



Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. В. Котляр, С. С. Стафеев, Е. С. Козлова, Оптический эффект Холла высокого порядка в остром фокусе лазерного излучения,
Компьютерная оптика, 2023, том 47, выпуск 5, 710–715

<https://www.mathnet.ru/co1171>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<https://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.9.168

20 апреля 2025 г., 09:47:41



Оптический эффект Холла высокого порядка в остром фокусе лазерного излучения

В.В. Котляр^{1,2}, С.С. Стафеев^{1,2}, Е.С. Козлова^{1,2}

¹ ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН,
443001, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 151;

² Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва,
443086, Россия, г. Самара, Московское шоссе, д. 34

Аннотация

В работе методом Ричардса–Вольфа, описывающим поведение электромагнитного излучения в остром фокусе, показано, что в плоскости фокуса имеет место спиновый и орбитальный эффекты Холла высокого порядка. Показано, что при фокусировке оптического вихря с единичным топологическим зарядом и линейной поляризацией в плоскости фокуса формируются 4 локальных субволновых области, в которых направление продольной проекции спинового углового момента взаимно противоположное. То есть фотоны, попадающие в соседние области в фокусе, имеют разный спин – это спиновый эффект Холла 2-го порядка. Также показано, что при острой фокусировке суперпозиции цилиндрического векторного пучка m -го порядка и нулевого порядка в плоскости острого фокуса формируются $2m$ субволновых областей, в которых направление продольной проекции орбитального углового момента взаимно противоположное. То есть фотоны, попадающие в соседние области в фокусе, имеют осевую проекцию орбитального углового момента разного знака – это орбитальный эффект Холла m -го порядка.

Ключевые слова: формализм Ричардса–Вольфа, спиновый эффект Холла, орбитальный эффект Холла, цилиндрический векторный пучок, спиновый угловой момент, орбитальный угловой момент.

Цитирование: Котляр, В.В. Оптический эффект Холла высокого порядка в остром фокусе лазерного излучения / В.В. Котляр, С.С. Стафеев, Е.С. Козлова // Компьютерная оптика. – 2023. – Т. 47, № 5. – С. 710-715. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1310.

Citation: Kotlyar VV, Stafeev SS, Kozlova ES. High-order optical Hall effect at the tight focus of laser radiation. Computer Optics 2023; 47(5): 710-715. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1310.

Введение

Эффект Холла в оптике и фотонике известен с 2004 года [1]. В работах [2, 3] разработана теория эффекта Холла для света. В [4, 5] эффект Холла в оптике экспериментально обнаружен. Имеются несколько обзоров по эффекту Холла в фотонике [6, 7]. В оптике роль электронов с разным спином играют фотоны с левой или правой круговой поляризацией. Поэтому вместо квантового эффекта Холла, который заключается в пространственном разделении в магнитном поле частиц с разным зарядом и разным спином, в оптике эффект Холла сводится к пространственному разделению пучков света с разным направлением круговой поляризации (левой и правой) – это спиновый эффект Холла в оптике [8, 9], или сводится к пространственному разделению пучков света с орбитальным угловым моментом (ОУМ) разного знака – это орбитальный эффект Холла [10, 11]. Как правило, в оптике эффект Холла наблюдается при отражении света от границы раздела сред [11], при прохождении через многослойные среды [4], кристаллы [12] или металлинзы [13]. Работ по эффекту Холла в остром фокусе лазерного света почти нет [14, 15]. В [16, 17] показали, что нарушение круговой симметрии пучка с радиальной поляризацией [16] или круговой поля-

ризацией [17] приводит к смещению центра пучка в фокусе. Но в [16] рассмотрен именно спиновый эффект Холла, так как в начальной плоскости была локально линейная поляризация, а после ограничения диафрагмой появились области со спином разного знака. А в [17] в начальной плоскости у пучка был спин, и ограничение пучка диафрагмой позволило проявить спин-орбитальное преобразование в фокусе (центр пучка сместился). Но этот эффект нельзя назвать спиновым эффектом Холла, так как нет разделения областей с разным спином.

В данной работе с помощью метода Ричардса–Вольфа [18] теоретически и численно показано, что в остром фокусе вихревого лазерного пучка с линейной поляризацией, а также в остром фокусе безвихревого пучка, который представляет собой суперпозицию пучков с азимутальной поляризацией m -го и нулевого порядков, имеют место спиновый и орбитальный эффекты Холла высокого порядка.

1. Спиновый эффект Холла в фокусе оптического вихря с круговой поляризацией

Рассмотрим острую фокусировку оптического вихря с круговой поляризацией. В [19] получены проекции вектора напряженности для оптического вихря с круговой и линейной поляризацией, но не получены

выражения для продольной проекции спинового углового момента (СУМ), которая показывает наличие круговой (или эллиптической) поляризации в остром фокусе. В этом параграфе мы получим выражение для продольной проекции СУМ для оптического вихря с топологическим зарядом m и круговой поляризацией. Рассмотрим начальное электрическое поле с вектором Джонса вида:

$$\mathbf{E} = \frac{A(\theta)e^{im\varphi}}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \sigma i \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где $\sigma = 1$ – правая круговая, $\sigma = -1$ – левая круговая и $\sigma = 0$ – линейная поляризации. Проекция электрического вектора вблизи острого фокуса апланатической оптической системы для удобства возьмем из [19]:

$$\begin{aligned} E_x &= -\frac{i^{m+1}}{\sqrt{2}} e^{im\varphi} (I_{0,m} + \gamma_+ e^{i2\varphi} I_{2,m+2} + \gamma_- e^{-i2\varphi} I_{2,m-2}), \\ E_y &= \frac{i^m}{\sqrt{2}} e^{im\varphi} (\sigma I_{0,m} - \gamma_+ e^{i2\varphi} I_{2,m+2} + \gamma_- e^{-i2\varphi} I_{2,m-2}), \\ E_z &= -\sqrt{2} i^m e^{im\varphi} (\gamma_+ e^{i\varphi} I_{1,m+1} - \gamma_- e^{-i\varphi} I_{1,m-1}), \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} I_{\nu,\mu} &= \left(\frac{4\pi f}{\lambda} \right)^{\theta_0} \int_0^{\theta_0} \sin^{\nu+1} \left(\frac{\theta}{2} \right) \cos^{3-\nu} \left(\frac{\theta}{2} \right) \times \\ &\times \cos^{1/2}(\theta) A(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_{\mu}(x) d\theta, \end{aligned} \quad (3)$$

где f – фокусное расстояние апланатической системы, λ – длина волны, $\text{NA} = \sin \theta_0$ – числовая апертура, $J_{\mu}(x)$ – функция Бесселя первого рода μ -го порядка, $x = kr \sin \theta$, (r, φ, z) – цилиндрические координаты, $\gamma_{\pm} = (1 \pm \sigma)/2$, k – волновое число. При $\sigma = 0$, $\gamma_+ = \gamma_- = 1/\sqrt{2}$. В качестве функции $A(\theta)$ можно использовать любую действительную функцию, например, Гаусса, Бесселя–Гаусса или постоянную величину (плоская волна). Вектор плотности спина или вектор спинового углового момента определяется выражением:

$$\mathbf{S} = \frac{1}{16\pi\omega} \text{Im}(\mathbf{E}^* \times \mathbf{E}), \quad (4)$$

где ω – циклическая частота света. В дальнейшем постоянную $1/(16\pi\omega)$ будем игнорировать. Из (4) видно, что продольная компонента СУМ (без учета константы) совпадает с ненормированной третьей компонентой вектора Стокса s_3 :

$$s_3 = S_z = 2 \text{Im}(E_x^* E_y). \quad (5)$$

Подставляя проекции электрического поля (2) в (5), получим:

$$\begin{aligned} S_z &= (\sigma I_{0,m}^2 - \gamma_+^2 I_{2,m+2}^2 + \gamma_-^2 I_{2,m-2}^2) + \\ &+ 2\gamma_+ \gamma_- \cos(2\varphi) I_{0,m} (I_{2,m-2} - I_{2,m+2}). \end{aligned} \quad (6)$$

Из (6) следует выражение для продольной проекции СУМ для оптического вихря с правой круговой поляризацией ($\sigma = 1, \gamma_+^2 = 1, \gamma_-^2 = 0$):

$$S_{z+} = I_{0,m}^2 - I_{2,m+2}^2. \quad (7)$$

Из (7) видно, что вблизи оптической оси СУМ положительный $S_{z+} > 0$ (правая круговая поляризация), так как $I_{0,m}^2 > I_{2,m+2}^2$, а на тех радиусах, где $I_{0,m}^2 < I_{2,m+2}^2$, будет левая круговая поляризация, так как СУМ отрицательный $S_{z+} < 0$. Разделение левой и правой поляризаций на разных радиусах от оптической оси является проявлением радиального спинового эффекта Холла. Интересно, что эффект Холла имеет место и для безвихревого пучка ($m = 0$). Для начальной левой круговой поляризации из уравнения (6) вместо (7) получим ($\sigma = -1, \gamma_+^2 = 0, \gamma_-^2 = 1$):

$$S_{z-} = -I_{0,m}^2 + I_{2,m-2}^2. \quad (8)$$

Из (8) следует, что при $m = 0$ вблизи оптической оси $S_{z-} < 0$ (левая круговая поляризация), так как $I_{0,0}^2 > I_{2,-2}^2 = I_{2,2}^2$, а на тех радиусах, где $I_{0,0}^2 < I_{2,2}^2$, будет правая круговая поляризация, так как $S_{z-} > 0$. При $m \neq 0$ однозначно нельзя сказать, какая поляризация будет вблизи оптической оси. Например, при $m = 2$ вместо (8) можно записать $S_{z-} = -I_{0,2}^2 + I_{2,0}^2 > 0$. То есть, хотя начальное поле имело левую круговую поляризацию, в фокусе на оптической оси будет правая круговая поляризация. Такое anomalous поведение поляризации связано с тем, что при $m = 2$ вблизи оптической оси поток энергии (вектор Пойнтинга) имеет отрицательную проекцию на оптическую ось, то есть имеет место обратный поток энергии [20]. Чередование направлений вращения вектора поляризации (эффект Холла) в зависимости от радиальной переменной имеет место и для вихревых полей с начальной левой круговой поляризацией.

2. Эффект Холла в фокусе для оптического вихря с линейной поляризацией

Рассмотрим вихревое поле с линейной поляризацией вдоль оси x . Продольная компонента вектора СУМ уже не будет обладать круговой симметрией ($\sigma = 0, \gamma_+^2 = \gamma_-^2 = 1/2$):

$$\begin{aligned} S_{zL} &= \frac{1}{2} (I_{2,m-2} - I_{2,m+2}) \times \\ &\times (I_{2,m-2} + I_{2,m+2} + 2 \cos(2\varphi) I_{0,m}). \end{aligned} \quad (9)$$

Для определенности запишем (9) для $m = 1$:

$$S_{zL1} = -\frac{1}{2} (I_{2,1} + I_{2,3}) (-I_{2,1} + I_{2,3} + 2 \cos(2\varphi) I_{0,1}). \quad (10)$$

Из (10) следует, что при $\varphi = 0$ и $\varphi = \pi$ продольная компонента СУМ отрицательная вблизи оптической оси (на самой оптической оси она равна нулю) $S_{zL1} < 0$, а при $\varphi = \pi/2$ и $\varphi = 3\pi/2$ она будет положительной $S_{zL1} > 0$, так

как $(I_{2,1}+I_{2,3})>0$, $(-I_{2,1}+I_{2,3}-2I_{0,1})<0$. Заметим, что при $m=0$ (нет вихря) из (9) следует, что во всей плоскости фокуса будет линейная поляризация, так как $S_{z1}=0$. То есть наличие минимального оптического вихря ($m=1$) в пучке с линейной поляризацией приводит к тому, что в фокусе формируется 4 субволновых области, в которых СУМ меняет знак: в двух областях левая круговая поляризация и в двух других правая. Такое распределение спина в фокусе является еще одной разновидностью орбитально-спинового эффекта Холла. Моделирование подтверждает предсказание теории. Из (9) видно, что такие 4 области в фокусе с разными знаками будут при любом m , отличном от нуля.

3. Эффекты Холла в фокусе суперпозиции цилиндрического векторного пучка и пучка с линейной поляризацией вдоль вертикальной оси

В [21] показано формирование эффекта Холла для суперпозиции пучка с радиальной поляризацией m -го порядка и пучка с линейной поляризацией по горизонтальной оси. Оба пучка должны складываться в фазе. В [21] показано, что, хотя у начального поля такой суперпозиции продольная проекция СУМ равна нулю (нет спина), в фокусе при m нечетном формируются $2m$ субволновых областей с разными направлениями вращения поперечного потока энергии (по часовой или против часовой стрелки). В этом

параграфе мы покажем, что если рассмотреть суперпозицию начального поля с азимутальной поляризацией m -го порядка и поля с линейной поляризацией, но сложенные со сдвигом фазы на $\pi/2$, то в начальной плоскости появляется отличная от нуля продольная компонента СУМ, а в фокусе для четного номера m будут иметь место локальные области с противоположенным направлением вращения вектора поляризации и поперечного потока энергии. Это проявление спин-орбитального эффекта Холла в фокусе.

Пусть начальное световое поле имеет вектор Джонса вида:

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= A(\theta) \begin{pmatrix} -\sin(m\varphi) \\ ia + \cos(m\varphi) \end{pmatrix} = \\ &= A(\theta) \left[\begin{pmatrix} -\sin(m\varphi) \\ \cos(m\varphi) \end{pmatrix} + ia \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right], \quad \text{Im } a = 0. \end{aligned} \tag{11}$$

Из (11) видно, что начальное поле является осевой суперпозицией светового поля с азимутальной поляризацией m -го порядка [22] и линейной поляризацией вдоль оси y . Далее с помощью формализма Ричардса–Вольфа [18] можно получить проекции векторов напряженности электрического и магнитного полей в остром фокусе апланатической системы для начального поля (11):

$$\begin{aligned} E_x &= i^{m+1} (I_{0,m} \sin(m\varphi) + I_{2,m-2} \sin((m-2)\varphi)) + a I_{2,2} \sin(2\varphi), \\ E_y &= -i^{m+1} (I_{0,m} \cos(m\varphi) - I_{2,m-2} \cos((m-2)\varphi)) + a (I_{0,0} - I_{2,2} \cos(2\varphi)), \\ E_z &= -2i^m I_{1,m-1} \sin((m-1)\varphi) - 2ia I_{1,1} \sin(\varphi), \\ H_x &= i^{m+1} (I_{0,m} \cos(m\varphi) + I_{2,m-2} \cos((m-2)\varphi)) - a (I_{0,0} + I_{2,2} \cos(2\varphi)), \\ H_y &= i^{m+1} (I_{0,m} \sin(m\varphi) - I_{2,m-2} \sin((m-2)\varphi)) - a I_{2,2} \sin(2\varphi), \\ H_z &= -2i^m I_{1,m-1} \cos((m-1)\varphi) + 2ia I_{1,1} \cos(\varphi). \end{aligned} \tag{12}$$

Найдем осевую проекцию вектора СУМ (5) в фокусе для поля (12), получим:

$$S_z = \begin{cases} 2a(-1)^p [\sin(m\varphi)(I_{0,0}I_{0,m} - I_{2,2}I_{2,m-2}) + \\ + \sin((m-2)\varphi)(I_{0,0}I_{2,m-2} - I_{2,2}I_{0,m})], & m = 2p; \\ 0, & m = 2p+1, p = 0, 1, 2, \dots \end{cases} \tag{13}$$

Из (13) видно, что продольная проекция СУМ в фокусе поля (11) отлична от нуля только для четных номеров m , если действительный параметр a отличен от нуля. На окружности некоторого радиуса r с центром на оптической оси выражения в круглых скобках в (13) будут иметь постоянное значение, так как все функции $I_{\mu,\nu}$ зависят только от радиальной переменной r . Поэтому при обходе по этой окружности проекция СУМ будет менять знак $2m$ раз. То есть в плоскости фокуса будут иметь место $2m$ локальных

областей, в которых эллиптическая (или круговая) поляризация меняет направление вращения. В тех областях, где $S_z > 0$, будет правая круговая поляризация, а там, где $S_z < 0$, – левая. Таким образом, в фокусе поля (11) при четном m разделяются области с правой и левой эллиптической или круговой поляризацией, что является проявлением спинового эффекта Холла m -го порядка.

Покажем далее, что в фокусе поля (11) имеет место также орбитальный эффект Холла m -го порядка. Для этого с помощью проекций векторов напряженности электрического и магнитного полей (12) рассмотрим поперечные проекции вектора Пойнтинга

$$\mathbf{P} = \frac{c}{2\pi} \text{Re}(\mathbf{E}^* \times \mathbf{H}), \tag{14}$$

где \mathbf{E} и \mathbf{H} – вектора напряженности электрического и магнитного полей, $*$ – знак комплексного сопряжения

ния, \times – векторное умножение, c – скорость света в вакууме. В дальнейшем постоянную $c/(2\pi)$ будем иг-

норировать. Подставив (12) в (14), получим поперечные проекции вектора потока энергии:

$$P_x = \begin{cases} 2a(-1)^p \left[\cos((m-1)\varphi)(I_{1,1}I_{2,m-2} - I_{0,0}I_{1,m-1}) + \cos((m+1)\varphi)(I_{2,2}I_{1,m-1} - I_{1,1}I_{0,m}) \right], m = 2p; \\ 0, m = 2p+1, p = 0, 1, 2, 3, \dots \end{cases}$$

$$P_y = \begin{cases} 2a(-1)^p \left[-\sin((m-1)\varphi)(I_{1,1}I_{2,m-2} - I_{0,0}I_{1,m-1}) + \sin((m+1)\varphi)(I_{2,2}I_{1,m-1} - I_{1,1}I_{0,m}) \right], m = 2p; \\ 0, m = 2p+1, p = 0, 1, 2, 3, \dots \end{cases} \tag{15}$$

Из (15) следует, что при обходе по окружности некоторого радиуса с центром на оптической оси, когда выражения в круглых скобках постоянные, обе проекции вектора Пойнтинга меняют знак $2(m+1)$ раза. Это означает, что в фокусе на определенной окружности с центром на оптической оси будут лежать центры $2m$ локальных субволновых областей, в которых поперечный поток энергии будет вращаться по замкнутой траектории. Причем в соседних областях вращение будет направлено в разные стороны (по часовой и против часовой стрелки). Таким образом, мы показали, что при острой фокусировке начального поля (11) в плоскости фокуса разделяются поперечные потоки энергии, вращающиеся в разные стороны. То есть имеет место орбитальный эффект Холла m -го порядка. Заметим, что в (13) число смены знака СУМ и число областей с разным спином совпадают, $2m$, так как у СУМ одна продольная проекция. А в (15) две поперечные проекции вектора Пойнтинга, которые меняют знак при обходе $2(m+1)$ раза, но при этом в сечении образуются только $2m$ областей с разным знаком продольной ОАМ.

4. Моделирование

4.1. Эффект Холла в фокусе оптического вихря с линейной поляризацией

Интегральным методом Ричардса–Вольфа [18] моделировалась фокусировка оптического вихря с единичным топологическим зарядом ($m=1$) и линейной поляризацией вдоль оси x . Длина волны $\lambda=532$ нм, числовая апертура апланатического объектива $NA=0,95$.

Из рис. 1 видно, что плотность спина имеет вид мальтийского креста, в верхней и нижней частях которого имеет место правая круговая (эллиптическая) поляризация, так как $S_z > 0$, а в левой и правой частях креста имеет место левая круговая (эллиптическая) поляризация, так как $S_z < 0$.

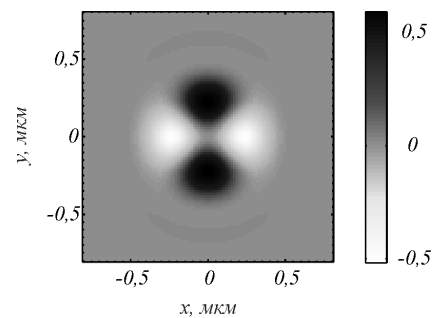


Рис. 1. Распределение продольной составляющей спинового углового момента S_z в плоскости фокуса при фокусировке оптического вихря ($m=1$) с линейной поляризацией вдоль оси x апланатическим объективом с $NA=0,95$

4.2. Эффект Холла в фокусе пучка с гибридной поляризацией

С помощью формул Ричардса–Вольфа моделировалась фокусировка пучка (11), являющегося суперпозицией цилиндрического векторного пучка m -го порядка, и плоской волны с линейной поляризацией вдоль оси y . Параметры моделирования: длина волны – 532 нм, порядок азимутальной поляризации $m=4$, параметр $a=1$. Фокусировка осуществлялась плоской дифракционной линзой с числовой апертурой $NA=0,95$.

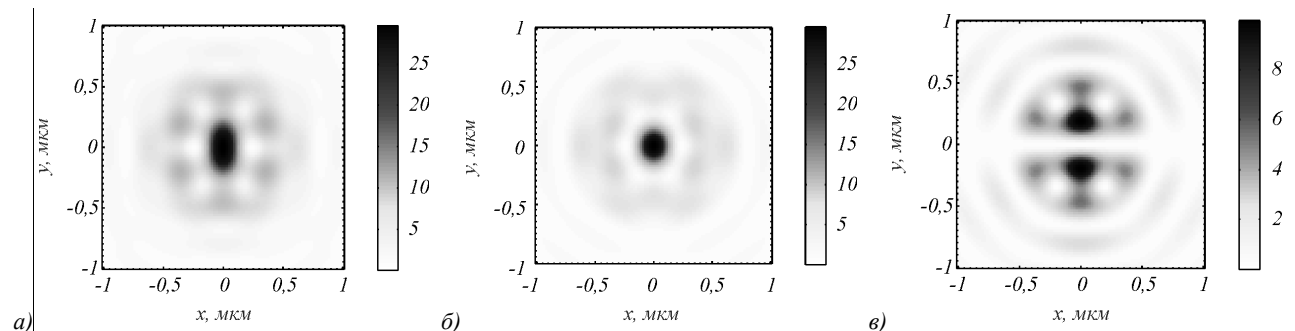


Рис. 2. Распределение суммарной интенсивности в фокусе начального поля (11) $I=|E_x|^2+|E_y|^2+|E_z|^2$ (а) и ее составляющих: поперечной $|E_x|^2+|E_y|^2$ (б) и продольной $|E_z|^2$ (в) ($m=4, a=1$)

На рис. 2а показана интенсивность пучка (11) в фокусе. Видно, что фокусное пятно представляет со-

бой эллипс, вытянутый вдоль направления оси поляризации y . Также интенсивность на рис. 2 имеет 6 об-

ковых лепестков, определяемых продольной составляющей (рис. 2б). Распределение поперечной интенсивности (рис. 2б) имеет $2m = 8$ изолированных нулей интенсивности (в этих точках поток энергии равен нулю). Вокруг этих нулей поперечный поток энергии вращается по замкнутой траектории (рис. 3).

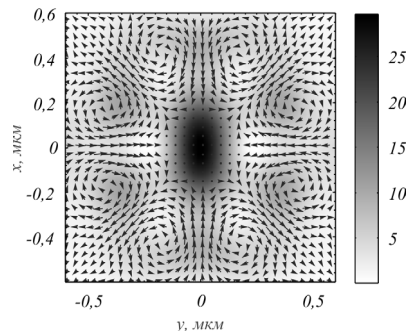


Рис. 3. Распределение интенсивности (полутона), направление и величина (стрелки) поперечного потока энергии в фокусе

На рис. 3 показано распределение интенсивности (такое же, как на рис. 2а) и стрелками показано направление и величина поперечного потока энергии $P_x \mathbf{e}_x + P_y \mathbf{e}_y$, где $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y$ – единичные вектора вдоль декартовых координат в плоскости фокуса. Из рис. 3 видно, что в фокусе формируется $2m = 8$ локальных субволновых областей диаметром 200–300 нм, центры которых лежат на некоторой окружности, проведенной вокруг оптической оси и проходящей через нули интенсивности, окружающие фокусное пятно. В каждой из таких областей поперечный поток энергии вращается по замкнутой траектории. В соседних областях направление вращения разное. То есть осевая проекция вектора орбитального углового момента имеет разный знак в соседних областях. Такое разделение в пространстве поперечных потоков энергии, вращающихся в разные стороны, является проявлением орбитального эффекта Холла 4-го порядка.

Заключение

В данной работе с помощью формализма Ричардса–Вольфа, который адекватно описывает поведение векторного светового поля в остром фокусе, если фокусное расстояние много больше длины волны, показано, что в фокусе оптического вихря с круговой поляризацией на разных радиусах от оптической оси будут круговые поляризации разного знака (левая и правая круговые поляризации). То есть фотоны, попадающие в фокус на разных расстояниях от оптической оси, будут иметь разный спин: либо левую круговую поляризацию, либо правую. Такой эффект можно назвать радиальным спиновым эффектом Холла. Показано, что в остром фокусе оптического вихря с единичным топологическим зарядом с линейной поляризацией формируются 4 локальных субволновых области размером около 200 нм (длина вол-

ны – 532 нм, числовая апертура – 0,95), у которых в соседних областях спин направлен в разные стороны. То есть в двух вертикально расположенных областях продольная проекция СУМ положительная (правая эллиптическая поляризация), а в двух горизонтально расположенных областях продольная проекция СУМ отрицательная (левая круговая или эллиптическая поляризации). Такое пространственное разделение в фокусе областей с разным спином можно назвать спиновым эффектом Холла 2-го порядка. Показано также, что в остром фокусе суперпозиции цилиндрического векторного пучка m -го порядка и нулевого порядка формируется $2m$ локальных областей, в соседних из которых поперечный поток энергии вращается в разные стороны. То есть в соседних областях продольная компонента ОУМ имеет разные знаки. Это орбитальный эффект Холла m -го порядка. Эти эффекты возникают в фокусе из-за сохранения углового момента пучка и из-за спин-орбитальной конверсии. В первом примере (оптический вихрь с линейной поляризацией) в начальной плоскости СУМ равен нулю и в фокусе СУМ также равен нулю, но при этом в фокусе формируется четное число локальных областей, в которых СУМ отличен от нуля и имеет разные знаки в соседних областях. Здесь эффект Холла сформировался из-за орбитально-спиновой трансформации. Во втором примере (суперпозиция безвихревых цилиндрических пучков m -го и 0-го порядков) в начальной плоскости ОУМ равен нулю, а СУМ отлична от нуля. В фокусе формируется $2m$ областей, в которых ОУМ отличен от нуля и имеет разные знаки в соседних областях. Полный ОУМ в фокусе по-прежнему равен нулю. Здесь эффект Холла проявился из-за спин-орбитальной конверсии.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 22-22-00265).

References

- [1] Onoda M, Marakami S, Nagaosa N. Hall effect of light. *Phys Rev Lett* 2004; 93: 083901. DOI: 10.1103/PhysRevLett.93.083901.
- [2] Bliokh KY, Bliokh YP. Topological spin transport of photons: the optical Magnus effect and Berry phase. *Phys Lett A* 2004; 333(3-4): 181-186. DOI: 10.1016/j.physleta.2004.10.035.
- [3] Bliokh KY, Bliokh YP. Conservation of angular momentum, transverse shift, and spin Hall effect in reflection and refraction of an electromagnetic wave packet. *Phys Rev Lett* 2006; 96: 073903. DOI: 10.1103/PhysRevLett.96.073903.
- [4] Kavokin A, Malpuech G, Glazov M. Optical spin Hall effect. *Phys Rev Lett* 2005; 95: 136601. DOI: 10.1103/PhysRevLett.95.136601.
- [5] Hosten O, Kwiat P. Observation of the spin Hall effect of light via weak measurements. *Science* 2008; 319(5864): 787-790. DOI: 10.1126/science.1152697.
- [6] Ling X, Zhou X, Huang K, Liu Y, Qiu C, Luo H, Wen S. Recent advances in the spin Hall effect of light. *Pep Prog Phys* 2017; 80: 066401. DOI: 10.1088/1361-6633/aa5397.

- [7] Liu S, Chen S, Wen S, Luo H. Photonics spin Hall effect: fundamentals and emergent applications. *Opto-Electr Sci* 2022; 1(7): 220007. DOI: 10.29026/oes.2022.220007.
- [8] Ling X, Yi X, Zhou X, Liu Y, Shu W, Luo H, Wen S. Realization of tunable spin-dependent splitting in intrinsic photonic spin Hall effect. *Appl Phys Lett* 2014; 105: 151101. DOI: 10.1063/1.4898190.
- [9] Yin X, Ye Z, Rho J, Wang Y, Zhang X. Photonic spin Hall effect at metasurfaces. *Science* 2013; 339(6126): 1405. DOI: 10.1126/science.1231758.
- [10] Kumar RN, Yatish, Gupta SD, Ghosh N, Banerjee A. Probing the rotational spin-Hall effect in a structured Gaussian beam. *Phys Rev A* 2022; 105: 023503. DOI: 10.1103/PhysRevA.105.023503.
- [11] Zhang J, Zhou X-X, Ling X-H, Chen S-Z, Luo H-L, Wen S-C. Orbit-orbit interaction and photonics orbital Hall effect in reflection of a light beam. *Chin Phys B* 2014; 23(6): 064215. DOI: 10.1088/1674-1056/23/6/064215.
- [12] Fu S, Guo C, Liu G, Li Y, Yin H, Li Z, Chen Z. Spin-orbit optical Hall effect. *Phys Rev Lett* 2019; 123: 243904. DOI: 10.1103/PhysRevLett.123.243904.
- [13] Zhang F, Guo Y, Pu M, Li X, Ma X, Luo X. Metasurfaces enabled by asymmetric photonic spin-orbit interactions. *Opto-Electr Eng* 2020; 47(10): 200366. DOI: 10.12086/oe.2020.200366.
- [14] Shu W, Lin C, Wu J, Chen S, Ling X, Zhou X, Luo H, Wen S. Three-dimensional spin Hall effect of light in tight focusing. *Phys Rev A* 2020; 101: 023819. DOI: 10.1103/PhysRevA.101.023819.
- [15] Bliokh KY, Ostrovskaya EA, Alonso MA, Rodriguez-Herrera OG, Lara D, Dainty C. Spin-to-orbital angular momentum conversion in focusing, scattering, and imaging systems. *Opt Express* 2011; 19(27): 26132-26149. DOI: 10.1364/OE.19.026132.
- [16] Ling X, Yi X, Zhou X, Liu Y, Shu W, Luo H, Wen S. Realization of tunable spin-dependent splitting in intrinsic photonic spin Hall effect. *Appl Phys Lett* 2014; 105: 151101. DOI: 10.1063/1.4898190.
- [17] Khonina SN, Golub I. Vectorial spin Hall effect of light upon tight focusing. *Opt Lett* 2022; 47(9): 2166-2169. DOI: 10.1364/OL.457507.
- [18] Richards B, Wolf E. Electromagnetic diffraction in optical systems. II. Structure of the image field in an aplanatic system. *Proc R Soc A Math Phys Eng Sci* 1959; 253(1274): 358-379. DOI: 10.1098/rspa.1959.0200.
- [19] Kotlyar VV, Nalimov AG, Stafeev SS. Exploiting the circular polarization of light to obtain a spiral energy flow at the subwavelength focus. *J Opt Soc Am B* 2019; 36(10): 2850-2855. DOI: 10.1364/JOSAB.36.002850.
- [20] Kotlyar VV, Kovalev AA, Nalimov AG. Energy density and energy flux in the focus of an optical vortex: reverse flux of light energy. *Opt Lett* 2018; 43(12): 2921-2924. DOI: 10.1364/OL.43.002921.
- [21] Kotlyar V, Stafeev S, Zaitsev V, Kozlova E. Spin-orbital conversion with the tight focus of an axial superposition of a high-order cylindrical vector beam and a beam with linear polarization. *Micromachines* 2022; 13(7): 1112. DOI: 10.3390/mi13071112.
- [22] Kotlyar VV, Kovalev AA, Stafeev SS, Nalimov AG, Rasouli S. Tightly focusing vector beams containing V-point polarization singularities. *Opt Las Tech* 2022; 145: 107479. DOI: 10.1016/j.optlastec.2021.107479.

Сведения об авторах

Котляр Виктор Викторович, 1957 года рождения, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией лазерных измерений ИСОИ РАН – филиала ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН и по совместительству профессор кафедры технической кибернетики Самарского университета. В 1979 году окончил физический факультет Куйбышевского государственного университета, в 1988 году защитил кандидатскую диссертацию в Саратовском государственном университете, а в 1992 году – докторскую диссертацию в Центральном конструкторском бюро Уникального приборостроения РАН (г. Москва). Область научных интересов: нанофотоника, дифракционная компьютерная оптика. Публикации: 300 научных трудов, 5 монографий, 7 авторских свидетельств. E-mail: kotlyar@ipsiras.ru.

Стафеев Сергей Сергеевич, 1985 года рождения. В 2009 году окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва – СГАУ по специальности «Прикладные математика и физика». Кандидат физико-математических наук с 2012 года. Научный сотрудник лаборатории лазерных измерений Института систем обработки изображений РАН – филиала ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН. Область научных интересов: дифракционная оптика, разностное решение уравнений Максвелла, оптика ближнего поля. E-mail: sergey.stafeev@gmail.com. ORCID: 0000-0002-7008-8007.

Козлова Елена Сергеевна, 1989 года рождения. В 2011 году окончила Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва – СГАУ по специальности «Прикладные математика и информатика». Кандидат физико-математических наук с 2014 года. Научный сотрудник лаборатории лазерных измерений ИСОИ РАН – филиала ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН и по совместительству ассистент кафедры технической кибернетики Самарского университета. Область научных интересов: дифракционная оптика, численные методы. E-mail: kozlova.elena.s@gmail.com.

ГРНТИ: 29.31.01

Поступила в редакцию 28 марта 2023 г. Окончательный вариант – 13 апреля 2023 г.

High-order optical Hall effect at the tight focus of laser radiation

V.V. Kotlyar^{1,2}, S.S. Stafeev^{1,2}, E.S. Kozlova^{1,2}

¹ IPISI RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS,
443001, Samara, Russia, Molodogvardeyskaya 151;

² Samara National Research University, 443086, Samara, Russia, Moskovskoye Shosse 34

Abstract

In this work, by the Richards-Wolf method, which describes the behavior of electromagnetic radiation at the tight focus, it is shown that high-order spin and orbital Hall effects take place in the focal plane. It is shown that when focusing a linearly polarized optical vortex with unit topological charge, four local subwavelength regions are formed in the focal plane, in which directions of the longitudinal projection of the spin angular momentum are opposite in the neighboring regions. That is, photons falling into neighboring regions in the focus have the opposite spin. This is the spin Hall effect of the 2nd order. It is also shown that when tightly focusing of superposition of cylindrical vector beams of the m -th order and zero order, $2m$ subwavelength regions are formed in the plane of tight focus, in which directions of the longitudinal projection of the orbital angular momentum are opposite in the neighboring regions. That is, photons falling into the neighboring regions at the focus have the opposite-sign on-axis projections of the orbital angular momentum. This is the orbital Hall effect of the m -th order.

Keywords: Richards-Wolf formalism, spin Hall effect, orbital Hall effect, cylindrical vector beam, spin angular momentum, orbital angular momentum.

Citation: Kotlyar VV, Stafeev SS, Kozlova ES. High-order optical Hall effect at the tight focus of laser radiation. *Computer Optics* 2023; 47(5): 710-715. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1310.

Acknowledgements: This work was supported by the Russian Science Foundation under grant #22-22-00265.

Authors' information

Victor Victorovich Kotlyar is a head of Laboratory at the Image Processing Systems Institute (Samara) of the Russian Academy of Sciences – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS and professor of Computer Science department at Samara National Research University. He received his MS, PhD and DrSc degrees in Physics and Mathematics from Samara State University (1979), Saratov State University (1988) and Moscow Central Design Institute of Unique Instrumentation, the Russian Academy of Sciences (1992). He is SPIE- and OSA-member. He is coauthor of 300 scientific papers, 5 books and 7 inventions. His current interests are diffractive optics, gradient optics, nanophotonics, and optical vortices. E-mail: kotlyar@ipsiras.ru.

Sergey S. Stafeev (b. 1985) received Master's degree in Applied Mathematics and Physics in Samara State Aerospace University (2009). He received his PhD in 2012. He is researcher of Laser Measurements laboratory at the Image Processing Systems Institute of RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS. Scientific interests: diffractive optics, FDTD method, near-field optics. E-mail: sergey.stafeev@gmail.com. ORCID: 0000-0002-7008-8007.

Elena Sergeevna Kozlova, (b. 1989) received Master's degree in Applied Mathematics and Informatics in Samara State Aerospace University (2011). She received her PhD in 2014. She is researcher of Laser Measurements laboratory at the Image Processing Systems Institute – Branch of the Federal Scientific Research Centre “Crystallography and Photonics” of Russian Academy of Sciences and assistant of Computer Science department at Samara National Research University. Scientific interests: diffractive optics, FDTD method, near-field optics. E-mail: kozlova.elena.s@gmail.com.

Received March 28, 2023. The final version – April 13, 2023.
