***

$12^{\underline{30}} - 12^{\underline{55}}$ **Т. Йонсен**, ***Кольца Стенли-Рейснера, связанные с матроидами и кодами***

$13^{\underline{00}} - 13^{\underline{25}}$ **М.С. Ризагер**, ***Гиперболическая проблема круга***

$13^{\underline{30}} - 15^{\underline{00}}$ Перерыв на обед

$15^{\underline{00}} - 15^{\underline{25}}$ **Н.П. Долбилин**, ***Локально антиподальные множества Делоне***

$15^{\underline{30}}$ – $15^{\underline{55}}$ **В.Г. Журавлёв**, *Многоцветные динамические разбиения торов на множества ограниченного остатка*

$16^{\underline{00}}$ – $16^{\underline{25}}$ **Н.М. Добровольский**, *О новых результатах в теории гиперболической дзета-функции решёток*

$16^{\underline{30}}$ – $16^{\underline{55}}$ Перерыв на чай / кофе

$17^{\underline{00}}$ – $17^{\underline{25}}$ **И.Д. Шкредов**, *Суммы мультипликативных характеров от аддитивных сверток*

$17^{\underline{30}}$ – $17^{\underline{55}}$ **Д.В. Коледа**, *Совместное распределение вещественных сопряжённых алгебраических чисел*

$18^{\underline{00}}$ – $18^{\underline{05}}$ **Закрытие заседания первого дня конференции**

29 января 2016 г.

(МИАН им. В.А. Стеклова,
9 этаж, конференц-зал)

$10^{\underline{00}}$ – $10^{\underline{05}}$ **Открытие заседания второго дня конференции**

$10^{\underline{05}}$ – $10^{\underline{30}}$ **Й.Ф. Андерссон**, *Универсальность дзета-функций Эпштейна “по решёткам”*

$10^{\underline{35}}$ – $11^{\underline{00}}$ **Э.В. Весалаинен**, *Суммы с коэффициентами Фурье автоморфных форм*

$11^{\underline{05}}$ – $11^{\underline{30}}$ **А.Н. Паршин**, ***Об аналитическом продолжении одного класса L-функций***

$11^{\underline{35}}$ – $12^{\underline{00}}$ Перерыв на чай / кофе

$12^{\underline{00}}$ – $12^{\underline{25}}$ **И.С. Резвякова**, ***О методе Сельберга и аддитивной проблеме в задачах теории L-функций***

$12^{\underline{30}}$ – $12^{\underline{55}}$ **А.А. Седунова**, ***Обобщение метода Бомбьери-Пила на случай поля функций***

$13^{\underline{00}}$ – $13^{\underline{25}}$ **А.Б. Калмынин**, ***О числах Новака***

$13^{\underline{30}}$ – $15^{\underline{00}}$ Перерыв на обед

$15^{\underline{00}}$ – $15^{\underline{25}}$ **Д.А. Попов**, ***Дискретный спектр оператора Лапласа на фундаментальной области модулярной группы и ψ-функция Чебышёва***

$15^{\underline{30}}$ – $15^{\underline{55}}$ **А.Н. Васильев**, ***Сбалансированные разложения***

$16^{\underline{00}}$ – $16^{\underline{25}}$ **У.М. Пачев**, ***О применении дискретного эргодического метода в аналитической теории диофантовых уравнений***

$16^{\underline{30}}$ – $16^{\underline{55}}$ Перерыв на чай / кофе

$17^{\underline{00}}$ – $17^{\underline{25}}$ **М.Е. Чанга**, ***О числах, количество простых делителей которых принадлежит заданному классу вычетов***

$17^{\underline{30}}$ – $17^{\underline{55}}$ **А.И. Аптекарев**, ***О функциональном аналоге теоремы Туэ-Зигеля-Рота***

$18^{\underline{00}}$ – $18^{\underline{05}}$ **Закрытие заседания второго дня конференции**

30 января 2016 г.

**(МГУ им. М.В. Ломоносова,
главное здание, 16 этаж, аудитория 16-24)**

$10^{\underline{00}} - 10^{\underline{05}}$ Открытие заседания третьего дня конференции

$10^{\underline{05}} - 10^{\underline{30}}$ С.Б. Гашков, И.С. Сергеев, *Об арифметической сложности вычисления некоторых линейных преобразований*

$10^{\underline{35}} - 11^{\underline{00}}$ Р.Н. Бояринов, *Метод моментов и его приложения в теории чисел*

$11^{\underline{05}} - 11^{\underline{30}}$ Г.В. Фёдоров, *Теорема Римана-Роха и периодичность непрерывных дробей в гиперэллиптических полях*

$11^{\underline{35}} - 12^{\underline{00}}$ Перерыв на чай / кофе

$12^{\underline{00}} - 12^{\underline{25}}$ Н.Г. Мощевитин, *Новый взгляд на теорему Касселса о малых нулях квадратичных форм*

$12^{\underline{30}} - 12^{\underline{55}}$ О.Н. Герман, *Циклические палиндромы и периодические цепные дроби*

$13^{\underline{00}} - 13^{\underline{25}}$ В.Г. Чирский, *О представлениях натурального числа слагаемыми определённого вида*

$13^{\underline{30}} - 15^{\underline{00}}$ Перерыв на обед

$15^{\underline{00}} - 15^{\underline{25}}$ Д.А. Фроленков, *Усиление результата Портера*

$15^{\underline{30}}$ – $15^{\underline{55}}$ **А.В. Шубин**, *О дробных долях, связанных с функцией* $\frac{N}{x}$

$16^{\underline{00}}$ – $16^{\underline{25}}$ **К.М. Эминян**, *Обобщённая проблема делителей*

$16^{\underline{30}}$ – $16^{\underline{55}}$ Перерыв на чай / кофе

$17^{\underline{00}}$ – $17^{\underline{25}}$ **И.Ш. Джаббаров**, *Влияние особенностей в задаче о показателе сходимости многомерной проблемы Терри*

$17^{\underline{30}}$ – $17^{\underline{55}}$ **А.Д. Брюно**, *От диофантовых приближений к фундаментальным единицам алгебраических полей*

$18^{\underline{00}}$ – $18^{\underline{05}}$ **Закрытие конференции**

Conference Program

January 28, 2016 г.

(Steklov Institute, 9 floor, conference-hall)

$10^{\underline{00}} - 10^{\underline{05}}$ **Opening of the conference**

$10^{\underline{05}} - 10^{\underline{30}}$ **V.N. Chubarikov**, ***Rational arithmetical sums and integrals***

$10^{\underline{35}} - 11^{\underline{00}}$ **S.A. Gritsenko**, ***On the zeroes of the function of Davenport and Heilbronn lying on the critical line***

$11^{\underline{05}} - 11^{\underline{30}}$ **Z.Kh. Rakhmonov**, ***Sums of characters modulo a cubefree at shifted primes***

$11^{\underline{35}} - 12^{\underline{00}}$ Coffee break

$12^{\underline{00}} - 12^{\underline{25}}$ **M.A. Korolev**, ***Karatsuba's method of estimating of short Kloosterman sums***

$12^{\underline{30}} - 12^{\underline{55}}$ **T. Johnsen**, ***Stanley-Reisner rings associated to matroids and codes***

$13^{\underline{00}} - 13^{\underline{25}}$ **M.S. Risager**, ***The hyperbolic circle problem***

$13^{\underline{30}} - 15^{\underline{00}}$ Lunch

$15^{\underline{00}} - 15^{\underline{25}}$ **N.P. Dolbilin**, ***Locally antipodal Delone sets***

$15^{\underline{30}} - 15^{\underline{55}}$ **V.G. Zhuravlev**, ***Multi-colored dynamic tilings of tori and bounded remainder sets***

$16^{\underline{00}} - 16^{\underline{25}}$ **N.M. Dobrovol'skii**, *Contribution to the theory of hyperbolic zeta-functions of the lattices*

$16^{\underline{30}} - 16^{\underline{55}}$ Coffee break

$17^{\underline{00}} - 17^{\underline{25}}$ **I.D. Shkredov**, *Characters sums with additive convolutions*

$17^{\underline{30}} - 17^{\underline{55}}$ **D.V. Koleda**, *The joint distribution of real conjugate algebraic numbers*

$18^{\underline{00}} - 18^{\underline{05}}$ **Closing of the 1st day meeting**

January 29, 2016 г.

(Steklov Institute, 9 floor, conference-hall)

$10^{\underline{00}} - 10^{\underline{05}}$ **Opening of the 2nd day meeting**

$10^{\underline{05}} - 10^{\underline{30}}$ **J.F. Andersson**, *Universality of the Epstein zeta-function in the lattice aspect*

$10^{\underline{35}} - 11^{\underline{00}}$ **E.V. Vesalainen**, *Sums involving Fourier coefficients of automorphic forms*

$11^{\underline{05}} - 11^{\underline{30}}$ **A.N. Parshin**, *On the analytic continuation of certain class of L-functions*

$11^{\underline{35}} - 12^{\underline{00}}$ Coffee break

$12^{\underline{00}} - 12^{\underline{25}}$ **I.S. Rezvyakova**, *Selberg method and an additive problem in the theory of L-functions*

$12^{\underline{30}} - 12^{\underline{55}}$ **A.A. Sedunova**, *On the Bombieri-Pila method over function fields*

$13^{\underline{00}}$ – $13^{\underline{25}}$ **A.B. Kalmynin**, ***On the Nowak numbers***

$13^{\underline{30}}$ – $15^{\underline{00}}$ Lunch

$15^{\underline{00}}$ – $15^{\underline{25}}$ **D.A. Popov**, ***Discrete spectrum of Laplace operator in fundamental domain of modular group and Chebyshev's ψ-function***

$15^{\underline{30}}$ – $15^{\underline{55}}$ **A.N. Vasil'ev**, ***Balanced factorisations***

$16^{\underline{00}}$ – $16^{\underline{25}}$ **U.M. Pachev**, ***On the application of discrete ergodic method in analytic theory of diophantine equations***

$16^{\underline{30}}$ – $16^{\underline{55}}$ Coffee break

$17^{\underline{00}}$ – $17^{\underline{25}}$ **M.E. Changa**, ***On the integers whose number of prime factors belongs to given class of residues***

$17^{\underline{30}}$ – $17^{\underline{55}}$ **A.I. Aptekarev**, ***On a functional analog of the Thue-Siegel-Roth theorem***

$18^{\underline{00}}$ – $18^{\underline{05}}$ **Closing of the 2nd day meeting**

January 30, 2016 г.

(Lomonosov State University, Main building, 16 floor, Lecture hall 16-24)

$10^{\underline{00}}$ – $10^{\underline{05}}$ **Opening of the 3rd day meeting**

$10^{\underline{05}}$ – $10^{\underline{30}}$ **S.B. Gashkov, I.S. Sergeev**, *On the arithmetic complexity of some linear mappings*

$10^{\underline{35}}$ – $11^{\underline{00}}$ **R.N. Boyarinov**, *The method of moments and its applications in number theory*

$11^{\underline{05}}$ – $11^{\underline{30}}$ **G.V. Fedorov**, *The Riemann-Roch theorem and periodicity of continued fractions in hyperelliptic fields*

$11^{\underline{35}}$ – $12^{\underline{00}}$ Coffee break

$12^{\underline{00}}$ – $12^{\underline{25}}$ **N.G. Moshchevitin**, *Cassels' theorem on small zeros of quadratic forms revisited*

$12^{\underline{30}}$ – $12^{\underline{55}}$ **O.N. German**, *Cyclic palindromes and periodic continued fractions*

$13^{\underline{00}}$ – $13^{\underline{25}}$ **V.G. Chirskii**, *On representing positive integers by sums of certain summands*

$13^{\underline{30}}$ – $15^{\underline{00}}$ Lunch

$15^{\underline{00}}$ – $15^{\underline{25}}$ **D.A. Frolenkov**, *A strengthening of Porter's result*

$15^{\underline{30}}$ – $15^{\underline{55}}$ **A.V. Shubin**, *On the fractional parts connecter with the function* $\frac{N}{x}$

$16^{\underline{00}} - 16^{\underline{25}}$ **K.M. Eminyan**, ***On generalized divisor problem***

$16^{\underline{30}} - 16^{\underline{55}}$ Coffee break

$17^{\underline{00}} - 17^{\underline{25}}$ **I.Sh. Dzhabbarov**, ***The influence of singularities in the problem of the exponent of convergence in multidimensional Tarry's problem***

$17^{\underline{30}} - 17^{\underline{55}}$ **A.D. Bruno**, ***From Diophantine approximations to fundamental units of algebraic fields***

$18^{\underline{00}} - 18^{\underline{05}}$ **Closing of the conference**

Краткие аннотации докладов

Й.Ф. Андерссон (johan.f.andersson@mdh.se)
Малардален – государственный университет, Вестерос, Швеция

Универсальность дзета-функций Эпштейна “по решёткам”

Доклад посвящён результатам совместной работы автора с А. Сёдергреном, в которой было доказано, что дзета-функция Эпштейна универсальна “по решёткам”.

Пусть функция f аналитична в полосе $\{s : \frac{1}{2} < \operatorname{Re} s < 1\}$ и вещественна при вещественных s. Тогда для всякого компактного множества $K \subset \{s : \frac{1}{2} < \operatorname{Re} s < 1\}$, для любого $\varepsilon > 0$ и для любого достаточно большого n существует некоторая n-мерная решётка L такая, что

$$\max_{s \in K} \left| 2^{s-1} V_n^{-s} E_n \left(L, \frac{ns}{2} \right) - f(s) \right| < \varepsilon,$$

где $E_n(L, s)$ обозначает дзета-функцию Эпштейна, отвечающую решётке L, а $V_n = \pi^{n/2} / \Gamma(n/2 + 1)$ - объём n-мерного шара. Если же рассматривать приближения функции $f(s)$ разностью двух дзета-функций Эпштейна, отвечающих разным решёткам, то аналогичный результат будет иметь место во всей полуплоскости $\operatorname{Re} s > \frac{1}{2}$. Это первый пример, когда теорема универсальности типа Воронина имеет место во всей полуплоскости абсолютной сходимости.

Основными составляющими нашего доказательства являются результаты о распределении векторов решётки из диссертации Сёдергрена, а также некоторые аппроксимационные утверждения о полиномах Дирихле.

А.И. Аптекарев (aptekaa@keldysh.ru)
Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН

О функциональном аналоге теоремы Туэ-Зигеля-Рота

Пусть f - росток (степенное разложение) алгебраической функции в бесконечности. Мы обсудим предельные свойства функциональных дробей с полиномиальными коэффициентами для f (другие названия – диагональные аппроксимации Паде или наилучшие локальные рациональные аппроксимации). Если сравнивать такие функциональные непрерывные дроби для f с обычными непрерывными дробями (с целыми коэффициентами) для действительных чисел, то степень многочлена, коэффициента функциональной дроби, будет аналогична величине целого коэффициента числовой непрерывной дроби. В нашей работе с М. Ятцелевым [1], мы получили сильную (или типа Бернштейна-Сегё) асимптотику знаменателей подходящих функциональной непрерывной дроби для аналитической функции с конечным числом точек ветвления (находящихся в общем положении в комплексной плоскости). Одно из приложений, вытекающих из этого результата, – точная эффективная оценка в функциональном аналоге теоремы Туэ-Зигеля-Рота.

[1] A.I. Aptekarev, M.L. Yattselev, *Pade approximants for functions with branch points – strong asymptotics of Nuttall-Stahl polynomials*, Acta Math., **215**:2 (2015), 217-280 (также см.: arXiv:1109.0332v2 [math.CA]).

Р.Н. Бояринов (roma_boyarin@yahoo.com)
Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

Метод моментов и его приложения в теории чисел

В докладе будет рассказано о развитии метода моментов А.А. Маркова и его приложениях в теории чисел.

А.Д. Брюно (abruno@keldysh.ru)
Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН

От диофантовых приближений к фундаментальным единицам алгебраических полей

Пусть в вещественном n-мерном пространстве $\mathbb{R}^n = \{X\}$ задано m однородных вещественных форм $f_i(X)$, $i = 1, \ldots, m$, $2 \leqslant m \leqslant n$. Выпуклая оболочка множества точек $G(X) = (|f_1(X)|, \ldots, |f_m(X)|)$ для целочисленных $X \in \mathbb{Z}^n$ во многих случаях является выпуклым многогранным множеством, граница которого для $\|X\| < \text{const}$ вычисляется с помощью стандартной программы. Граничные точки $G(X)$, т.е. лежащие на этой границе, соответствуют наилучшим диофантовым приближениям X для указанных форм. Это дает глобальное обобщение цепной дроби. Для $n = 3$ обобщить цепную дробь пытались Эйлер, Якоби, Дирихле, Эрмит, Пуанкаре, Гурвиц, Клейн, Минковский, Брун, Арнольд и многие другие.

Пусть $p(\xi)$ - целый неприводимый в $\mathbb{Q}$ многочлен степени n и λ - его корень. Набор основных единиц кольца $\mathbb{Z}[\lambda]$ можно вычислить по граничным точкам некоторой совокупности линейных и квадратичных форм, построенных по корням многочлена $p(\xi)$. Аналогично вычисляется набор фундаментальных единиц поля $\mathbb{Q}(\lambda)$. До сих пор эти единицы вычислялись только для $n = 2$ (с помощью обычных цепных дробей) и $n = 3$ (с помощью алгоритма Вороного).

Наш подход обобщает цепную дробь, даёт наилучшие совместные приближения и основные единицы алгебраических полей для любого n.

А.Н. Васильев (antonvassilyev@mail.ru)
Казахстанский филиал Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова, г. Астана, Казахстан

Сбалансированные разложения

В докладе рассматривается задача разложения элемента поля или алгебры в произведение элементов с нулевой суммой. Дано решение для конечных полей и некоторых алгебр. Доклад основан на результатах совместной работы с А.А. Клячко.

Э.В. Весалаинен (esa.vesalainen@gmail.com)
Университет Аалто, Хельсинки, Финляндия

Суммы с коэффициентами Фурье автоморфных форм

Доклад посвящён некоторым поточечным оценкам, оценкам моментов, а также омега-теоремам для сумм, связанных с коэффициентами Фурье автоморфных форм, включая формы высших рангов (по совместной работе с А.-М. Эрнвалл-Хитонен и Й. Йаасари).

С.Б. Гашков (sbgashkov@gmail.com)
Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова
И.С. Сергеев (isserg@gmail.com)
Научно-исследовательский институт "Квант"

Об арифметической сложности вычисления некоторых линейных преобразований

Изучается арифметическая сложность вычисления некоторых линейных преобразований, представляющих интерес в комбинаторике и теории чисел (биномиальное преобразование и q-биномиальное преобразование Гаусса, преобразование Стирлинга обоих родов, преобразование Смита с матрицей из НОД номеров строк и столбцов и др.). Под арифметической сложностью понимается минимально необходимое число операций сложения - вычитания, а также число операций сложения - вычитания и умножения, или число всех арифметических операций, включая деление, а вычисления начинаются с константы единица.

О.Н. Герман (german@mech.math.msu.su)
Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

Циклические палиндромы и периодические цепные дроби

Доклад основан на результатах совместной работы с И.А. Тлюстангеловым.

Со времён Лагранжа известно, что для любого рационального $r > 1$, отличного от полного квадрата, справедливо следующее разложение в цепную дробь:

$$\sqrt{r} = \left[a_0; \overline{a_1, a_2, \ldots, a_2, a_1, 2a_0}\,\right].$$

В частности, период этой цепной дроби, прочитанный задом наперёд, также является периодом. Мы называем такие периоды *циклично палиндромическими* и доказываем следующий критерий.

Теорема. *Цепная дробь квадратичной иррациональности α имеет циклично палиндромический период тогда и только тогда, когда выполняется одно из следующих утверждений:*

(1) $\alpha \sim \beta: \ \beta^2 \in \mathbb{Q}$;
(2) $\alpha \sim \beta: \ (\beta - 1/2)^2 \in \mathbb{Q}$;
(3) $\alpha \sim \beta: \ \beta\bar{\beta} = 1$;
(4) $\alpha \sim \beta: \ \beta\bar{\beta} = -1$.

Кроме того, (2) *равносильно* (3).

С.А. Гриценко (s.gritsenko@gmail.com)
Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова
Финансовый университет при Правительстве РФ
Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана

О нулях функции Дэвенпорта-Хейльбронна, лежащих на критической прямой

Пусть $\chi_1(n)$ - характер Дирихле $\bmod 5$ такой, что $\chi_1(2) = i$,

$$\varkappa = \frac{\sqrt{10 - 2\sqrt{5}} - 2}{\sqrt{5} - 1}.$$

Функция Дэвенпорта–Хейльбронна определяется равенством

$$f(s) = \frac{1-i\varkappa}{2}L(s,\chi_1) + \frac{1+i\varkappa}{2}L(s,\overline{\chi}_1).$$

Функция $f(s)$ введена и исследована Г. Дэвенпортом и Х. Хейльбронном в 1936 г. Она удовлетворяет следующему функциональному уравнению риманова типа $g(s) = g(1-s)$, где

$$g(s) = \left(\frac{\pi}{5}\right)^{-s/2}\Gamma\left(\frac{1+s}{2}\right)f(s).$$

Хорошо известно, что не все нетривиальные нули $f(s)$ лежат на прямой $\operatorname{Re} s = \frac{1}{2}$.

В области $\operatorname{Re} s > 1$, $0 < \operatorname{Im} s \leqslant T$ число нулей $f(s)$ превосходит cT, где $c > 0$ – абсолютная постоянная (Дэвенпорт и Хейльбронн, 1936).

Более того, число нулей $f(s)$ в области

$$\tfrac{1}{2} < \sigma_1 < \operatorname{Re} s < \sigma_2, \quad 0 < \operatorname{Im} s \leqslant T$$

превосходит c_1T, где $c_1 > 0$ – абсолютная постоянная (С.М. Воронин, 1976).

В 1980 г. Воронин доказал, что “аномально много” нулей $f(s)$ лежат на критической прямой $\Re s = \frac{1}{2}$. Пусть $N_0(T)$ – число нулей $f(s)$ на промежутке $\operatorname{Re} s = \frac{1}{2}$, $0 < \operatorname{Im} s \leqslant T$. Воронин получил оценку

$$N_0(T) > c_2T\exp\left(\tfrac{1}{20}\sqrt{\log\log\log\log T}\right),$$

где $c_2 > 0$ — абсолютная постоянная.

В 1990 г. А.А. Карацуба существенно усилил неравенство Воронина и получил оценку

$$N_0(T) > T(\log T)^{1/2-\varepsilon},$$

где $\varepsilon > 0$ – произвольно малая константа, $T > T_0(\varepsilon) > 0$.

В 1994 г. Карацуба получил и несколько более точную оценку

$$N_0(T) \; > \; T(\log T)^{1/2} \exp\left(-c_3\sqrt{\log\log T}\right),$$

где $c_3 > 0$ – абсолютная постоянная.

В докладе будет представлена следующая теорема, доказанная автором.

Теорема. *Пусть $\varepsilon > 0$ — произвольно малая константа. Тогда справедлива оценка*

$$N_0(T) \; > \; T(\log T)^{1/2+1/16-\varepsilon}.$$

И.Ш. Джаббаров (ilgar_j@rambler.ru)
Гянджинский государственный университет, г. Гянджа, Азербайджан

Влияние особенностей в задаче о показателе сходимости многомерной проблемы Терри

В многомерном анализе многие вопросы теории тригонометрических интегралов приводят к исследованию особых точек некоторых отображений. Они имеют решающее значение при изучении асимптотики осциллирующих интегралов. Влияние особенностей может меняться в зависимости от характера задачи, связанной с тригонометрическими интегралами. В настоящей работе мы показываем, что особенности отображений, возникающих в задаче о показателе сходимости особого интеграла проблемы Терри, и определяемых одночленами рассматриваемых многочленов, в отличии от случая асимптотики осциллирующих интегралов, не оказывают существенного влияния на поведение показателя сходимости особого интеграла многомерной проблемы Терри.

Пусть многочлен $F(\bar{x})$ определён равенством

$$F(\bar{x}) = \sum_{j=1}^{N} \alpha_j \gamma_j(\bar{x});\ \bar{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_r) \tag{1}$$

где $\gamma_j(\bar{x}) = x_1^{k_{1j}} x_2^{k_{2j}} \cdots x_r^{k_{rj}}$ – одночлены степени $k\,(j) = k_{1j} + \cdots + k_{rj}$, и пусть $F(\bar{x})$ является многочленом без свободных членов, т. е. $k_{1j} + k_{2j} + \cdots + k_{rj} > 0, k_{ij} \geqslant 0$ при всех $j = 1, ..., N$. Под особым интегралом многомерной проблемы Терри понимается интеграл

$$\theta_k = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} \left| \int_0^1 \cdots \int_0^1 e^{2\pi i F(\bar{x})} d\bar{x} \right|^{2k} d\alpha_1 d\alpha_2 \cdots d\alpha_N$$

Имеет место

Теорема. *Пусть многочлен имеет вид* (1) *и не представляется в виде суммы двух многочленов от меньшего числа переменных без общих компонент, его старшая форма содержит все r независимые переменные и матрица показателей*

$$\begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} & \cdots & k_{1r} \\ k_{21} & k_{22} & \cdots & k_{2r} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{N1} & k_{N2} & \cdots & k_{Nr} \end{pmatrix}$$

имеет ранг ρ, $1 \leqslant \rho \leqslant r$. Тогда особый интеграл многомерной проблемы Терри θ_k сходится при натуральном k таком, что $k\rho \geqslant N$ и

$$2kr > r + \sum_{j=1}^{N} \sum_{i=1}^{r} k_{ji}.$$

Н.М. Добровольский (dobrovol@tspu.tula.ru)
Тульский государственный педагогический университет им. Л.Н. Толстого, г.Тула

О новых результатах в теории гиперболической дзета-функции решёток

В докладе излагаются результаты совместной работы Н.М. Добровольского и Н.Н. Добровольского "*О новых результатах в теории гиперболической дзета-функции решёток*", выполненной при поддержке гранта РФФИ № 15-01-01540а.

Гипеболическая дзета-функция решёток задаётся в правой полуплоскости $\mathrm{Re}\,\alpha > 1$ рядом

$$\zeta(\Lambda|\alpha) = \sum_{\vec{x}\in\Lambda,\ \vec{x}\neq\vec{0}} (\overline{x}_1 \ldots \overline{x}_s)^{-\alpha},$$

где $\overline{x} = \max(1, |x|)$. Очевидно, что при $s = 1$ гиперболическая дзета-функция решётки выражается через дзета-функцию Римана.

Для гиперболической дзета-функции решётки $\Lambda(t, F)$ в работе [1] была получена асимптотическая формула

$$\zeta_H(\Lambda(t,F)|\alpha) = \\ = \frac{2(\det\Lambda(F))^{\alpha}}{R(s-1)!}\left(\sum_{(\omega)} |N(\omega)|^{-\alpha}\right)\frac{\ln^{s-1}\det\Lambda(t,F)}{(\det\Lambda(t,F))^{\alpha}} + \\ + O\left(\frac{\ln^{s-2}\det\Lambda(t,F)}{(\det\Lambda(t,F))^{\alpha}}\right),$$

где R - регулятор поля F, а символ (ω) означает суммирование по всем главным идеалам кольца $\mathbb{Z}_F$.

Обозначим через $\zeta_{D_0}(\alpha|F)$ дзета-функцию Дедекинда главных идеалов квадратичного поля F:

$$\zeta_{D_0}(\alpha|F) = \sum_{(\omega)} |N(\omega)|^{-\alpha}.$$

Тогда

$$\zeta_{D_0}(\alpha|F) = \sum_{(\omega)} |N(\omega)|^{-\alpha} \ln |N(\omega)|.$$

Теорема. *Справедливо асимптотическое равенство:*

$$\zeta_H(\Lambda(t,F)|\alpha) = \frac{2(\det\Lambda)^\alpha \zeta_{D_0}(\alpha|F)}{R} \cdot \frac{\ln\det\Lambda(t)}{(\det\Lambda(t))^\alpha} -$$
$$- \frac{2(\det\Lambda)^\alpha}{R(\det\Lambda(t))^\alpha}\left(\ln\det\Lambda + \zeta'_{D_0}(\alpha|F)\right) +$$
$$+ \frac{2(\det\Lambda)^\alpha \zeta_{D_0}(\alpha|F)}{(\det\Lambda(t))^\alpha}\left(\theta_1(\alpha) + \frac{\theta_2(\alpha)}{\operatorname{sh}(\alpha R/2)}\right),$$

где $|\theta_1(\alpha)| \leqslant 1$ *и* $\varepsilon_0^{-\alpha/2} \leqslant \theta_2(\alpha) \leqslant \varepsilon_0^{\alpha/2}$, ε_0 *- фундаментальная единица квадратичного поля* F *и* R *- регулятор этого поля.*

Доказательство этого утверждения содержится в работе [2].

Анализ приведённых результатов показывает, что в случае квадратичных полей удаётся существенно уточнить асимптотическую формулу для гиперболической дзета-функции алгебраической решётки квадратичного поля.

Ясно, что дальнейшие исследования в случае квадратичных полей должны быть направлены на изучение дзета-функции Дедекинда главных идеалов квадратичного поля и её производных.

[1] Н.М. Добровольский, В.С. Ванькова, С.Л. Козлова, *Гиперболическая дзета-функция алгебраических решёток.* Деп. в ВИНИТИ 12.04.90 № 2327-В90.

[2] Н.М. Добровольский, Н.Н. Добровольский, В.Н. Соболев, Д.К. Соболев, Е.И. Юшина, *Гиперболическая дзета-функция решётки квадратичного поля.* Чебышевский сб., **16**:4 (2015), 100-149.

Н.П. Долбилин (dolbilin@mi.ras.ru)
Математический институт им. В.А. Стеклова РАН, Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

Локально антиподальные множества Делоне

Основная тема сообщения – изложить недавние результаты о так называемых локально антиподальных множествах Делоне в евклидовом пространстве. Пусть X – множество Делоне с параметрами r (радиус упаковки) и R (радиус покрытия). Как известно, одна из основных целей локальной теории правильных систем состоит в отыскании для множества Делоне тех локальных условий, которые гарантируют правильность / кристаллографичность этого множества. Множество Делоне X называется правильной системой, если его группа симметрий G действует транзитивно на множестве X (т. е. X есть G-орбита одной точки). Множество Делоне называется кристаллом, если X есть G-орбита некоторого конечного множества. Правильная система является важным частным случаем кристалла. Приведём несколько характерных утверждений из локальной теории (Н. Долбилин, М. Штогрин):

1) На плоскости: любое множество Делоне, в котором все $4R$-кластеры (окрестности) эквивалентны, есть правильная система.

2) В пространстве любой размерности: значение $4R$ не улучшаемо; именно, для любого ε можно указать множе-

ство Делоне X, в котором все $(4R - \varepsilon)$- кластеры эквивалентны, но X не является ни правильной системой, ни кристаллом.

3) В $3D$-пространстве: любое множество Делоне, в котором все $10R$-кластеры эквивалентны, есть правильная система.

4) В пространстве любой размерности: имеется верхняя оценка для такого радиуса, что идентичность кластеров данного радиуса во множестве Делоне гарантирует его правильность.

Множество Делоне X назовём локально антиподальным, если $2R$-кластер в любой точке x из X центрально симметричен относительно центра x данного кластера. Будут обсуждаться следующие теоремы, которые верны для любой размерности.

Теорема 1. *Локально антиподальное множество Делоне антиподально в целом в каждой своей точке* (см. [2]).

Теорема 2. *Если два локально антиподальных множества Делоне X и Y имеют общую точку x и общий $2R$-кластер в этой точке, то X и Y совпадают в целом* (см. [2]).

Теорема 3. *Локально антиподальное множество Делоне есть объединение не более $2d - 1$ попарно конгруэнтных и параллельных решеток* (см. [2]).

Теорема 4. *Локально антиподальное множество Делоне с попарно эквивалентными $2R$-кластерами есть правильная система* (см. [1], [2]).

Заметим, что теоремы 1 и 4 можно использовать, в частности, для более простого получения оценки $10R$, упомянутой в п. 3). Интересно сравнить теорему 4 и п. 2) о существовании неправильных множеств с попарно эквивалентными $(4R-\varepsilon)$-кластерами. Найденные примеры нерегулярных множеств с эквивалентными $(4R - \varepsilon)$-кластерами не являются локально антиподальными. Это обстоятельство согласуется с теоремой 4.

[1] Н.П. Долбилин, *Критерий для кристалла и локально антиподальные множества Делоне*, Труды Международной конференции "Квантовая топология", Вестник ЧелГУ, **3**(358) (2015), 6-17.

[2] Н.П. Долбилин, А.Н. Магазинов, *Локально антиподальные множества Делоне*, УМН, **70**:5(425) (2015), 179–180.

Исследование выполнено за счёт гранта Российского научного фонда (проект № 14-11-00414).

В.Г. Журавлёв (vzhuravlev@mail.ru)
Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых,
Владимирский государственный гуманитарный университет,
Санкт-Петербургский государственный университет

Многоцветные динамические разбиения торов на множества ограниченного остатка

Изучен широкий класс инвариантных деформаций множеств ограниченного остатка. В одномерном случае деформациям подвергаются отрезки Гекке, в двумерном - вращения тора заменяются его перекладываниями. Для функций отклонений таких множеств доказываются точные границы и вычисляются их средние значения. Для доказательств используются новые методы - неавтономные множества ограниченного остатка и косые произведения преобразований торов.

Т. Йонсен (trygve.johnsen@uit.no)
Университет Тромсё (Арктический Норвежский университет), Тромсё, Норвегия

Кольца Стенли-Рейснера, связанные с матроидами и кодами

С широким классом кодов, исправляющих ошибки, включая почти аффинные коды (и, следовательно, линейные коды) связываются некоторые матроиды. Многие из наиболее полезных и важных свойств таких кодов определяются структурой этих матроидов. Более того, такие структуры связаны с гомологическими свойствами колец Стенли-Рейснера, отвечающих этим матроидам. В докладе мы укажем, как параметры кода, в частности, обобщённые веса Хэмминга кода, а также весовые полиномы, определяющие число кодируемых слов специального веса в расширении исходного алфавита, связаны с числами Бетти и кольцами Стенли-Рейснера рассматриваемых структур.

А.Б. Калмынин (alkalb1995cd@mail.ru)
Национальный исследовательский университет "Высшая школа экономики"

О числах Новака

Числа Новака — это такие n, для которых $2^n + 1$ делится на n. Первые несколько чисел Новака — это 1, 3, 9, 27, 81, 171, 243, 513, 729, 1539... В докладе мы обсудим новые нижние границы для количества чисел Новака n, не превосходящих x, а также некоторые обобщения чисел Новака.

Д.В. Коледа (koledad@rambler.ru)
Институт математики НАН Беларуси, г.Минск, Беларусь

Совместное распределение вещественных сопряжённых алгебраических чисел

Доклад посвящён распределению вещественных алгебраических чисел и корреляциям между сопряжёнными алгебраическими числами.

Степень $\deg(\alpha)$ и высота $H(\alpha)$ алгебраического числа α определяются соответственно как степень и высота его минимального многочлена, т.е. многочлена минимальной степени со взаимно простыми целыми коэффициентами, для которого α является корнем. Высота многочлена есть максимум абсолютных величин его коэффициентов.

Пусть $B \subset \mathbb{R}^k$. Обозначим через $\Phi_k(Q, B)$ число лежащих в B упорядоченных наборов из k различных вещественных сопряжённых алгебраических чисел степени $\leqslant n$ и высоты $\leqslant Q$.

Асимптотика $\Phi_1(Q, B)$ при $Q \to \infty$ для произвольных n ранее была найдена в [1]. Для $k \geqslant 2$ недавно в [2] было доказано асимптотическое равенство:

$$\Phi_k(Q; B) = \frac{(2Q)^{n+1}}{2\zeta(n+1)} \int\limits_B \chi_k(\mathbf{x}) \prod_{1 \leqslant i < j \leqslant k} |x_i - x_j| \, d\mathbf{x} + O\left(Q^n\right),$$

$Q \to \infty$, где функция χ_k непрерывна в $\mathbb{R}^k$ и может быть явно выписана, $\zeta(\cdot)$ — дзета-функция Римана. Если $n = 2$, в остаточном члене появляется дополнительный множитель $\ln Q$.

Доклад основан на результатах [2], полученных докладчиком совместно с Ф. Гётце и Д. Н. Запорожцем.

[1] D. Kaliada, *On the density function of the distribution of real algebraic numbers.* `arXiv:1405.1627 [math.NT]` (2014).

[2] F. Götze, D. Kaliada, D. Zaporozhets, *Correlations between real conjugate algebraic numbers.* Чебышевский сб., **16**:4 (2015), 91-99.

М.А. Королёв (`korolevma@mi.ras.ru`)
Математический институт им. В.А. Стеклова РАН, Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

Об оценках сумм Клоостермана методом А.А. Карацубы

В середине 1990-х гг. Анатолий Алексеевич Карацуба разработал новый метод оценки коротких сумм Клоостермана, т.е. сумм вида

$$\sum_{n\in\mathcal{A}} \exp\left(2\pi i\,\frac{an^*+bn}{m}\right), \quad nn^*\equiv 1(\operatorname{mod} m),$$

где $m>2$, $\mathcal{A}$ - некоторое подмножество приведённой системы вычетов $\mathbb{Z}_m^*$ по модулю m, число элементов $|\mathcal{A}|$ в котором не превосходит любой сколь угодно малой фиксированной степени модуля m. В докладе будет рассказано о последних результатах, связанных с оценками коротких сумм Клоостермана, и о дальнейшем развитии метода А.А. Карацубы.

Н.Г. Мощевитин (moshchevitin@rambler.ru)
Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

Новый взгляд на теорему Касселса о малых нулях квадратичных форм

В докладе будет дан обзор классических и недавних результатов, связанных со знаменитым утверждением Касселса о малых нулях изотропных квадратичных форм. В частности, будут обсуждаться новые теоремы Клейнбока и Меррила о внутренних рациональных приближениях на n-мерной сфере и её обобщения, данные Фишманом, Клейнбоком, Меррилом и Симмонсом. Мы покажем, что все эти результаты являются простым следствием теоремы Касселса.

А.Н. Паршин (parshin@mi.ras.ru)
Математический институт им. В.А. Стеклова РАН

Об аналитическом продолжении одного класса L-функций

Я расскажу о применении к задаче аналитического продолжения одной общей конструкции, связанной с теоремой двойственности в комплексном анализе, возникающей из проблемы Кузена.

У.М. Пачев (urusbi@rambler.ru)
Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова, г.Нальчик

О применении дискретного эргодического метода в аналитической теории диофантовых уравнений

В докладе будут изложены основные результаты исследований по применению дискретного эргодического метода (ДЭМ) в аналитической теории диофантовых уравнений. Доклад будет построен по следующей схеме:

1) Введение. Основы ДЭМ.

2) Основные результаты, полученные с помощью ДЭМ (эргодические свойства решений диофантовых уравнений и теоремы равномерного распределения решений).

3) Дальнейшее развитие исследований по ДЭМ.

Д.А. Попов
Научно-исследовательский институт физико-химической биологии им. А.Н. Белозерского МГУ им. М.В. Ломоносова

Дискретный спектр оператора Лапласа на фундаментальной области модулярной группы и ψ-функция Чебышёва

Оператор Лапласа $\Delta = u^2\left(\partial_x^2 + \partial_u^2\right)$ имеет на фундаментальной области

$$\mathcal{F} = \left\{z = x + iy \,|\, y > 0, |z| > 1, |x| < \tfrac{1}{2}\right\}$$

модулярной группы $PSL(2, \mathbb{Z})$ бесконечный дискретный спектр $\{\lambda_n\}$,

$$\Delta\,\varphi_n + \lambda_n\,\varphi_n = 0, \quad \varphi_n \in L^2(\mathcal{F}, d\mu), \quad d\mu = \frac{dx\,du}{u^2}, \quad \lambda_n \geqslant 0,$$

и непрерывный спектр, покрывающий интервал $\left[\frac{1}{4}, +\infty\right)$.

В Шуровских лекциях (Тель-Авив, 1992 г.) П. Сарнак высказал предположение о том, что дискретный спектр $\{\lambda_n\}$ должен играть фундаментальную роль в теории чисел. В докладе будет рассказано о доказательстве следующей теоремы:

Теорема. *Для любого $x \geqslant 3$ и любого t такого, что*

$$0 < t \leqslant x^{-4}(\ln x^p)^{-2}, \quad p \geqslant 20,$$

имеет место следующее равенство:

$$\psi(x) \;=\; 2\sqrt{\pi}t \sum_{n \geqslant 0} e^{-tr_n^2} \sum_{2 \leqslant k \leqslant x} k \cos\left(2r_n \ln k\right) \;+\; R(x),$$

$$|R(x)| \leqslant \frac{cx^2\sqrt{t}}{(\ln x)^2} \leqslant \frac{c}{(\ln x)^3}.$$

В этом равенстве $\psi(x)$ - функция Чебышёва; величины r_n определяются из условия $\lambda_n = r_n^2 + \frac{1}{4}$, а c - абсолютная эффективная постоянная.

Таким образом доказано, что дискретный спектр $\{\lambda_n\}$ определяет закон распределения простых чисел.

З.Х. Рахмонов (zarullo_r@tajik.net)
Институт математики им. А. Джураева Академии наук Республики Таджикистан, г.Душанбе, Таджикистан

Суммы характеров по модулю свободного от кубов на сдвинутых простых

В докладе будет доказана новая оценка суммы значений примитивного характера Дирихле по модулю q, где q - число, свободное от кубов, на последовательности сдвинутых простых чисел $p-l$, $(l,q)=1$, $p\leqslant x$, нетривиальная при $x\geqslant q^{0.5+\varepsilon}$.

И.С. Резвякова (rezvyakova@mi.ras.ru)
Математический институт им. В.А. Стеклова РАН

О методе Сельберга и аддитивной проблеме в задачах теории L-функций

В докладе мы продемонстрируем, что методы, разработанные Атле Сельбергом в теории L-функций, сводят наиболее важные задачи о распределении нетривиальных нулей L-функций к решению аддитивной проблемы с коэффициентами заданной L-функции. Мы обсудим задачи о распределении нетривиальных нулей L-функций из класса Сельберга, а также линейных комбинаций таких функций.

М.С. Ризагер (risager@math.ku.dk)
Копенгагенский университет, г. Копенгаген, Дания

Гиперболическая проблема круга

В докладе, посвящённом гиперболической проблеме круга, будет дан обзор недавних результатов, связанных с остаточными членами в этой задаче. Кроме того, будет показана связь этих результатов с L-функциями некоторых автоморфных форм и гипотезами о sup-нормах автоморфных функций.

А.А. Седунова (alisa.sedunova@phystech.edu)
Университет Париж-юг XI, г. Орсе, Франция

Обобщение метода Бомбьери-Пила на случай поля функций

В 1989 г. Э. Бомбьери и Дж. Пила доказали следующий результат: пусть Γ — подмножество неприводимой алгебраической кривой степени d внутри квадрата со стороной N. Тогда для любого $\varepsilon > 0$ количество целых точек, лежащих на Γ, ограничено сверху величиной $c(d, \varepsilon)N^{1/d+\varepsilon}$, где постоянная $c(d, \varepsilon)$ не зависит от Γ. В докладе мы расскажем, как обобщить данный результат на случай поля функций $\mathbb{F}_q$.

Г.В. Фёдоров (glebonyat@mail.ru)
Институт системных исследований (ВНИИСИ) РАН, Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

Теорема Римана-Роха и периодичность непрерывных дробей в гиперэллиптических полях

Пусть L – поле функций гиперэллиптической кривой $\mathcal{C}$, определённой над произвольным совершенным полем характеристики, отличной от 2. Цель доклада – при помощи теоремы Римана-Роха установить критерий периодичности разложения в непрерывную дробь ключевых элементов поля L при условии наличия точки кручения на якобиане гиперэллиптической кривой $\mathcal{C}$.

Д.А. Фроленков (frolenkov_adv@mail.ru)
Математический институт им. В.А. Стеклова РАН, Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

Усиление результата Портера

Используя новую равномерную асимптотическую формулу для аддитивной проблемы делителей, мы уточняем оценку остаточного члена в асимптотической формуле для среднего значения длин цепных дробей с фиксированным знаменателем.

М.Е. Чанга (maris_changa@mail.ru)
Московский педагогический государственный университет

О числах, количество простых делителей которых принадлежит заданному классу вычетов

В докладе рассматриваются натуральные числа, количество простых делителей которых сравнимо с l по модулю k, причём на эти простые делители может быть дополнительно наложено требование принадлежности некоторому специальному множеству. Оказывается, что начиная с $k = 3$ картина распределения таких чисел в зависимости от значения l в корне отличается от исследованного ранее случая $k = 2$.

В.Г. Чирский (vgchirskii@yandex.ru)
Московский педагогический государственный университет, Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

О представлениях натурального числа слагаемыми определённого вида

Доклад посвящён проблемам представления натуральных чисел в виде суммы слагаемых определённого вида. Исследования, связанные с этими направлениями, имеют большую историю, содержат замечательные результаты и многие нерешённые проблемы. Развитие компьютерных технологий выделило в этой области некоторые актуальные задачи, которым в последнее время уделяется много внимания. Это относится, в частности, к задаче о представлении чисел в системе с двумя основаниями. В докладе рассказывается об уточнении некоторых оценок, связанных с этой задачей.

В.Н. Чубариков (chubarik1@mech.math.msu.su)
Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

Рациональный тригонометрические суммы и интегралы

Для функций, удовлетворяющих функциональному уравнению типа гауссовской теоремы умножения для гамма-функции, строится теория оценок арифметических сумм и интегралов от многочленов.

И.Д. Шкредов (ilya.shkredov@gmail.com)
Математический институт им. В.А. Стеклова РАН,
Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича РАН,
Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

Суммы мультипликативных характеров от аддитивных сверток

Пусть $\chi(x)$ — нетривиальный мультипликативный характер по простому модулю p, а A, B — произвольные подмножества $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ такие, что $|A + A| \leqslant K|A|$, где $K \geqslant 1$ — некоторая константа и $|A|, |B| > p^{4/9+\varepsilon}$, $\varepsilon > 0$ — любое.

М.-Ч. Чанг получила нетривиальную оценку для суммы

$$\left| \sum_{a\in A,\, b\in B} \chi(a+b) \right| \ll_{K,\varepsilon} \; |A||B| \cdot p^{-\tau(K,\varepsilon)}, \tag{1}$$

где $\tau(K, \varepsilon) > 0$.

Недавно Б. Хансон рассмотрел аналог суммы (1) для трёх множеств A, B, C безо всяких ограничений на сумму множеств с собой, а именно, он доказал, что если $|A|, |B|, |C| > \delta\sqrt{p}$, где $\delta > 0$, то

$$\left| \sum_{a\in A,\, b\in B,\, c\in C} \chi(a+b+c) \right| \;=\; o_\delta\big(|A||B||C|\big). \tag{2}$$

Используя лемму о почти-периодичности Крута–Сисаска, а также новые результаты о суммах произведений, мы улучшаем обе теоремы (1), (2).

А.В. Шубин (andshub@mail.ru)
Московский физико-технический институт (государственный университет), г. Долгопрудный Московской обл.

О дробных долях, связанных с функцией $\frac{N}{x}$

Проблема делителей Дирихле тесно связана с уточнением оценки остаточного члена в формуле для суммы из дробных долей

$$\sum_{n \leqslant N} \left\{ \frac{x}{n} \right\} = cN + O\big(x^{\alpha+\varepsilon}\big).$$

При $N \leqslant x^{\beta}$, где $\beta < 1$, дробные доли равномерно распределены на промежутке $[0,1)$, так что $c = \frac{1}{2}$. Но при $N = x$ распределение перестаёт быть равномерным, так как соответствующая константа c принимает значение $1 - \gamma = 0.422784\ldots$ (γ - постоянная Эйлера).

В докладе будут представлены асимптотические формулы сумм более общего вида

$$\sum_{\substack{n \leqslant x \\ n \in \mathcal{A}}} f\left(\left\{\frac{x}{n}\right\}\right), \quad \sum_{n \leqslant x} g(n) f\left(\left\{\frac{x}{n}\right\}\right),$$

где $\mathcal{A}$ - некоторое подмножество натурального ряда, а f и g - вещественные функции, удовлетворяющие естественным условиям. Также будут рассмотрены и некоторые приложения таких формул.

К.М. Эминян (eminyan@mail.ru)
Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации,
Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

Обобщённая проблема делителей

Доклад посвящён выводу асимптотической формулы для суммы значений многомерной функции делителей $\tau_k(n)$ по числам n со специальными двоичными разложениями.

Short abstracts

J.F. ANDERSSON (johan.f.andersson@mdh.se)
Mälardalen University, Västerås, Sweden

Universality of the Epstein zeta-function in the lattice aspect

We will talk about recent joint work with A. Södergren where we show that the Epstein zeta-function is universal in the lattice-aspect. In particular, let f be an analytic function in the strip $\{s : \frac{1}{2} < \operatorname{Re} s < 1\}$ which is real valued for real s. Then for any compact set $K \subset \{s : \frac{1}{2} < \operatorname{Re} s < 1\}$, real number $\varepsilon > 0$ and for any sufficiently large n there exists some n-dimensional lattice L such that

$$\max_{s \in K} \left| 2^{s-1} V_n^{-s} E_n \left(L, \frac{ns}{2} \right) - f(s) \right| < \varepsilon,$$

where $E_n(L, s)$ denotes the Epstein zeta-function associated with the lattice L and $V_n = \pi^{n/2}/\Gamma(n/2+1)$ is the volume of the n-dimensional sphere. If we allow a difference of two Epstein zeta-functions (with different lattices) to approximate the function rather than a single Epstein zeta-function the same result holds in the full half plane $\operatorname{Re} s > \frac{1}{2}$. This is the first case of a Voronin type universality theorem that also holds in the half plane of absolute convergence. The main ingredients in our proof are results on statistics of lengths of lattice vectors from Södergren's thesis and some approximation lemmas of Dirichlet polynomials.

A.I. Aptekarev (aptekaa@keldysh.ru)
Keldysh Institute of Applied Mathematics of Russian Academy of Sciences

On a functional analog of the Thue-Siegel-Roth theorem

Let f be a germ (the power series expansion) of an algebraic function at infinity. We discuss the limiting properties of the convergents of a functional continued fraction with polynomial coefficients for f (alternative names are diagonal Pade approximants or best local rational approximants). If we compare this functional continued fraction for f with the usual continued fraction (with integer coefficients) for a real number, then the degree of the polynomial coefficient is analogous to the value (magnitude) of the integer coefficient. In our joint work with M. Yattselev [1], we derived strong (or Bernshtein-Szegö type) asymptotics for the denominators of the convergents of a functional continued fraction for analytic function with a finite number of branch points (which are in a generic position in the complex plane). One of the applications following from this result is a sharp estimate for a functional analog of the Thue-Siegel-Roth theorem.

[1] A.I. Aptekarev, M.L. Yattselev, *Pade approximants for functions with branch points – strong asymptotics of Nuttall-Stahl polynomials*, Acta Math., **215**:2 (2015), 217-280 (see also: `arXiv:1109.0332v2 [math.CA]`).

R.N. Boyarinov (roma_boyarin@yahoo.com)
Lomonosov Moscow State University

The method of moments and its applications in number theory

In the talk, we will discuss the development of Markov's method of moments and its applications in number theory.

A.D. Bruno (abruno@keldysh.ru)
Keldysh Institute of Applied Mathematics of Russian Academy of Sciences

From Diophantine approximations to fundamental units of algebraic fields

Suppose we have m real homogeneous forms $f_i(X)$, $i = 1, \dots, m$ in the real n-dimensional space $\mathbb{R}^n = \{X\}$, $2 \leqslant m \leqslant n$. In many cases, the convex hull of the set of points $G(X) = (|f_1(X)|, \dots, |f_m(X)|)$ for $X \in \mathbb{Z}^n$ is a convex polyhedral set, and its boundary can be computed by means of the standard program for $\|X\| <$ const. The boundary points $G(X)$, that is, the points lying on the boundary, correspond to the best Diophantine approximations X for the above forms. This gives the global generalization of the continued fraction. For $n = 3$, Euler, Jacobi, Dirichlet, Hermite, Poincare, Hurwitz, Klein, Minkowski, Brun, Arnold and lot of others tried to generalize the continued fraction, but without a success.

Let $p(\xi)$ be real polynomial of degree n, which is irreducible over $\mathbb{Q}$, and let λ be its root. The set of fundamental units of the ring $\mathbb{Z}[\lambda]$ can be computed using the boundary points of some set of linear and quadratic forms constructed by means of the roots of the polynomial $p(\xi)$. Similarly, one can compute a set of fundamental units of the field $\mathbb{Q}(\lambda)$. Up today, such set of units was computed only for $n = 2$ (using usual continued fractions) and $n = 3$ (by the algorithm of Voronoi).

Our approach generalizes the continued fraction and gives the best Diophantine approximations and fundamental units of algebraic fields for any n.

M.E. Changa (maris_changa@mail.ru)
Moscow State Pedagogical University

On the integers whose number of prime factors belongs to given class of residues

In the talk, we deal with integers with the number of prime factors equal to l modulo k. We also require that such prime factors belong to some special set. It appears that the distribution of such numbers for k greater or equal to 3 differs a lot from the case $k = 2$ in dependence on l.

V.G. Chirskii (vgchirskii@yandex.ru)
Moscow State Pedagogical University,
Lomonosov Moscow State University

On representing positive integers by sums of certain summands

The report concerns the problem of representation of positive integers as sums of terms having some special form. The problem has a long history which contains glorious results and yet unsolved problems. Computer technologies induced interest in some special problems e.g. in expanding integers in DBNS. We present here some improvements of certain estimates involved.

V.N. Chubarikov (chubarik1@mech.math.msu.su)
Lomonosov Moscow State University

Rational arithmetical sums and integrals

We develop a theory of estimates of arithmetical polynomial sums and integrals involving the functions satisfying the analogue of Gaussian multiplication theorem for the gamma-function.

I.Sh. Dzhabbarov (ilgar_j@rambler.ru)
Ganja State University, Ganja, Azerbaijan

The influence of singularities in the problem of the exponent of convergence in multidimensional Tarry's problem

In multidimensional analysis, a lot of problems in the theory of exponential integrals lead to the study of singularities of some mappings. They play key roles in the study of asymptotics of some oscillating integrals. The influence of singularities can vary in dependence of a problem concerning exponential integrals. In present talk, we show that the singularities of mappings that arise in the problem of convergence of Tarry problem's singular integral and defined by monomials of corresponding polynomials under considering, do not infly to the behavior of the exponent of convergence of singular integral in multidimensional Tarry's problem.

Let the polynomial $F(\bar{x})$ is defined by the relation

$$F(\bar{x}) = \sum_{j=1}^{N} \alpha_j \gamma_j(\bar{x}); \; \bar{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_r) \tag{1}$$

where $\gamma_j(\bar{x}) = x_1^{k_{1j}} x_2^{k_{2j}} \cdots x_r^{k_{rj}}$ are the monomials of degree

$k\,(j) = k_{1j} + \cdots + k_{rj}$, and let $F(\bar{x})$ has no free term, that is $k_{1j}+k_{2j}+\cdots+k_{rj} > 0, k_{ij} \geqslant 0$ for any $j = 1, ..., N$. The singular integral of multidimensional Tarry's problem is defined as

$$\theta_k \;=\; \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\cdots\int_{-\infty}^{\infty}\left|\int_0^1\cdots\int_0^1 e^{2\pi i F(\bar{x})}d\bar{x}\right|^{2k} d\alpha_1 d\alpha_2\cdots d\alpha_N$$

The we have the following assertion.

Theorem. *Suppose we have a polynomial* (1) *which is not a sum of two polynomials that depends on the smallest set of variables without common variables. Next, suppose that its highest form contains all r independent variables and the matrix of exponents*

$$\begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} & \cdots & k_{1r} \\ k_{21} & k_{22} & \cdots & k_{2r} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{N1} & k_{N2} & \cdots & k_{Nr} \end{pmatrix}$$

has rank ρ, $1 \leqslant \rho \leqslant r$. The the singular integral of multidimensional Tarry's problem θ_k converges for any integer k such that $k\rho \geqslant N$ and

$$2kr \;>\; r + \sum_{j=1}^{N}\sum_{i=1}^{r} k_{ji}.$$

N.M. Dobrovol'skii (dobrovol@tspu.tula.ru)
Tula State Pedagogical University, Tula

Contribution to the theory of hyperbolic zeta-functions of the lattices

The talk is based on the results of joint paper of N.M. Dobrovol'skii and N.N. Dobrovol'skii "*On new results in*

the theory of hyperbolic zeta-function of lattices”, supported by grant No. 15-01-01540a of RFBR.

The hyperbolic zeta-function of lattices is defined in the right half-plane $\mathrm{Re}\,\alpha > 1$ by series

$$\zeta(\Lambda|\alpha) = \sum_{\vec{x}\in\Lambda,\ \vec{x}\neq\vec{0}} (\overline{x}_1 \ldots \overline{x}_s)^{-\alpha},$$

where $\overline{x} = \max(1, |x|)$. Obviously, in the case $s = 1$ hyperbolic zeta-function of lattice is expressed in terms of Riemann zeta-function.

In [1], the following asymptotic formula for hyperbolic zeta-function of lattice$\Lambda(t, F)$ was derived:

$$\begin{aligned}\zeta_H(\Lambda(t, F)|\alpha) &= \\ &= \frac{2(\det\Lambda(F))^{\alpha}}{R(s-1)!}\left(\sum_{(\omega)} |N(\omega)|^{-\alpha}\right)\frac{\ln^{s-1}\det\Lambda(t, F)}{(\det\Lambda(t, F))^{\alpha}} + \\ &\qquad + O\left(\frac{\ln^{s-2}\det\Lambda(t, F)}{(\det\Lambda(t, F))^{\alpha}}\right).\end{aligned}$$

Here R denotes the regulator of the field F, and the sign (ω) means the summation over all main ideals of the ring $\mathbb{Z}_F$.

Denote by $\zeta_{D_0}(\alpha|F)$ Dedekind zeta-function corresponding to main ideals of quadratic field F:

$$\zeta_{D_0}(\alpha|F) = \sum_{(\omega)} |N(\omega)|^{-\alpha}.$$

Then

$$\zeta_{D_0}(\alpha|F) = \sum_{(\omega)} |N(\omega)|^{-\alpha}\ln|N(\omega)|.$$

Theorem. *The following asymptotic relation holds:*

$$\zeta_H(\Lambda(t,F)|\alpha) = \frac{2(\det\Lambda)^\alpha\zeta_{D_0}(\alpha|F)}{R}\cdot\frac{\ln\det\Lambda(t)}{(\det\Lambda(t))^\alpha} -$$
$$- \frac{2(\det\Lambda)^\alpha}{R(\det\Lambda(t))^\alpha}\left(\ln\det\Lambda + \zeta'_{D_0}(\alpha|F)\right) +$$
$$+ \frac{2(\det\Lambda)^\alpha\zeta_{D_0}(\alpha|F)}{(\det\Lambda(t))^\alpha}\left(\theta_1(\alpha) + \frac{\theta_2(\alpha)}{\sinh(\alpha R/2)}\right),$$

where $|\theta_1(\alpha)|\leqslant 1$ *u* $\varepsilon_0^{-\alpha/2}\leqslant\theta_2(\alpha)\leqslant\varepsilon_0^{\alpha/2}$, ε_0 *denotes the fundamental unit of quadratic field* F *and* R *denotes the regulator of this field.*

The proof of this assertion is contained in [2].

In the case of quadratic fields, the analyze of these results shows that the asymptotic formula for hyperbolic zeta-function of algebraic lattice can be improved.

For the case of quadratic fields, further researches should be directed to the study of Dedekind zeta-function of main ideals of quadratic fields and to its derivatives.

[1] N.M. Dobrovol'skii, V.S. Van'kova, S.L. Kozlova, *Hyperbolic zeta-function of algebraic lattices*. Preprint of VINITI 12.04.90 № 2327-B90.

[2] N.M. Dobrovolskiy, N.N. Dobrovol'skiy, V.V. Soboleva, D.K. Sobolev, E.I. Yushina *Hyperbolic zeta-function of lattices of quadratic field*s. Chebysh. sb., **16**:4 (2015), 100-149.

N.P. Dolbilin (dolbilin@mi.ras.ru)
Steklov Mathematical Institute,
Lomonosov Moscow State University

Locally antipodal Delone sets

The main subject of the talk is to expose recent results about so-called locally antipodal Delone sets in Euclidean space. Let X be a Delone set with parameters r (the packing radius) and R (the covering radius). It is well-known that one of the main goals of the local theory of regular point systems is to find local conditions (rules) in Delone set X that guarantee the regularity / crystallographicity of the set. Delone set X is called regular system if its symmetry group G operates transitively (X is G-orbit of a single point). Delone set is called crystal if X is G-orbit of some finite set. A regular system is a very important particular case of a crystal. Let us remind here the most typical statements of the local theory (N.P. Dolbilin, M.I. Stogrin):

1) On the plane: any Delone set such that all its $4R$-clusters (neighborhoods) are congruent is a regular system.

2) In the space of any dimension: the value $4R$ is unimprovable; namely, for any ε, one can find Delone set X such that all its $(4R - \varepsilon)$-clusters are congruent, but X is neither regular set nor crystallographic.

3) In $3D$ space: any Delone set such that all its $10R$-clusters are congruent, is a regular system.

4) In the space of any dimension: there exists an upper bound for the radius of identical clusters in Delone set that guaranties the regularity of the set.

We call Delone set X locally antipodal if a $2R$-cluster at any point x of X is centrally symmetrical about the center x of the cluster. In the talk, there will be discussed the following theorems which are true for any dimension.

THEOREM 1. *A locally antipodal Delone set is globally antipodal at any its point* (see [1], [2]).

THEOREM 2. *If two locally antipodal Delone sets X and Y have a $2R$-cluster in common then X and Y coincide totally* (see [2]).

Theorem 3. *A locally antipodal Delone set is the union of at most* $2^d - 1$ *pairwise congruent and parallel lattices* (see [2]).

Theorem 4. *A locally antipodal Delone set with pairwise congruent* $2R$*-clusters is a regular system* (see [1], [2]).

Theorems 1 and 4 can be used, in particular, for simplifying the $10R$-upper bound mentioned in p. 3). It is interesting to compare theorem 4 and assertion of p. 2) concerning the existence of irregular sets with the same $(4R-\varepsilon)$-clusters. The examples of non-regular sets with equivalent $(4R-\varepsilon)$-clusters that were found are not locally antipodal sets. This fact agrees well with theorem 4.

[1] N.P. Dolbilin, *Crystal criterion and antipodal Delaunay sets*, Proc. Int. Conf. "Quantum Topology", Vestn. Chel. SU, **3**(358) (2015), 6-17.

[2] N.P. Dolbilin, A.N. Magazinov, *Locally antipodal Delaunay sets*, Uspekhi Mat. Nauk,**70**:5(425) (2015), 179–180.

This work is supported by the Russian Science Foundation under grant No. 14-11-00414.

K.M. Eminyan (`eminyan@mail.ru`)
Financial University under the Government of the Russian Federation,
Bauman Moscow State Technical University

On generalized divisor problem

We obtain an asymptotic formula for the sum of the values of multidimensional divisor function $\tau_k(n)$ over the numbers n with a special binary expansions.

G.V. Fedorov (glebonyat@mail.ru)
Scientific Research Institute for System Studies of RAS,
Lomonosov Moscow State University

The Riemann-Roch theorem and periodicity of continued fractions in hyperelliptic fields

Let L be a function field of a hyperelliptic curve $\mathcal{C}$ defined over an arbitrary perfect field of characteristic different from 2. The purpose of the report is to show that we can establish a criterion of periodicity of continued fraction expansion of the key elements of L provided that exists the torsion point on a Jacobian of hyperellipticcurve $\mathcal{C}$. This criterion is based Riemann-Roch theorem.

D.A. Frolenkov (frolenkov_adv@mail.ru)
Steklov Mathematical Institute,
Lomonosov Moscow State University

A strengthening of Porter's result

Using new uniform asymptotic formula for the additive divisor problem, we obtain an improvement of the error term in the asymptotic formula for the mean value of the length of continued fractions with fixed denominator.

S.B. Gashkov (sbgashkov@gmail.com)
Lomonosov Moscow State University
I.S. Sergeev (isserg@gmail.com)
Research Institute "Kvant"

On the arithmetic complexity of some linear mappings

We investigate the arithmetic complexity of computation of some linear maps originated from combinatorics and number theory (e.g. binomial map, q-binomial Gauss's map, Stirling's maps of both kinds, Smith's map with the matrix made up from GCD's of indices of rows and columns). The arithmetic complexity here is the minimal required number of additive operations or, alternatively, additive operations and multiplications, or, generally, all arithmetic operations including division. The computation starts from the constant 1.

O.N. German (german@mech.math.msu.su)
Lomonosov Moscow State University

Cyclic palindromes and periodic continued fractions

The talk is based on the results of a joint paper with I.A. Tlyustangelov.

Since the times of Lagrange it has been known that for each rational $r > 1$ different from a perfect square we have the following expansion into continued fraction:

$$\sqrt{r} = \big[a_0; \overline{a_1, a_2, \ldots, a_2, a_1, 2a_0}\,\big].$$

Particularly, a period of this continued fraction read back to front is again a period. We call such periods *cyclic palindromic* and prove the following criterion.

THEOREM. *The continued fraction of a quadratic irrationality* α *has a cyclic palindromic period if, and only if one of the following statements holds*:

(1) $\alpha \sim \beta: \ \beta^2 \in \mathbb{Q}$;
(2) $\alpha \sim \beta: \ (\beta - 1/2)^2 \in \mathbb{Q}$;
(3) $\alpha \sim \beta: \ \beta\bar{\beta} = 1$;
(4) $\alpha \sim \beta: \ \beta\bar{\beta} = -1$.

Moreover, (2) *is equivalent to* (3).

S.A. GRITSENKO (s.gritsenko@gmail.com)
Lomonosov Moscow State University,
Financial University under the Government of the Russian Federation,
Bauman Moscow State Technical University

On the zeroes of the function of Davenport and Heilbronn lying on the critical line

Let $\chi_1(n)$ be the character of Dirichlet mod 5 such that $\chi_1(2) = i$,

$$\varkappa = \frac{\sqrt{10 - 2\sqrt{5}} - 2}{\sqrt{5} - 1}.$$

Davenport–Heilbronn function is defined as follows:

$$f(s) = \frac{1 - i\varkappa}{2} L(s, \chi_1) + \frac{1 + i\varkappa}{2} L(s, \overline{\chi}_1).$$

The function $f(s)$ was introduced and investigated by Davenport and Heilbronn in 1936. It satisfies the functional equation $g(s) = g(1 - s)$ of Riemann's type where

$$g(s) = \left(\frac{\pi}{5}\right)^{-s/2} \Gamma\left(\frac{1 + s}{2}\right) f(s).$$

However, it is well-known, that not all non-trivial zeros of $f(s)$ lie on the line $\mathrm{Re}\, s = \frac{1}{2}$.

In the region $\mathrm{Re}\, s > 1$, $0 < \mathrm{Im}\, s \leqslant T$, the number of zeros of $f(s)$ exceeds cT, where $c > 0$ is an absolute constant (Davenport and Heilbronn, 1936).

Moreover, the number of zeros of $f(s)$ in the region

$$\tfrac{1}{2} < \sigma_1 < \mathrm{Re}\, s < \sigma_2, \quad 0 < \mathrm{Im}\, s \leqslant T$$

exceeds $c_1 T$, where $c_1 > 0$ is an absolute constant (S.M. Voronin, 1976).

In 1980, Voronin proved that "abnormally many" zeros of $f(s)$ lie on the critical line $\mathrm{Re}\, s = \frac{1}{2}$. Let $N_0(T)$ be the number of zeros of $f(s)$ on the segment $\mathrm{Re}\, s = \frac{1}{2}$, $0 < \mathrm{Im}\, s \leqslant T$. Then Voronin got the estimate

$$N_0(T) \; > \; c_2 T \exp\left(\tfrac{1}{20}\sqrt{\log\log\log\log T}\right),$$

where $c_2 > 0$ is an absolute constant.

In 1990, A.A. Karatsuba improved Voronin's estimate significantly and got the inequality

$$N_0(T) \; > \; T(\log T)^{1/2-\varepsilon},$$

where $\varepsilon > 0$ is an arbitrary small constant, $T > T_0(\varepsilon) > 0$.

In 1994, A.A. Karatsuba got somewhat more precise estimate

$$N_0(T) \; > \; T(\log T)^{1/2} \exp\left(-c_3\sqrt{\log\log T}\right),$$

where $c_3 > 0$ is an absolute constant.

In this talk, we represent the the following theorem proved by the author.

Theorem. *Let $\varepsilon > 0$ be an arbitrary small constant. Then the estimate*

$$N_0(T) \; > \; T(\log T)^{1/2+1/16-\varepsilon}.$$

holds.

T. Johnsen (trygve.johnsen@uit.no)
University of Tromsø - The Arctic University of Norway, Tromsø, Norway

Stanley-Reisner rings associated to matroids and codes

To large classes of error-correcting block codes, including almost affine codes (and therefore linear codes) there are associated matroids. Many of the most useful and important properties of these codes are determined by the structures of these matroids. Moreover these structures can be read off from the homological properties of the Stanley -Reisner rings of these matroids, viewed as simplicial complexes via their independent sets.

We will sketch how the code parameters, in particular the generalized Hamming weights of the codes, and also the weight polynomials, which determine the number of codewords of specified weight of extensions of the original alphabet, are determined by certain Betti number of the Stanley Reisner rings in question.

A.B. Kalmynin (alkalb1995cd@mail.ru)
National Research University "Higher School of Economics" (HSE)

On the Nowak numbers

Nowak numbers are the integer n such that 2^n+1 is divisible by n. The first several terms of this sequence are 1, 3, 9, 27, 81, 171, 243, 513, 729, 1539... In the talk, we will discuss new lower bounds for the quantity of Nowak numbers n which are less or equal to x. Also, we will consider some generalizations of these sequence.

D.V. Koleda (koledad@rambler.ru)
Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus

The joint distribution of real conjugate algebraic numbers

In the talk, we will discuss the distribution of real algebraic numbers and correlations between conjugate algebraic numbers.

The degree $\deg(\alpha)$ and height $H(\alpha)$ of an algebraic number α are defined accordingly as the degree and height of its minimal polynomial, that is, a polynomial of the minimal degree with coprime integer coefficients that vanishes at α. The height of a polynomial is the maximum of the absolute values of its coefficients.

For $B \subset \mathbb{R}^k$, denote by $\Phi_k(Q, B)$ the number of ordered k-tuples in B of real conjugate algebraic numbers of degree $\leqslant n$ and naive height $\leqslant Q$.

The asymptotics of $\Phi_1(Q, B)$ (as $Q \to \infty$) was found earlier in [1] for arbitrary fixed n. For $k \geqslant 2$, the following asymptotic formula was recently proved in [2]:

$$\Phi_k(Q; B) = \frac{(2Q)^{n+1}}{2\zeta(n+1)} \int\limits_B \chi_k(\mathbf{x}) \prod_{1 \leqslant i<j \leqslant k} |x_i - x_j| \, d\mathbf{x} + O\big(Q^n\big),$$

$Q \to \infty$, where the function χ_k is continuous in $\mathbb{R}^k$ and can be written explicitly. If $n = 2$, then an additional factor $\ln Q$ appears in the remainder term.

The talk is based on the joint paper [2] by F. Götze, D. Zaporozhets, and the speaker.

[1] D. Kaliada, *On the density function of the distribution of real algebraic numbers.* `arXiv:1405.1627 [math.NT]` (2014).

[2] F. Götze, D. Kaliada, D. Zaporozhets, *Correlations between real conjugate algebraic numbers.* Chebysh. sb., **16**:4 (2015), 91-99.

M.A. Korolev (`korolevma@mi.ras.ru`)
Steklov Mathematical Institute,
Lomonosov Moscow State University

Karatsuba's method of estimating of short Kloosterman sums

In the middle of 1990th, A.A.Karatsuba invented a new and original method of estimating of short Kloosterman sums, that is, the exponential sums of the following type:

$$\sum_{n\in\mathcal{A}} \exp\left(2\pi i\,\frac{an^*+bn}{m}\right), \quad nn^*\equiv 1(\operatorname{mod} m).$$

Here $m > 2$, $\mathcal{A}$ denotes some subset of reduced residual system $\mathbb{Z}_m^*$ modulo m, such that its cardinality $|\mathcal{A}|$ does not exceed arbitrary small fixed power of m. In the talk, we will discuss the last results concerning such sums and the further development of Karatsuba's method.

N.G. Moshchevitin (`moshchevitin@rambler.ru`)
Lomonosov Moscow State University

Cassels' theorem on small zeros of quadratic forms revisited

We give an overview of classical and recent results related to the famous statement by Cassels concerning small zeros of isotropic quadratic forms. In particular we discuss new theorems on intrinsic rational approximation on n-dimensional sphere by Kleinbock and Merrill and the generalizations by Fishman, Kleinbock, Merrill and Simmons. We will show that these results easily follows from Cassels' theorem.

A.N. Parshin (parshin@mi.ras.ru)
Steklov Mathematical Institute

On the analytic continuation of certain class of L-functions

In the talk, I will speak about the application of some general construction to the problem of analytic continuation. This construction arises from Cousin problem and is connected with duality theorem in complex analysis.

U.M. Pachev (urusbi@rambler.ru)
Kabardino-Balkar State University, Nal'chik

On the application of discrete ergodic method in analytic theory of diophantine equations

In the talk, we will represent the basic results concerning the application of discrete ergodic method (DEM) in analytic theory of diophantine equations. The scheme of the talk is as follows:

1) Introduction. The basics of DEM.

2) The main results provided by DEM (ergodic properties of diophantine approximations and the theorems concerning the uniform distributions of solutions).

3) Further development of researching based on DEM.

D.A. Popov
Lomonosov Moscow State University, Belozersky Research Institute of Physico-Chemical Biology

Discrete spectrum of Laplace operator in fundamental domain of modular group and Chebyshev's ψ-function

Laplace operator $\Delta = u^2\left(\partial_x^2 + \partial_u^2\right)$ has infinite discrete spectrum $\{\lambda_n\}$,

$$\Delta\,\varphi_n + \lambda_n\,\varphi_n = 0, \quad \varphi_n \in L^2(\mathcal{F}, d\mu), \quad d\mu = \frac{dx\,du}{u^2}, \quad \lambda_n \geqslant 0,$$

in fundamental domain

$$\mathcal{F} = \left\{z = x + iy \,|\, y > 0, |z| > 1, |x| < \tfrac{1}{2}\right\}$$

of modular group $PSL(2,\mathbb{Z})$. Also, it has a continuous spectrum covering the interval $\left[\frac{1}{4}, +\infty\right)$.

In his "Shur Lectures" (Tel-Aviv, 1992), P. Sarnack suggested that this discrete spectrum $\{\lambda_n\}$ should play a key role in number theory.

In the talk, we will discuss a proof of the following new theorem:

Theorem. *Let $x \geqslant 3$ and suppose that*

$$0 < t \leqslant x^{-4}(\ln x^p)^{-2}, \quad p \geqslant 20.$$

Then the following formula holds:

$$\psi(x) = 2\sqrt{\pi}t \sum_{n\geqslant 0} e^{-tr_n^2} \sum_{2\leqslant k\leqslant x} k\cos\left(2r_n \ln k\right) + R(x),$$

$$|R(x)| \leqslant \frac{cx^2\sqrt{t}}{(\ln x)^2} \leqslant \frac{c}{(\ln x)^3}.$$

Here $\psi(x)$ denotes Chebyshev's function, the sequence r_n is defined by the relations $\lambda_n = r_n^2 + \frac{1}{4}$, and c is some computable constant.

Therefore, the fact that the discrete spectrum $\{\lambda_n\}$ determine prime number distribution, is established.

Z.Kh. Rakhmonov (zarullo_r@tajik.net)
Tajik State University, Dushanbe, Tajikistan

Sums of characters modulo a cubefree at shifted primes

In the talk, we present a new bound for the sum of primitive Dirichlet character modulo cubefree integer q at shifted primes $p-l$, $(l,q)=1$, $p \leqslant x$. This bound is nontrivial for $x \geqslant q^{0.5+\varepsilon}$.

I.S. Rezvyakova (rezvyakova@mi.ras.ru,)
Steklov Mathematical Institute

Selberg method and an additive problem in the theory of *L*-functions

In our talk, we shall demonstrate that the methods developed by Atle Selberg in the theory of L-functions reduce the most important problems on distribution of nontrivial zeros of L-functions to the solution of the additive problem with the coefficients of the given L-function. We shall discuss a problem on distribution of nontrivial zeros of L-functions from Selberg class as well as of their linear combinations.

M.S. Risager (risager@math.ku.dk)
University of Copenhagen, Copenhagen, Denmark

The hyperbolic circle problem

We review the hyperbolic circle problem and explain some recent results concerning the error term. We also explain how these results relate to L-functions of certain automorphic forms and conjectures on the sup-norm of automorphic functions.

A.A. Sedunova (alisa.sedunova@phystech.edu)
Universite Paris-Sud 11, Orsay, France

On the Bombieri-Pila method over function fields

In 1989, E. Bombieri and J. Pila proved that if Γ is a subset of an irreducible algebraic curve of degree d inside a square of side N, then the number of lattice points on Γ is bounded by $c(d,\varepsilon)N^{1/d+\varepsilon}$ for any $\varepsilon > 0$, where the constant $c(d,\varepsilon)$ does not depend on Γ. We will establish a function field $\mathbb{F}_q$ analogue of this result.

I.D. Shkredov (ilya.shkredov@gmail.com,)
Steklov Mathematical Institute,
A.A. Kharkevich Institute for Information Transmission Problems,
M.V. Lomonosov Moscow State University

Characters sums with additive convolutions

Let $\chi(x)$ be a nontrivial multiplicative character over prime modulo p, and A, B be arbitrary subsets of $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ such that $|A+A| \leqslant K|A|$, where $K \geqslant 1$ be a constant and $|A|, |B| >$

$p^{4/9+\varepsilon}$, $\varepsilon > 0$.

M.-C. Chang obtained a nontrivial upper bound for the sum

$$\Bigg| \sum_{a\in A,\, b\in B} \chi(a+b) \Bigg| \ll_{K,\varepsilon} |A||B| \cdot p^{-\tau(K,\varepsilon)}, \qquad (1)$$

where $\tau(K, \varepsilon) > 0$.

Recently, B. Hanson considered an analog of the sum (1) for three sets A, B C having no restrictions on its sumsets. Namely, he proved that if $|A|, |B|, |C| > \delta\sqrt{p}$, where $\delta > 0$, then

$$\Bigg| \sum_{a\in A,\, b\in B,\, c\in C} \chi(a+b+c) \Bigg| = o_\delta\big(|A||B||C|\big). \qquad (2)$$

Using the almost periodicity lemma of Croot–Sisask as well as new results on sum-products, we refine both (1) and (2).

A.V. Shubin (andshub@mail.ru)
Moscow Institute of Physics and Technology (State University), Dolgoprudny, Moscow region

On the fractional parts connecter with the function $\frac{N}{x}$

The Dirichlet divisor problem is closely related to the sum of fractional parts

$$\sum_{n\leqslant N} \left\{\frac{x}{n}\right\} = cN + O\big(x^{\alpha+\varepsilon}\big).$$

In the case $N \leqslant x^\beta$, $0.5 \leqslant \beta < 1$, the fractional parts are uniformly distributed over $[0, 1)$ and therefore $c = \frac{1}{2}$. However, in the case $N = x$ the distribution is not uniform, since $c = 1 - \gamma = 0.422784\ldots$ (γ is Euler constant).

In the talk, we will consider some asymptotic formulas for general sums

$$\sum_{\substack{n \leqslant x \\ n \in \mathcal{A}}} f\left(\left\{\frac{x}{n}\right\}\right), \quad \sum_{n \leqslant x} g(n) f\left(\left\{\frac{x}{n}\right\}\right),$$

where $\mathcal{A}$ denotes some subset of natural numbers, and f, g are real-valued functions satisfying some natural conditions. We also give some applications of these formulas.

A.N. Vasil'ev (antonvassilyev@mail.ru)
Kazakhstan Branch of Lomonosov Moscow State University, Astana, Kazakhstan

Balanced factorisations

We consider the problem of element factorisation into a product of several factors whose sum vanishes. In the case of finite fields and some algebras, the solutions are given. The talk is based on the joint work with Dr. A.A. Klyachko.

E.V. Vesalainen (esa.vesalainen@gmail.com)
Aalto University, Helsinki, Finland

Sums involving Fourier coefficients of automorphic forms

We will describe some pointwise, moment, resonance and omega estimates for sums involving Fourier coefficients of automorphic forms, including higher rank forms (joint work with A.-M. Ernvall-Hytönen and J. Jääsaari).

V.G. Zhuravlev (vzhuravlev@mail.ru)
Vladimir State University,
Vladimir State Humanitarian University,
Saint Petersburg State University

Multi-colored dynamic tilings of tori and bounded remainder sets

Wide class of invariant deformations of bounded remainder sets on a multi-dimensional torus is studied. In the one-dimensional case, Hecke intervals are deformed, in the two-dimensional case torus rotations are replaced by their exchange transformations. For the deviation function of such sets, exact boundaries are proved and averages are calculated. The two new methods of non-autonomous bounded remainder sets and skew products of toric maps are used.

Подписано в печать 19.01.2016.
Тираж 50 экз.

Компьютерная вёрстка: *М.А. Королёв*
e-mail: `korolevma@mi.ras.ru`