

Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

М. В. Зусман, Влияние приэлектродного падения напряжения на автоколебания в плазменной МГД-системе индуктивного возбуждения, *ТВТ*, 1989, том 27, выпуск 5, 986–991

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.9.171

26 января 2025 г., 09:51:37



УДК 538.4:621.313.522

ВЛИЯНИЕ ПРИЭЛЕКТРОДНОГО ПАДЕНИЯ НАПРЯЖЕНИЯ НА АВТОКОЛЕБАНИЯ В ПЛАЗМЕННОЙ МГД-СИСТЕМЕ ИНДУКТИВНОГО ВОЗБУЖДЕНИЯ

Зусман М. В.

Качественно исследована возможность генерации переменного тока в двухфазной плазменной МГД-системе индуктивного возбуждения при наличии приэлектродного падения напряжения. Сформулированы условия самовозбуждения и установления автоколебаний. Для конкретного варианта МГД-канала с двумя парами противоположных электродов получены характеристики автоколебательного режима работы.

В настоящее время выполнен ряд теоретических исследований по вопросу создания самовозбуждаемых МГД-систем переменного тока [1–3]. В [1] самовозбуждение обеспечивалось за счет создания условий для развития перегретой неустойчивости в плазме и введения обратной связи между отдельными парами противоположных электродов. Обратная связь реализована в виде автоколебательного LC -контура. В рамках нульмерного приближения возможность создания МГД-систем индуктивного возбуждения рассматривалась в [2, 3]. Подобные системы обладают тем преимуществом, что требуют относительно малых габаритов компенсационных устройств, так как плотность запасаемой энергии в магнитном поле на два-три порядка превышает соответствующее значение для электрического поля. В [3] показано, что в случае симметричной МГД-системы за счет эффекта Холла осуществляется генерация гармонического переменного тока. При создании самовозбуждаемых МГД-систем с использованием одного канала функции элементарных МГД-генераторов (МГДГ) выполняют пары противоположных секционированных электродов [1]. При этом неоднородность распределения параметров по длине и приэлектродное падение напряжения, характерные для плазменных МГД-систем, могут существенно изменить процесс самовозбуждения. В данной работе рассмотрены качественные закономерности установления и развития автоколебаний в двухфазной плазменной МГД-системе, описанной в [3], с учетом указанных особенностей.

Пренебрегая неоднородностью распределения газо- и электродинамических параметров плазмы в пределах одного шага секционирования, будем рассматривать каждую пару секционированных электродов как элементарный МГДГ с сосредоточенными параметрами. Схема внешних электрических соединений электродов двухфазной МГД-системы с распределенными обмотками возбуждения представлена на рис. 1. В [3] показано, что самовозбуждение может быть обеспечено только при достаточном вкладе энергии в систему со стороны внешних источников. Поэтому помимо вклада энергии со стороны потока плазмы используется дополнительный внешний источник, создающий напряжение U_x , которое компенсирует напряжение Холла.

Составим уравнения, описывающие рассматриваемую МГД-систему. Закон Ома для движущейся среды с учетом эффекта Холла запишем в виде

$$j_x = \frac{\sigma_p}{1 + \beta_p^2} (E_{px} - \beta_p (E_{py} - V_p B_p)),$$

$$j_{py} = \frac{\sigma_p}{1 + \beta_p^2} (E_{py} + \beta_p E_{px} - V_p B_p),$$
(1)

где σ — удельная электрическая проводимость плазмы; j — плотность тока; E — напряженность электрического поля; B — магнитная индукция; V — скорость плазмы; $\beta = \eta B$ — параметр Холла; η — подвижность электронов. Индексы « x » и « y » использованы для обозначения компонент Холла и Фарадея векторов плотности тока и напряженности электрического поля. Индекс « p » здесь и далее принимает значения 1 и 2 и обозначает параметры соответствующих фаз. Предполагается, что вектор магнитной индукции имеет только z -компоненту. Из (1) могут быть получены выражения

$$E_{px} = \frac{1}{\sigma_p} (j_x + \beta_p j_{py}), \quad E_{py} = V_p B_p + \frac{1}{\sigma_p} (j_{py} - \beta_p j_x). \quad (2)$$

Учитывая предположение об однородности параметров в рабочем объеме каждого МГДГ, введем обозначения для напряжений, внутренних сопротивлений и токов Холла и Фарадея

$$U_x = -lE_{1x} - lE_{2x}, \quad U_{py} = -hE_{py} + U_{p0}, \quad (3)$$

$$R_{px} = \frac{l}{\sigma_p dh}, \quad R_{py} = \frac{h}{\sigma_p dl}, \quad i_x = j_x hd, \quad i_{py} = i_p = j_{py} ld,$$

где l , h и d — длина, ширина и высота элементарного МГДГ; U_0 — потенциальный барьер, обусловленный приэлектродным падением напряжения. Величина приэлектродного падения напряжения Δ определяется характеристиками материала и температурой поверхности электродов, а также плотностью и направлением тока Фарадея в плазме. Далее рассмотрим случай холодных электродов и для диффузного режима разряда примем $\Delta = \Delta_0 + \delta |j_y|$, где Δ_0 и δ — эмпирические константы [4]. В данном случае, учитывая, что $U_{py} = -i_p R_{py}$, если ЭДС Фарадея в соответствующем МГДГ не превышает по абсолютной величине Δ , для U_{p0} может быть записано выражение

$$U_{p0} = \begin{cases} hE_{py} - i_p R_{py} & \text{при } |hE_{py}| \leq \Delta_p \\ \Delta_p \text{ sign } E_{py} = \left(\Delta_0 + \frac{\delta}{ld} |i_p| \right) \text{ sign } E_{py} & \text{при } |hE_{py}| > \Delta_p \end{cases} \quad (4)$$

В МГД-системах индуктивного возбуждения реализация обратной связи заключается в том, что магнитная индукция в рабочих объемах МГДГ определяется токами i_1 и i_2 . Для безжелезных магнитных систем с учетом полярности включения обмоток возбуждения справедливы линейные зависимости

$$B_1 = -\chi_1 i_1 + \chi_1' i_2, \quad B_2 = -\chi_2 i_2 - \chi_2' i_1, \quad \chi = L/(wlh), \quad (5)$$

где L и w — индуктивность и число витков обмоток возбуждения. Из уравнений (2)–(5) могут быть получены выражения, определяющие зависимость напряжений Фарадея в каждой фазе от i_1 и i_2

$$U_{1y} = [a_1 - R_{1y} - b_1 Q(i_1, i_2)] i_1 - [a_1' - b_1' Q(i_1, i_2)] i_2 + U_{10}, \quad (6)$$

$$U_{2y} = [a_2' - b_2' Q(i_1, i_2)] i_1 + [a_2 - R_{2y} - b_2 Q(i_1, i_2)] i_2 + U_{20},$$

где

$$a = \chi V h + \frac{\chi k U_x}{R_{1x} + R_{2x}}, \quad b = \frac{k \chi}{R_{1x} + R_{2x}}, \quad k = \frac{\eta}{\sigma d},$$

$$Q(i_1, i_2) = k_1 \chi_1 i_1^2 + k_2 \chi_2 i_2^2 + (k_2 \chi_2' - k_1 \chi_1') i_1 i_2.$$

Индексы параметров a , b и k соответствуют индексам параметров χ , V и σ . Подставляя выражения (6) в уравнения цепей Фарадея, получим два нелинейных дифференциальных уравнения относительно фазных токов

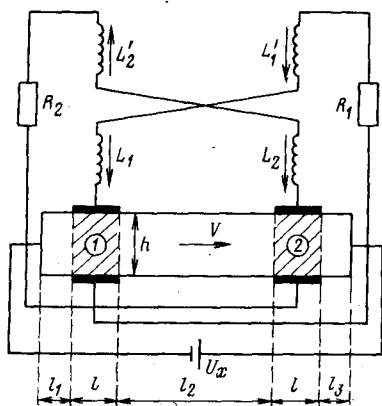


Рис. 1. Принципиальная схема двух-фазной самовозбуждаемой МГД-системы

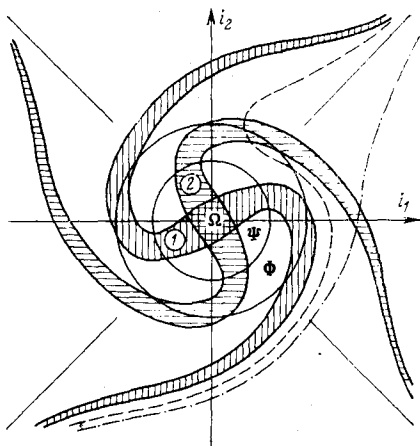


Рис. 2. Фазовый портрет областей развития и срыва автоколебаний

$$\begin{aligned} (L_1 + L_1') di_1/dt &= [a_1 - R_1 - R_{1v} - b_1 Q(i_1, i_2)] i_1 - [a_1' - b_1' Q(i_1, i_2)] i_2 + U_{1s}, \\ (L_2 + L_2') di_2/dt &= [a_2' - b_2' Q(i_1, i_2)] i_1 + [a_2 - R_2 - R_{2v} - b_2 Q(i_1, i_2)] i_2 + U_{2s}, \end{aligned} \quad (7)$$

где R_1 и R_2 — активные сопротивления в фазах.

Далее в (7) для простоты примем $L_1 + L_1' = L_2 + L_2' = 1$, а в правой части сохраним прежние обозначения. Без учета приэлектродного падения напряжения необходимым условием самовозбуждения автоколебаний является положительность спектра матрицы линеаризованной системы (7). При этом токи каждой фазы в общем случае будут квазипериодическими функциями времени, а в симметричном случае — гармоническими функциями [3]. Для самовозбуждения достаточно появления малых возмущений фазных токов, т. е. автоколебания могут устанавливаться мягко. Наличие потенциального барьера, обусловленного приэлектродным падением напряжения, приводит к срыву автоколебаний в цепи данной фазы, если ЭДС Фарадея в соответствующем МГДГ по абсолютной величине станет меньше Δ . Периоду срыва автоколебаний соответствует экспоненциальное затухание тока в фазе вследствие диссипации энергии в активном сопротивлении. Так как ЭДС Фарадея каждого МГДГ определяется фазными токами и схемой подключения обмоток возбуждения, то на плоскости переменных i_1 и i_2 могут быть указаны области, соответствующие срыву автоколебаний в каждой фазе. Структура и взаимное расположение таких областей определяются конкретной реализацией системы индуктивных обратных связей. Указанная на рис. 1 схема подключения обмоток возбуждения обеспечивает в симметричном случае генерирование гармонических токов [3]. Можно показать, что в общем случае автоколебания в системе двух элементарных МГДГ возможны только тогда, когда квадратичная форма $Q(i_1, i_2)$ является положительно определенной. В противном случае в фазах могут устанавливаться в результате самовозбуждения только постоянные токи вследствие появления ненулевых устойчивых стационарных состояний системы (7).

Для выполнения условий положительной определенности на параметры системы индуктивного возбуждения необходимо наложить дополнительные требования (помимо указания способа подключения обмоток возбуждения). В частности, достаточно потребовать выполнения равенства $k_2 \chi_2' = k_1 \chi_1'$. В случае установления автоколебаний указанное равенство выполняется лишь приближенно вследствие нестационарности газовой и электродинамических параметров плазмы. При условии, что $Q(i_1, i_2)$ — положительно определенная квадратичная форма, на рис. 2 схематично указаны области срыва автоколебаний в фазах 1 и 2. Форма областей срыва зависит от соотношения параметров источников энергии и Δ .

Заштрихованные области соответствуют случаю относительно малого потенциального барьера между плазмой и поверхностью электродов. В качестве примера штриховой и штрихпунктирной линиями указаны положения правой границы области срыва автоколебаний в фазе 1 при увеличении относительного значения Δ .

С целью исследования свойств системы (7) воспользуемся методом фазовой плоскости. Для развития автоколебаний необходимо, чтобы начальное возмущение вывело фазовую точку из области Ω . В противном случае будет иметь место экспоненциальное затухание i_1 и i_2 . Данное обстоятельство определяет жесткий характер возбуждения. Как и в случае [3], условие развития автоколебаний в соответствии с теорией Ляпунова заключается в выполнении неравенств, которые обеспечивают положительность полной производной некоторой положительно определенной функции токов на траекториях системы (7). В силу жесткого характера возбуждения свойство положительности должно выполняться на границе такой окрестности начала координат ψ , которая целиком содержит область Ω . Специфический вид нелинейности Холла позволяет аналитически определить наиболее естественную положительно определенную функцию Ляпунова и, соответственно, форму требуемой окрестности с помощью квадратичной формы $Q(i_1, i_2): \psi = \{(i_1, i_2): Q(i_1, i_2) \leq C\}$. Для исключения затухания автоколебаний необходимо, чтобы граница $\partial\psi$ пересекалась траекториями (7) изнутри, т. е. $dQ/dt > 0$ на $\partial\psi$. Выражение для dQ/dt при условии $k_2\chi_2' = k_1\chi_1'$ получено как следствие системы (7)

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{dQ}{dt} = & \sum_{p=1}^2 k_p \chi_p [a_p - R_p - R_{pv} - b_p Q] i_p^2 + \\ & + i_1 i_2 \sum_{p=1}^2 (-1)^p k_p \chi_p [a_p' - b_p' Q] + \sum_{p=1}^2 k_p \chi_p U_{ps} i_p. \end{aligned} \quad (8)$$

Условия, гарантирующие положительность на $\partial\psi$ правой части (8), являются достаточными условиями реализации устойчивого по отношению к малым возмущениям автоколебательного режима работы МГД-системы. На участках $\partial\psi$ вне областей срыва для положительности dQ/dt необходима компенсация второго слагаемого в правой части (8), что достигается, например, при $\chi_1 = \chi_2$. На участках границы внутри областей срыва указанное равенство не обеспечивает компенсации. Однако, учитывая характер расположения областей срыва на фазовой плоскости, можно показать, что второе слагаемое в правой части (8) всегда положительно на рассматриваемых участках $\partial\psi$.

Учитывая характер зависимости U_{ps} от i_p , третье слагаемое в правой части (8) может быть представлено в виде суммы линейных и квадратичных функций токов. На любой замкнутой кривой, охватывающей Ω , линейные функции являются знакопеременными. Поэтому для выполнения неравенства $dQ/dt > 0$ на $\partial\psi$ необходима компенсация линейных функций за счет положительно определенных квадратичных слагаемых. Такая компенсация достигается путем выбора достаточно больших значений C при условии положительности первого слагаемого в правой части (8). Кроме того, при больших значениях C за счет положительно определенных квадратичных слагаемых осуществима компенсация отрицательных диссипативных членов $-k_p \chi_p (R_p + R_{pv}) i_p^2$ на участках $\partial\psi$ внутри областей срыва. С учетом квадратичных слагаемых, обусловленных наличием Δ , условие положительности dQ/dt принимает вид $a_p - R_p - R_{pv} - b_p C \pm \delta/ld > 0$, где знак минус перед последним слагаемым выбирается при совпадении знаков i_p и U_{pv} , а знак плюс — в противном случае. Таким образом, достаточным условием положительности dQ/dt на $\partial\psi$ служит выполнение неравенств $a_p - R_p - R_{pv} - b_p C - \delta/ld > 0$.

Значение константы C определяется численно в зависимости от конкретных параметров МГДГ и системы возбуждения. Условия возбуж-

дения в форме неравенств являются аналогами условия (8), приведенного в [3]. Условия $k_2\chi_2' = k_1\chi_1'$ и $\chi_1 = \chi_2$ являются модификацией принятого в [3] условия симметрии и обеспечивают возможность получения автоколебаний, наиболее близких к гармоническим.

Нелинейность Холла обеспечивает ограничение автоколебаний. При достаточно больших значениях $Q(i_1, i_2)$ правая часть уравнения (8) отрицательная, что гарантирует пересечение траекториями системы (7) границ соответствующих Q -окрестностей вовнутрь. Таким образом, в результате самовозбуждения в МГД-системе установится автоколебательный режим работы, которому соответствует движение фазовой точки внутри некоторой кольцевой области Φ (рис. 1).

Сформулированным условиям может быть дана следующая физическая интерпретация. Автоколебания в системе, содержащей источник, накопители и потребители энергии, возможны в том случае, когда удается обеспечить периодический процесс обмена энергией между указанными элементами. В рассматриваемом случае вклад энергии в МГД-систему со стороны движущейся плазмы и от внешнего источника напряжения осуществляется стационарно. Поэтому автоколебания могут обеспечиваться только за счет обмена энергией между индуктивными накопителями. Это достигается в рамках выбранной схемы подключения обмоток возбуждения. Кроме того, емкость накопителей в каждой фазе должна быть примерно одинаковой, так как в противном случае энергия взаимодействия фаз окажется существенно меньше энергии, запасаемой в накопителях доминирующей фазы, что приведет к ослаблению обратных связей и установлению постоянных токов в фазах. Для исключения подобной ситуации сделаны предположения о симметрии характеристик индуктивных накопителей с учетом параметров МГДГ. При этом мощность источников энергии и запас энергии в накопителях должны быть настолько велики, чтобы в любой момент времени компенсировать потенциальный барьер, обусловленный приэлектродным падением напряжения хотя бы в одной фазе. Последние обстоятельства эквивалентны условиям типа неравенств и определяют жесткий характер возбуждения.

В качестве примера рассмотрены автоколебания в МГД-системе, которая имеет характерные параметры: $l=0,1$ м, $h=0,2$ м, $d=0,1$ м, $R_1=R_2=1$ Ом, $\eta=1$ 1/Тл, $L=0,04$ Гн, $\chi=0,005$ Тл/А, $l_1=l_3=0,1$ м, $l_2=0,6$ м. Приняты следующие условия: 1) температура и давление торможения плазмы на входе в МГД-канал стационарны и равны 2900 К и 0,3 МПа, 2) площадь поперечного сечения МГД-канала постоянна по длине, 3) течение плазмы полностью сверхзвуковое, 4) расход плазмы $G=3$ кг/с. Для данных условий характерное время пролета плазмы ≈ 1 мс. Следовательно, при низких частотах автоколебаний можно рассматривать процесс изменения параметров плазмы как квазистационарный. Поэтому в расчетах использована стационарная квазиодномерная математическая модель течения плазмы [4]

$$\rho v \frac{dv}{dx} = -\frac{dp}{dx} + j_v B - \frac{\xi \rho v^2}{2D}, \quad p = \rho \frac{\gamma-1}{\gamma} c_p T, \quad G = \rho v h d, \\ \rho v \frac{d}{dx} \left(c_p T + \frac{v^2}{2} \right) = j_x E_x + j_y E_y - \frac{j_v \Delta}{h} - \frac{q\Pi}{hd}, \quad \sigma = \sigma_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{12} \left(\frac{p}{p_0} \right)^{-0,5}, \quad (9)$$

где ξ — коэффициент трения; γ — показатель адиабаты; q — удельный тепловой поток в стенку; D и Π — приведенный гидравлический диаметр и периметр МГД-канала. Приняты значения эмпирических параметров, характерные для плазмы продуктов сгорания угля: $\Delta_0=80$ В, $\delta=0,021$ Ом·м², $c_p=2300$ Дж/(кг·К), $\sigma_0=10$ См/м, $T_0=2400$ К, $p_0=0,1$ МПа, $q=0,4$ МВт/м², $\xi=0,025$ и $\gamma=1,15$. В соответствии с уравнениями (9) на каждом шаге по времени определялись распределения значений газодинамических параметров по длине МГД-канала. Для незаштрихованных областей (рис. 1) использовались уравнения (9) без учета членов, обусловленных МГД-взаимодействием. В заштрихованных областях зна-

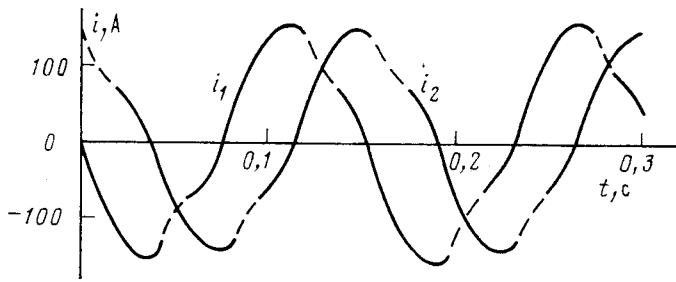


Рис. 3. Зависимость фазных токов от времени в режиме установившихся автоколебаний при $U_x=750$ В

чения напряженности электрического поля и плотности тока определялись через i_1 , i_2 и U_x в соответствии с уравнениями (2) и (3). На каждом шаге по времени V_p и σ_p определялись как интегральные средние соответствующих расчетных значений в заштрихованных областях. На рис. 3 представлены зависимости значений i_1 и i_2 от времени для установившегося процесса при $U_x=750$ В. Участки, отмеченные штриховыми кривыми, соответствуют периодам срыва автоколебаний. В ходе численных экспериментов устойчивые автоколебания с частотой ≈ 6 Гц получены при $U_x > 700$ В. При $U_x=750$ В необходимый начальный импульс тока должен удовлетворять условию $Q(i_1, i_2) > C \approx 80$ В.

При исследовании автоколебаний в общем случае следует учитывать то, что характеристики элементарных МГДГ зависят от внешних воздействий на плазму. В частности, периодическое изменение пондеромоторной силы приводит к появлению пульсационных составляющих давления, скорости и удельной электрической проводимости. Помимо изменения характеристик собственных МГДГ указанные пульсации приводят к распространению возмущений в плазме и изменению характеристик МГДГ другой фазы. Характер взаимодействия отдельных МГДГ через плазму зависит от режима течения, расстояния между МГДГ, тепло- и электрофизических свойств плазмы. В [5] исследовались вынужденные колебания газодинамических параметров плазмы, обусловленные пульсациями тока в МГД-канале. Показано, что имеет место резонансная зависимость амплитуды колебаний от частоты пульсаций. Общий характер зависимости амплитуды колебаний газодинамических параметров от частоты сохраняется и в данном случае. Поэтому в зависимости от выбора параметров МГДГ может иметь место усиление или подавление автоколебаний. Кроме того, в некоторых специальных случаях, связанных, например, с появлением скачков уплотнения или развитием перегретой неустойчивости, возможно качественное изменение поведения МГД-системы.

Таким образом, сформулированы условия и качественные закономерности развития автоколебаний в двухфазной плазменной МГД-системе индуктивного возбуждения при наличии приэлектродного падения напряжения. Приведенная методика исследования и результаты могут быть обобщены на случай многофазных МГД-систем с различным характером зависимости приэлектродного падения напряжения от тока во внешних электрических цепях. При этом могут рассматриваться как диффузные, так и контрагированные формы разряда. В МГД-системах с большим значением магнитного числа Рейнольдса возможно получение токов промышленной частоты. Полученные результаты могут быть использованы при создании высокочастотных импульсных самовозбуждаемых МГД-систем или низкочастотных промышленных МГДГ переменного тока.

Энергетический институт
им. Г. М. Кржижановского

Поступила в редакцию
13.VI.1988

ЛИТЕРАТУРА

1. Глинов А. П., Дрейзин Ю. А. // ТВТ. 1986. Т. 24. № 5. С. 974.
2. Губарев А. В., Лаптев С. А. // Магнитная гидродинамика. 1983. № 1. С. 103.
3. Дворчик С. Е., Зусман М. В. // Магнитная гидродинамика. 1986. № 4. С. 70.
4. Янговский Е. И., Толмач И. М. Магнитогазодинамические генераторы. М.: Наука.
5. Ковбасюк В. И. и др. // ТВТ. 1986. Т. 24. № 1. С. 144.