В. Г. Багров, И. Л. Бухбиндер, Д. М. Гитман, П. М. Лавров, Когерентные состояния электрона в квантованной электромагнитной волне, *ТМФ*, 1977, том 33, номер 3, 419–426

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ
И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ
ФИЗИКА
Том 33, № 3
декабрь, 1977

КОГЕРЕНТНЫЕ СОСТОЯНИЯ ЭЛЕКТРОНА В КВАНТОВАННОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЕ

В. Г. Багров, И. Л. Бухбиндер, Д. М. Гитман, П. М. Лавров

Найдены когерентные состояния для взаимодействующих электрона и фотонов плоской электромагнитной волны. Исследованы траектория электрона и характеристики электромагнитного поля. Изучен предельный переход к заданному внешнему полю.

Исследование проблемы о взаимодействии электрона с полем плоской электромагнитной волны может быть проведено на трех различных уровнях — назовем их классическим, полуклассическим и квантовым. На первом уровне как электрон, так и электромагнитное поле рассматриваются классически и взаимодействие электрона с волной описывается в рамках релятивистской классической механики. Решения классических уравнений движения [1] использовались, в частности, для расчета излучения электрона в поле плоской электромагнитной волны методами классической электродинамики [2]. На следующем уровне электрон описывается квантовомеханически, а поле волны по-прежнему рассматривается как заданное, классическое. При этом взаимодействие электрона с полем волны изучается методами релятивистской квантовой механики. Впервые решения уравнения Дирака, описывающего движение электрона в поле плоской волны, были найдены Волковым [3], а совсем недавно в работе [4] построены когерентные состояния дираковского электрона в поле плоской электромагнитной волны. Решения Волкова [3] в дальнейшем неоднократно использовались (см., например, [5—7]) для изучения эффектов воздействия интенсивного электромагнитного поля на ход различных квантовых процессов. Как на классическом, так и на полуклассическом уровнях учитывается влияние поля волны на движение электрона (проявляющееся, например, в появлении у электрона эффективной массы, зависящей от интенсивности волны) и никак не учитывается обратное влияние движения электрона на поле волны. Обратное влияние движения электрона на поле волны можно учесть на квантовом уровне, когда квантовомеханически описывается как электрон, так и поле волны. В качестве уравнения, описывающего взаимодействие электрона с квантованной плоской волной, можно выбрать модифицированное уравнение Дирака [8, 9], получающееся из уравнения Дирака заменой потенциала внешнего электромагнитного поля оператором потенциала поля плоской волны (обоснование используемой модели и подробное ее исследование изложены в работах [10]).

В настоящей работе построены когерентные состояния для электрона, взаимодействующего с квантованной плоской волной. Общая схема построения когерентных состояния нерелятивистских частиц детально разрабатывалась Малкиным и Манько и сотрудниками [11, 12]. Основным моментом в методе Малкина и Манько является построение операторов уничтожения — интегралов движения по известному оператору эволюции рассматриваемой системы. Используя идеи работ [11, 12], когерентные состояния релятивистских частиц можно построить либо в формализме «нулевой плоскости» [4], либо методом собственного времени [13]. При построении когерентных состояний электрона в квантованной плоской волне нами использовался (как менее громоздкий) метод работы [4].

1. ИНТЕГРАЛЫ ДВИЖЕНИЯ

Когерентные состояния частиц удобно строить [4], используя формулировку квантовой теории на «нулевой плоскости» [14, 15]. Переход к формализму «нулевой плоскости» осуществляется записью исходных уравнений и всех величин теории относительно новых переменных u^μ:

$$\sqrt{2}u^0=x^0-x^3, \quad u^\lambda=x^\lambda, \quad \lambda=1,\ 2, \quad \sqrt{2}u^3=x^0+x^3.$$

Взаимодействие релятивистской бесспиновой частицы с квантованной плоской волной в рамках модели [8] (см. также [9, 10]) на «нулевой плоскости» описывается уравнением

$$i\hbar\frac{\partial\Psi_b}{\partial u^0}={}^1/_2\mathscr{P}_3^{-1}[\mathscr{P}_1^2+\mathscr{P}_2^2+m^2c^2]\Psi_b, \qquad \mathscr{P}_\lambda=i\hbar\frac{\partial}{\partial u^\lambda}-\frac{e}{c}A_\lambda, \tag{1}$$

где $\mathscr{P}_3^{-1}$ — оператор, обратный $\mathscr{P}_3=i\hbar\dfrac{\partial}{\partial u^3}$, а оператор потенциала A_μ поля плоской волны

$$A_0=A_3=0, \quad A_\lambda=c\hbar e^{-1}f_\lambda(u^0), \quad \lambda=1, 2,$$

$$f_\lambda(u^0)=\varepsilon\sum_s\sqrt{\frac{\delta}{2\varkappa_s}}(c_{s\lambda}e^{-i\varkappa_s u^0}+c_{s\lambda}^+e^{i\varkappa_s u^0}), \qquad \delta=\frac{4\pi e^2}{Vc\hbar}, \qquad \varepsilon=\frac{e}{|e|},$$

выражается через операторы рождения $c_{s\lambda}^+$ и уничтожения $c_{s\lambda}$ фотонов с частотой $\varkappa_s$ и линейной поляризацией λ.

Независимые компоненты $\Psi_f=P_{(-)}\Psi$ ($P_{(-)}={}^1/_2\gamma^3\gamma^0$ — оператор проектирования, γ^0, γ^3 — матрицы Дирака на «нулевой плоскости») волновой функции, описывающей взаимодействие дираковской частицы с квантованной электромагнитной волной (2), также удовлетворяют уравнению (1). Следовательно, если найдены решения уравнения (1) с потенциалом A_μ (2), то соответствующие решения Ψ_f для дираковской частицы находятся немедленно $\Psi_f=\Psi_b v_{(-)}$, $v_{(-)}=P_{(-)}v$, а v — произвольный постоянный биспинор.

Скалярное произведение для бесспиновых частиц на «нулевой плоскости» определяется в виде

$$(\psi, \varphi)_{u^0}=\int d\mathbf{u}[\psi^*\mathscr{P}_3\varphi+(\mathscr{P}_3\psi)^*\varphi], \qquad d\mathbf{u}=du^1\,du^2\,du^3, \tag{3}$$

а для дираковских частиц как

$$(\psi, \varphi)_{u^0}=\sqrt{2}\int d\mathbf{u}\psi^*\varphi. \tag{4}$$

При этом, если иметь в виду уравнение (1) с потенциалом (2), то в скалярных произведениях (3) и (4) знак $\int$ включает интегрирование по переменным, связанным с дополнительными (фотонными) степенями свободы.

В уравнении (1) перейдем к представлению взаимодействия по фотонному полю

(5) $$\Psi=U\psi,\quad U=\exp\left[iu^0\sum_{s\lambda}\varkappa_s n_{s\lambda}\right],\quad n_{s\lambda}=c_{s\lambda}^+c_{s\lambda}.$$

Функция ψ удовлетворяет уравнению

(6) $$i\frac{\partial\psi}{\partial u^0}=H\psi,\quad H=\sum_{s\lambda}\varkappa_s n_{s\lambda}+\frac{\hbar}{2}\mathscr{P}_3^{-1}\left[k_0^2+\sum_{\lambda}(i\partial_\lambda-f_\lambda(0))^2\right],$$

$$k_0=\frac{mc}{\hbar},$$

имеющему вид уравнения Шредингера с гамильтонианом H, не зависящим от «времени» u^0.

Для уравнения (6) можно ввести оператор эволюции U

$$\psi(u^0)=U(u^0)\psi(0),$$

который удовлетворяет уравнению (6) с начальным условием $U(0)=1$ и формально может быть записан в виде $U=\exp(-iHu^0)$. Оператор эволюции U позволяет [4] построить операторы — интегралы движения $J=UJ_0U^{-1}$, где J_0 — произвольный оператор, не зависящий от u^0, переводящие решения уравнения (6) в некоторые решения этого же уравнения.

Введем операторы рождения a_λ^+ и уничтожения a_λ соотношениями

$$\sqrt{2}a_\lambda=k_0u^\lambda+k_0^{-1}\partial_\lambda,\quad \sqrt{2}a_\lambda^+=k_0u^\lambda-k_0^{-1}\partial_\lambda.$$

Выбирая в качестве J_0 операторы a_λ, a_λ^+, $c_{s\lambda}$, $c_{s\lambda}^+$, можно построить новые операторы рождения и уничтожения

$$J_\lambda(u^0)=Ua_\lambda U^{-1},\quad J_\lambda^+(u^0)=Ua_\lambda^+U^{-1},$$

$$D_{s\lambda}(u^0)=Uc_{s\lambda}U^{-1},\ D_{s\lambda}^+(u^0)=Uc_{s\lambda}^+U^{-1},$$

которые уже являются интегралами движения для уравнения (6). Будем искать решения уравнения (6) собственными для следующих операторов — интегралов движения:

(7) $$J_\lambda,\quad \lambda=1,2;\quad J_3=i\hbar\frac{\partial}{\partial u^3};\quad D_{s\lambda}(u^0),$$

$$J_\lambda(u^0)\psi(u^0)=\mu_\lambda\psi(u^0);\quad J_3\psi(u^0)=\hbar k_3\psi(u^0);$$

$$D_{s\lambda}(u^0)\psi(u^0)=z_{s\lambda}\psi(u^0).$$

Учитывая, что гамильтониан H (6) можно явно диагонализировать [9] линейным каноническим преобразованием операторов рождения $c_{s\lambda}^+$ и уничтожения $c_{s\lambda}$, нетрудно вычислить операторы J_λ и $D_{s\lambda}$. В результате получим

(8) $$D_{s\lambda}(u^0)=\sum_l(a_{sl}(u^0)c_{l\lambda}-b_{sl}(u^0)c_{l\lambda}^+)+i(a_\lambda-a_\lambda^+)F_s(u^0),$$

$$J_\lambda(u^0)=a_\lambda+\frac{k_0}{\sqrt{2}\hbar k_3}\int_0^{u^0}\hat{\mathscr{P}}_\lambda(u^0)\,du^0;\qquad \hbar^{-1}\mathscr{P}_\lambda=i\partial_\lambda-\hat{f}_\lambda(u^0),$$

$$\hat{f}_\lambda(u^0)=Uf_\lambda(0)\,U^{-1}=\varepsilon\sum_s\sqrt{\frac{\delta}{2\varkappa_s}}(D_{s\lambda}(u^0)+D_{s\lambda}^+(u^0)),$$

где использованы следующие обозначения:

$$2a_{sl}(u^0)=\sum_k\frac{q_{sk}q_{lk}}{r_k\sqrt{\varkappa_s\varkappa_l}}\left[r_k(\varkappa_s+\varkappa_l)\cos r_ku^0-i(r_k^2+\varkappa_s\varkappa_l)\sin r_ku^0\right],$$

$$2b_{sl}(u^0)=\sum_k\frac{q_{sk}q_{lk}}{r_k\sqrt{\varkappa_s\varkappa_l}}\left[r_k(\varkappa_s-\varkappa_l)\cos r_ku^0-i(r_k^2-\varkappa_s\varkappa_l)\sin r_ku^0\right],$$

$$F_s(u^0)=\varepsilon\sqrt{\frac{\delta}{4\varkappa_s^3}}\frac{k_0}{k_3}\left[\left(1+\frac{\nu\delta}{k_3}\right)^{-1}-\right.$$

$$\left.-\sum_k\frac{S_kq_{sk}\varkappa_s}{r_k^2}(\varkappa_s\cos r_ku^0-ir_k\sin r_ku^0)\right],$$

$$q_{sk}=\left[\sum_l(r_k^2-\varkappa_l^2)^{-2}\right]^{-1/2}(r_k^2-\varkappa_s^2)^{-1},\quad S_k=\sum_l q_{lk},\quad \nu=\sum_s\varkappa_s^{-2},$$

а величины r_k (частоты «квазифотонов» [9]) являются положительными корнями характеристического уравнения

$$\sum_s(r_k^2-\varkappa_s^2)^{-1}=\delta^{-1}k_3,\qquad \lim_{\delta\to0}r_k=\varkappa_k.$$

Из (7) видим, что решения уравнения (6) можно искать в виде $\psi=\exp(-ik_3u^3)\varphi(u^0)$, где функция $\varphi(0)$ является когерентным состоянием для операторов a_λ и $c_{s\lambda}$.

2. ТРАЕКТОРИЯ ДВИЖЕНИЯ И СРЕДНИЕ ДЛЯ ПОЛЯ

Используя интегралы движения (8), несложно показать, что

$$\langle u^\lambda\rangle=u_0^\lambda+\frac{\bar{p}_\lambda}{\hbar k_3}\int_0^{u^0}\chi(u^0)\,du^0+\frac{1}{k_3}\int_0^{u^0}Q_\lambda(u^0)\,du^0;\qquad\langle-i\hbar\partial_\lambda\rangle=\bar{p}_\lambda,\tag{9}$$

где

$$\chi(u^0)=\left(1+\frac{\nu\delta}{k_3}\right)^{-1}+\frac{\delta}{k_3}\sum_k\frac{S_k^2}{r_k^2}\cos r_ku^0;\qquad u_0^\lambda=\frac{\sqrt{2}}{k_0}\operatorname{Re}\mu_\lambda,\tag{10}$$

$$Q_\lambda(u^0)=-\frac{\sqrt{2}\,k_3}{k_0}\sum_s(iF_s'(u^0)z_{s\lambda}+\text{к. с.});\qquad \bar{p}_\lambda=\sqrt{2}\,\hbar k_0\operatorname{Im}\mu_\lambda,$$

а штрих означает дифференцирование по u^0.

Из (9) и (10) следует, что $\operatorname{Re}\mu_\lambda$ задают значения координат u^λ ($\lambda=1,2$) в начальный момент «времени» $u^0=0$, а $\operatorname{Im}\mu_\lambda$ определяют средние значения импульса электрона в плоскости, перпендикулярной направлению распространения плоской волны.

Рассматриваемые когерентные состояния характеризуются тем, что

$$(11)\qquad \langle (u^\lambda-\langle u^\lambda\rangle)^2\rangle\langle (p_\lambda-\langle p_\lambda\rangle)^2\rangle =$$

$$=\frac{\hbar^2}{4}\left[1+\frac{k_0^4}{k_3^2}\left(\int_0^{u^0}\chi(u^0)\,du^0\right)^2+4\sum_s\left|\int_0^{u^0}F_s'(u^0)\,du^0\right|^2\right],$$

они реализуют минимум соотношения неопределенностей лишь в начальный момент «времени» $u^0=0$. Следует отметить, что когерентные состояния, построенные для систем с произвольным квадратичным гамильтонианом, дают минимум соотношению неопределенностей лишь в том случае [16, 17], если гамильтониан может быть приведен к осцилляторному виду унитарным преобразованием. Здесь этого сделать нельзя, поэтому равенство (11) неудивительно.

Для среднего числа фотонов s-й моды линейной поляризации λ в рассматриваемых когерентных состояниях получаем

$$(12)\qquad \langle c_{s\lambda}^+c_{s\lambda}\rangle=|\langle c_{s\lambda}\rangle|^2+\sum_l|b_{sl}(u^0)|^2+|F_s(u^0)|^2,$$

$$\langle c_{s\lambda}\rangle=\sum_l(a_{sl}(u^0)z_{l\lambda}+b_{sl}(u^0)z_{l\lambda}^*)-\frac{\sqrt{2}\,\bar{p}_\lambda}{\hbar k_0}F_s(u^0).$$

Учитывая, что $b_{sl}(0)=F_s(0)=0$, $a_{sl}(0)=\delta_{sl}$, из (12) следует интерпретация величин $|z_{s\lambda}|$ как средних чисел фотонов s-й моды линейной поляризации λ в начальный момент «времени».

Нетрудно показать, что для средних значений напряженности электрического поля имеют место соотношения

$$(13)\qquad \langle (E_\lambda-\langle E_\lambda\rangle)^2\rangle=\left(\frac{e}{c\hbar}\right)^{-2}\left[\frac{k_0^2}{4}\chi'^2(u^0)+\frac{k_3^2}{k_0^2}\sum_s|F_s''(u^0)|^2\right],$$

$$\sqrt{2}\langle E_\lambda\rangle=-\frac{\partial}{\partial u^0}\langle A_\lambda\rangle,$$

$$\langle A_\lambda\rangle=\frac{c\hbar}{e}[Q_\lambda(u^0)+\hbar^{-1}\bar{p}_\lambda(\chi(u^0)-1)].$$

Согласно [18] параметр V (объем, в котором находятся взаимодействующие электрон и электромагнитное поле) можно связать с электронной плотностью. Все средние (9), (12), (13) являются сложными функциями параметров электронной плотности $\rho_э=V^{-1}$, начальной плотности фотонов s-й моды поля линейной поляризации $\rho_{s\lambda}^\Phi=|z_{s\lambda}|^2/V$ и интеграла движения k_3. Анализ выражений (9), (12), (13) показывает, что переход к случаю классического электромагнитного поля плоской волны может быть осуществлен в пределе, когда

$$(14)\qquad \rho_э\to 0,\quad \rho_{s\lambda}^\Phi=\mathrm{const},$$

электронная плотность в системе пренебрежимо мала по сравнению с фотонной плотностью. При этом

$$\langle A_\lambda\rangle \to \sum_s \sqrt{\frac{2\pi\hbar c}{V\varkappa_s}}\left(z_{s\lambda}e^{-i\varkappa_s u^0}+z_{s\lambda}^{*}e^{i\varkappa_s u^0}\right),$$

$$\langle c_{s\lambda}^{+}c_{s\lambda}\rangle \to |z_{s\lambda}|^2, \quad \langle (E_\lambda-\langle E_\lambda\rangle)^2\rangle \to 0,$$

а траектория движения (9) в этом приближении совпадает как с траекторией заряженной классической частицы в поле плоской волны [1], так и с квантовомеханическим расчетом траектории, использующим когерентные состояния электрона в поле классической плоской волны [4]. Параметром, учитывающим величину эффектов воздействия электронного движения на характеристики электромагнитного поля, является безразмерный параметр $\nu\delta/k_3$. Отметим, что если при $\nu\delta/k_3 \sim 1$ необходимость учета изменения электромагнитного поля за счет взаимодействия с электроном достаточно очевидна, то ситуация при $\nu\delta/k_3 \ll 1$ не столь очевидна, в частности при рассмотрении спектроскопических характеристик. Так, рассчитанное в [18] излучение электрона в поле квантованной плоской волны с использованием решений [9] показало, что, хотя учет влияния электронного движения на поле при достижимых в настоящее время энергиях и плотностях электронных и фотонных пучков несуществен при изучении интегральных характеристик (энергия, импульс и т. д.), тем не менее при расчете спектра излучения учет этого влияния является принципиально важным и позволяет предсказать появление как дополнительного сдвига в известные частоты излучения электрона в поле плоской волны [5, 6], так и тонкой структуры спектральных линий.

Можно показать, что построение когерентных состояний (6), (7) в явном виде фактически сводится к отысканию явного вида некоторой обратной матрицы, которую нам, к сожалению, в общем случае (т. е. при учете взаимодействия со всеми фотонами плоской волны) найти не удалось. Однако нахождение явного вида когерентных состояний в принципе возможно, например, при учете взаимодействия с конечным числом мод поля, в частном случае с одной (приближение монохроматического поля).

3. МОНОХРОМАТИЧЕСКАЯ ПЛОСКАЯ ВОЛНА

Для отыскания явного вида когерентных состояний электрона в квантованной монохроматической плоской волне (в выражении для A_λ (2) учитывается одно слагаемое) воспользуемся «координатным» представлением для операторов рождения и уничтожения фотонов c_λ^+, c_λ:

$$\sqrt{2}\,c_\lambda=\xi_\lambda+\frac{\partial}{\partial\xi_\lambda}, \qquad \sqrt{2}\,c_\lambda^{+}=\xi_\lambda-\frac{\partial}{\partial\xi_\lambda}.$$

Решения уравнений (1) и (7) в этом случае могут быть записаны в виде

$$\Psi_{k_3\{\mu_\lambda z_\lambda\}}(u^0,\mathbf{u},\{\xi_\lambda\})=[2\pi\alpha k_0|G|(2\hbar k_3)^{1/2}]^{-1}\times \tag{15}$$

$$\times U\exp\left\{-ik_3u^3-i\left[\frac{k_0^2u^0}{2k_3}-\omega y+\operatorname{arctg}(\omega\operatorname{tg}y)\right]\right\}\times$$

$$\times\prod_\lambda \exp\left\{-\frac{E}{2G}\xi_\lambda^2+\frac{\sqrt{2}}{G}\xi_\lambda z_\lambda-\frac{1}{4\alpha}(u^\lambda-M^\lambda)^2-\frac{i}{2}\operatorname{Im} az_\lambda^2-\right.$$

$$\left.-k_0^2\operatorname{Re} z_\lambda G^*-k_0^2\operatorname{Im}^2 t_\lambda+2k_0\tau\gamma\operatorname{Im} t_\lambda\operatorname{Re} z_\lambda G^{-1}\right\}.$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$2\alpha=k_0^{-2}+i\omega^2k_3^{-1}u^0-\tau^2\gamma(1-E)G^{-1}+i\delta k_3^{-2}r^{-3}\sin y,$$

$$G=\cos y+i\omega\sin y,\quad E=\cos y+i\omega^{-1}\sin y,$$

$$y=ru^0,\ r=\omega^{-1}\varkappa,\ \omega=\sqrt{1+\Delta},\ \Delta=\delta/k_3\varkappa^2,\ \tau=\varepsilon\sqrt{\delta\varkappa}k_3^{-1}r^{-2},$$

$$t_\lambda=k_0^{-1}\mu_\lambda+i\tau\gamma G^{-1}z_\lambda,\ M_\lambda=\sqrt{2}t_\lambda+i\tau(1-E)G^{-1}\xi_\lambda,$$

$$a=\frac{2\omega}{1+\omega}G^{-1}e^{-iy},\qquad \gamma=1-\cos y,\qquad U=\exp\left[iu^0\varkappa\sum_\lambda c_\lambda^+c_\lambda\right].$$

В начальный момент «времени» $u^0=0$ когерентные состояния (15)

$$\Psi_{k_3\{\mu_\lambda z_\lambda\}}(0,\mathbf{u},\{\xi_\lambda\})=[\pi k_0^{-1}(2\hbar k_3)^{1/2}]^{-1}\times \tag{16}$$

$$\times\exp(ig-ik_3u^3)\prod_\lambda \psi^{\text{ког}}_{\mu_\lambda}(k_0u^\lambda)\,\psi^{\text{ког}}_{z_\lambda}(\xi_\lambda),$$

$$\psi^{\text{ког}}_z(x)=\exp\{-{}^1/_2|z|^2-{}^1/_2z^2-{}^1/_2x^2+\sqrt{2}\,zx\}$$

записываются в виде произведения когерентных состояний $\psi^{\text{ког}}$ для операторов a_λ, c_λ. В (16) $\exp(ig)$ $(2g=\sum_\lambda[(1-\omega)(1+\omega)^{-1}\operatorname{Im} z_\lambda^2-\operatorname{Im}\mu_\lambda^2])$ — фазовый множитель.

Когерентные состояния (15) нормированы относительно скалярного произведения (3) следующим образом:

$$\hbar\int(k_3+k_3')\Psi^*_{k_3\{\mu_\lambda z_\lambda\}}\Psi_{k_3'\{\mu'_\lambda z'_\lambda\}}\,d\mathbf{u}\prod_\lambda(d\xi_\lambda)=\delta(k_3-k_3')\times$$

$$\times\exp\left\{-i(g-g')-\frac{1}{2}\sum_\lambda(|z_\lambda|^2+|z_\lambda'|^2-2z_\lambda^*z_\lambda'+|\mu_\lambda|^2+|\mu_\lambda'|^2-2\mu_\lambda^*\mu_\lambda')\right\}.$$

Легко показать, что волновые функции (15) образуют полную систему функций с соотношением полноты в виде

$$\hbar\pi^{-5}\int k_3\,dk_3\prod_\lambda(d^2\mu_\lambda\,d^2z_\lambda)\times$$

$$\times\Psi^*_{k_3\{\mu_\lambda z_\lambda\}}(u^0,\mathbf{u},\{\xi_\lambda\})\,\Psi_{k_3\{\mu_\lambda z_\lambda\}}(u^0,\mathbf{u}',\{\xi_\lambda'\})=$$

$$=\delta(\mathbf{u}-\mathbf{u}')\prod_\lambda\delta(\xi_\lambda-\xi_\lambda').$$

Установим связь решений (15) с решениями, найденными в [4]. Воспользовавшись формулой Меллера [19], раскроем действие унитарного оператора U в (16), перейдем затем к пределу (14) и учтем, что получающиеся в результате такого предельного перехода волновые функции имеют резкий максимум при $\xi_\lambda=\sqrt{2}\operatorname{Re} z_\lambda$, тогда в нулевом приближении относительно указанного предела имеем

$$(17)\qquad \Psi^{0}_{k_3\{\mu_\lambda z_\lambda\}}=[\pi(k_0^{-1}+ik_0k_3^{-1}u^0)(2\hbar k_3)^{1/2}]^{-1}\times$$
$$\times\exp\left\{\frac{i}{2}\sum_\lambda\left(\frac{\Delta}{4}\operatorname{Im}z_\lambda^2-\operatorname{Im}\mu_\lambda^2\right)-ik_3u^3-\frac{ik_0^2u^3}{2k_3}-\right.$$
$$-\frac{i}{2k_3}\sum_\lambda\int\tilde f_\lambda^2\,du^0-{}^1/_4(k_0^{-2}+ik_3^{-1}u^0)^{-1}\sum_\lambda\left(u^\lambda-\frac{\sqrt{2}}{k_0}\mu_\lambda-\right.$$
$$\left.\left.-k_3^{-1}\int_0^{u^0}\tilde f_\lambda du^0\right)^2\right\}\prod_\lambda\psi^{\text{ког}}_{z_\lambda}(\xi_\lambda),$$

где функция

$$\tilde f_\lambda=\varepsilon\sqrt{\frac{\delta}{2\varkappa}}(z_\lambda e^{-i\varkappa u^0}+z_\lambda^* e^{i\varkappa u^0})$$

связана с потенциалом классического поля плоской волны $\tilde A_\lambda=\frac{e}{c\hbar}\tilde f_\lambda$.

Из (17) следует, что в нулевом относительно предельного перехода (14) приближении когерентные состояния электрона в поле квантованной плоской волны (15) переходят в произведение когерентных состояний электрона в поле классической плоской волны, найденных в [4], и когерентных состояний свободных фотонов плоской волны.

Томский государственный университет

Поступила в редакцию 20 декабря 1976 г.

Литература

[1] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Теория поля, «Наука», 1973.
[2] I. M. Ternov, V. G. Bagrov, A. M. Khapaev. Ann. Phys. (DDR), **22**, 25, 1968.
[3] D. M. Volkov. Z. Phys., **94**, 250, 1935.
[4] V. G. Bagrov, I. L. Buchbinder, D. M. Gitman. J. Phys., **A9**, 1955, 1976.
[5] А. И. Никишов, В. И. Ритус. ЖЭТФ, **46**, 776, 1964.
[6] И. И. Гольдман. ЖЭТФ, **46**, 1412, 1964.
[7] А. И. Никишов, В. И. Ритус. ЖЭТФ, **47**, 1130, 1964; **52**, 1707, 1967.
[8] И. Берсон. ЖЭТФ, 56, 1627, 1969.
[9] В. Г. Багров, П. В. Бозриков, Д. М. Гитман. ТМФ, **14**, 202, 1973.
[10] В. Г. Багров, Д. М. Гитман, В. А. Кучин, П. М. Лавров. Изв. Вузов, физика, **12**, 89, 1974; **7**, 11, 1975.
[11] И. А. Малкин, В. И. Манько, ЖЭТФ, 55, 1014, 1968.
[12] I. A. Malkin, V. I. Man'ko, D. A. Trifonov. Phys. Rev., **2D**, 1371, 1971.
[13] V. V. Dodonov, I. A. Malkin, V. I. Man'ko. Physica, **82A**, 113, 1976.
[14] I. D. Bjorken, J. B. Kogut, D. E. Soper. Phys. Rev., **3D**, 1382, 1971.
[15] R. A. Neville, F. Rohrlich. Phys. Rev., **3D**, 1639, 1971.
[16] D. Stoler. Phys. Rev., **1D**, 3217, 1970.
[17] D. A. Trifonov. Phys. Lett., **48A**, 165, 1974.
[18] W. G. Bagrov, D. M. Gitman, P. M. Lavrov. II Conference on interaction of electrons with strong electromagnetic field, Budapest, 1975, p. 1—11.
[19] Г. Бейтман, А. Эрдейи. Высшие трансцендентные функции, т. 2, «Наука», 1974.

COHERENT STATES OF THE ELECTRON IN QUANTIZED ELECTROMAGNETIC WAVE

V. G. Bagrov, I. L. Bukhbinder, D. M. Gitman, P. M. Lavrov

Coherent states for interacting electrons and photons in plane electromagnetic wave are found. Trajectories of the electron and the characteristics of the electromagnetic field are investigated. Limiting transition to the given external field is studied.