

# Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Р. Н. Кузьмин, А. А. Кулешов, Н. П. Савенкова, С. В. Филиппова, Моделирование аварий на промышленном объекте с истечением тяжелых газов и жидкостей, *Матем. моделирование*, 1998, том 10, номер 8, 33–42

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.14.81

24 января 2025 г., 03:05:48



## МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

### МОДЕЛИРОВАНИЕ АВАРИЙ НА ПРОМЫШЛЕННОМ ОБЪЕКТЕ С ИСТЕЧЕНИЕМ ТЯЖЕЛЫХ ГАЗОВ И ЖИДКОСТЕЙ

© *Р.Н.Кузьмин, А.А.Кулешов, Н.П.Савенкова, С.В.Филиппова*

119899, Москва, Воробьевы Горы, МГУ им. М.В.Ломоносова,  
физический факультет, факультет ВМиК.

Настоящая работа является продолжением работ [1,2] по исследованию распространения облаков тяжелых газов над поверхностью земли в условиях термической и орографической неоднородности. Рассмотренная модель является обобщением модели [1] для случая, когда облако имеет неоднородные распределения плотности, концентрации и температуры по высоте облака. Проводится численное моделирование аварии под Уфой (Башкирия, 1989 год) с разрывом трубопровода и распространением облака пропан-бутановой смеси над поверхностью земли. Приводятся результаты численных расчетов, показывающие совпадение с реальной конфигурацией зоны поражения.

#### MODELLING OF HEAVY GAS CLOUD DISPERSION UNDER INDUSTRIAL ACCIDENTS

*R.N.Kuzmin, A.A.Kuleshov, N.P.Savenkova, S.V.Filippova*

В настоящее время большую опасность представляют аварии на химических и нефте-химических предприятиях, в результате которых в атмосферу выбрасывается значительное количество вредных тяжелых газов, которые распространяются над подстилающей поверхностью. Примером подобной аварии может служить разрыв трубопровода под Уфой (Башкирия, 1989 год). Вытекло несколько тысяч тонн сжиженных углеводородов, которые, испаряясь, распространились на местности и затем воспламенились.

Другим примером является авария, произошедшая в Ионаве (Литва, 1989). В результате полного разрушения резервуара произошел выброс в окружающую среду 7000 тонн жидкого аммиака.

На сегодняшний день задача описания рассеяния облака тяжелого газа в условиях термической и орографической неоднородности является одной из наиболее актуальных в промышленной безопасности. Так как проведение натуральных экспериментов в условиях реальных предприятий в большинстве случаев является невозможным, то основным инструментом ис-

следования процесса рассеяния облаков тяжелых газов является метод математического моделирования.

Настоящая работа является продолжением работ [1,2] по исследованию распространения облаков тяжелых газов над поверхностью земли в условиях термической и орографической неоднородности методом математического моделирования. Рассмотренная модель является обобщением модели [1] для случая, когда облако имеет неоднородное распределение плотности, концентрации и температуры по высоте облака, что позволяет, в частности, описать механизм разбавления газа в движущемся облаке окружающим воздухом.

Рассматриваемая модель применима также к течению жидкостей на неровной поверхности и к течению жидкости в жидкости, в частности, распространению жидкой примеси.

Исходная система уравнений имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial \rho u^2}{\partial x} + \frac{\partial \rho u v}{\partial y} + \frac{\partial \rho u w}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial x} &= F_u, \\ \frac{\partial \rho v}{\partial t} + \frac{\partial \rho v u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v^2}{\partial y} + \frac{\partial \rho v w}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial y} &= F_v, \\ \frac{\partial \rho w}{\partial t} + \frac{\partial \rho w u}{\partial x} + \frac{\partial \rho w v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w^2}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial z} &= F_w - \rho \cdot g, \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} &= 0, \\ \frac{\partial \rho c}{\partial t} + \frac{\partial \rho c u}{\partial x} + \frac{\partial \rho c v}{\partial y} + \frac{\partial \rho c w}{\partial z} &= F_c, \\ \frac{\partial \rho h}{\partial t} + \frac{\partial \rho h u}{\partial x} + \frac{\partial \rho h v}{\partial y} + \frac{\partial \rho h w}{\partial z} &= F_h, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $c$  — относительная массовая концентрация вещества облака ( $0 \leq c \leq 1$ );  $h = c_p T$  — энтальпия газа;  $\mu$  — молекулярный вес газа;  $\mu_0$  — молекулярный вес воздуха;  $F_u, F_v, F_w, F_c, F_h$  — диффузионные члены, например,

$$F_u = \frac{\partial}{\partial x} \left( \rho v \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \rho v \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho v \frac{\partial u}{\partial z} \right),$$

где  $\nu$  — вязкость газа.

Для адекватного учета явления разбавления облака газа окружающим воздухом будем считать, что плотность  $\rho$ , концентрация  $c$ , вертикальная скорость  $w$  и энтальпия имеют неоднородное распределение по высоте облака  $\rho = \rho(x, y, z, t)$ ,  $c = c(x, y, z, t)$ ,  $w = w(x, y, z, t)$ ,  $h = h(x, y, z, t)$ ,  $z_0(x, y) \leq z \leq H(x, y, t)$ , где  $z_0, H$  — нижняя и верхняя границы облака соответственно.

Будем, так же как в [1], предполагать, что все частицы облака газа или жидкости по высоте при любых фиксированных  $(x, y, t)$  движутся с одинаковыми горизонтальными скоростями, за исключением лишь окрестности нижней границы облака, то есть  $u(x, y, z, t) \approx \bar{u}(x, y, t)$ ,  $v(x, y, z, t) \approx \bar{v}(x, y, t)$ . Если на практике для конкретного газа или жидкости и конкретной подстилающей поверхности это условие не выполнено, то в любом таком течении можно выделить слои, где это предположение выполнено, а далее для каждого конкретного слоя провести приведенные ниже рассмотрения и построить общую модель течения из послойных моделей, "спитых" с помощью граничных условий.

В окрестности  $\delta_{z_0}$  нижней границы течения у поверхности земли скорости резко за-медляются, и на нижней границе выполнены условия  $u = v = w|_{z=z_0} = 0$ ,  $u_x = u_y = u_z = v_x = v_y = v_z = w_x = w_y = w_z|_{z=z_0} = 0$  при любых  $(x, y, t)$ .

Размер этой области можно оценить из соображений устойчивости приземного потока  $\delta_{z_0} = \text{Re}_{\text{кр}} \cdot x / \text{Re}$ , где  $\text{Re}_{\text{кр}} \approx 10^3$  — граница устойчивого течения. Так как рассматриваемые течения характеризуются большим числом Рейнольдса  $\text{Re} > 10^6$ , то  $\delta_{z_0} = 10^{-3} \cdot x$ .

Нас будут интересовать осредненные по высоте облака параметры течения

$$\bar{\rho}(x, y, t) = \frac{1}{\delta(x, y, t)} \int_{z_0(x, y)}^{H(x, y, t)} \rho(x, y, z, t) dz, \quad (2)$$

где  $\delta(x, y, t) = H(x, y, t) - z_0(x, y)$  — толщина облака газа или жидкости. Аналогично определяются  $\bar{c}(x, y, t)$ ,  $\bar{h}(x, y, t)$ .

По величине этих параметров можно судить, например, о достижении предельно допустимых концентраций ядовитых веществ в облаке или о достижении пределов воспламенения.

Проинтегрируем уравнения системы (1) по высоте от нижней его границы  $z_0(x, y)$  до верхней границы  $H(x, y, t)$  и получим двумерную  $(x, y)$  систему уравнений для определения изменения в горизонтальном направлении средних по высоте характеристик течения. При этом толщину  $\delta(x, y, t)$  будем также рассматривать как одну из искомым функций двумерной модели.

Рассмотрим третье уравнение исходной системы:

$$\frac{\partial \rho w}{\partial t} + \frac{\partial \rho w u}{\partial x} + \frac{\partial \rho w v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w^2}{\partial z} + \frac{\partial p}{\partial z} = F_w - \rho g, \quad (3)$$

$$F_w = \frac{\partial}{\partial x} \left( \rho v \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \rho v \frac{\partial w}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho v \frac{\partial w}{\partial z} \right).$$

Так как газ (жидкость) — молекулярно слабо связанная система, можем расщепить уравнение для  $w$  на два уравнения, одно из которых описывает процесс переноса вертикальной скорости, а второе — изменение давления за счет гравитации:

$$\frac{\partial \rho w}{\partial t} + \frac{\partial \rho w u}{\partial x} + \frac{\partial \rho w v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w^2}{\partial z} = F_w, \quad (4)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g. \quad (5)$$

Рассмотрим уравнение (5). Пусть  $p_0, \rho_0$  — известные фоновые значения давления и плотности на верхней границе, которые предполагаются постоянными. Тогда  $\rho' = \rho - \rho_0$ ,  $p' = p - p_0$  — избыточные плотность и давление в облаке. Подставив в уравнение (5)  $p = p' + p_0$ ,  $\rho = \rho' + \rho_0$ , и учитывая, что  $\frac{\partial p_0}{\partial z} = -\rho_0 g$  (нет ветра), получаем уравнение для избыточного давления:

$$\frac{\partial p'}{\partial z} = -\rho' g.$$

Далее аналогично [2] интегрируем все уравнения системы (1). После интегрирования первого уравнения исходной трехмерной системы возникает ряд граничных членов, один из которых описывает трение о землю и препятствия, его можно аппроксимировать формулой [4]:

$$\rho v_T \left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{z=z_0} \cong \xi_0 \bar{\rho} |U| \bar{u}, \quad |U| = \sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2 + \bar{w}^2}. \quad (6)$$

Остальные граничные члены можно сгруппировать следующим образом:

$$\bar{F}_{uH} = \left\{ \rho v \left( \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial H}{\partial y} \right) \right\} \Bigg|_{z=H}, \quad (7)$$

$$f_u = \left\{ \rho v \left( \frac{\partial H}{\partial t} + u \frac{\partial H}{\partial x} + v \frac{\partial H}{\partial y} - w \right) \right\} \Bigg|_{z=H}. \quad (8)$$

Член  $F_{uH}$  описывает действие силы сопротивления воздуха вдоль оси  $x$  на верхней границе облака, его можно аппроксимировать формулой, аналогичной (6):

$$\bar{F}_{uH} = -\xi_0 \rho_0 |U| \bar{u}. \quad (9)$$

Рассмотрим член  $f_u$ . Отметим, что при последующем интегрировании всех остальных уравнений системы получатся подобные выражения  $f_\varphi$  для соответствующих субстанций  $\varphi$  с множителем  $\rho\varphi$ ,  $\varphi = (u, v, w, l, c, h)$ , поэтому естественно предположить, что вертикальная скорость  $w$  на верхней границе облака и изменение профиля границы связаны соотношением

$$w \Big|_{z=H} = \frac{\partial H}{\partial t} + u_H \frac{\partial H}{\partial x} + v_H \frac{\partial H}{\partial y}, \quad (10)$$

тогда

$$f_\varphi = 0, \quad \varphi = (u, v, w, l, c, h). \quad (11)$$

С учетом сказанного выше, после интегрирования первого уравнения системы (1) получаем:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{\rho u \delta}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{\rho u}^2 \delta}{\partial x} + \frac{\partial \overline{\rho u v \delta}}{\partial y} = & -\frac{g}{2} \frac{\partial (\bar{\rho} - \rho_0) \delta^2}{\partial x} - g (\bar{\rho} - \rho_0) \delta \frac{\partial z_0}{\partial x} + \\ & + \bar{F}_{Du} + \bar{F}_{u z_0} + \bar{F}_{uH}, \end{aligned} \quad (12)$$

где

$$\bar{F}_{Du} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \bar{\rho} v \delta \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \bar{\rho} v \delta \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right), \quad \bar{F}_{u z_0} = -\xi_0 \bar{\rho} |U| \bar{u}, \quad \bar{F}_{uH} \cong -\xi_0 \rho_0 |U| \bar{u}.$$

Аналогичный вид будет иметь второе уравнение для двумерной системы.

Проинтегрируем уравнение (4). Рассмотрим интеграл

$$\int_{z_0}^H \rho w dz = \int_{z_0}^H (\rho - \bar{\rho} + \bar{\rho}) w dz = \bar{\rho} \int_{z_0}^H w dz + \int_{z_0}^H (\rho - \bar{\rho}) w dz.$$

Оценим второй интеграл с помощью неравенства Коши-Буняковского

$$\int_{z_0}^H (\rho - \bar{\rho}) w dz \leq \left( \int_{z_0}^H (\rho - \bar{\rho})^2 dz \right)^{1/2} \left( \int_{z_0}^H w^2 dz \right)^{1/2}.$$

В силу того, что вертикальная скорость ограничена  $w < w_{\max}$ , и в предположении, что среднеквадратичное отклонение плотности  $\rho$  от среднего значения по высоте  $\bar{\rho}$  мало в рассматриваемом течении, то есть

$$\left( \int_{z_0}^H (\rho - \bar{\rho})^2 dz \right)^{1/2} \approx o(\bar{\rho}), \quad (13)$$

получаем оценку

$$\left( \int_{z_0}^H (\rho - \bar{\rho}) w dz \right)^{1/2} = o(\bar{\rho}).$$

Определим среднее по высоте значение вертикальной скорости аналогично (2):

$$\bar{w}(x, y, t) = \frac{1}{\delta(x, y, t)} \int_{z_0(x, y)}^{H(x, y, t)} w(x, y, z, t) dz,$$

тогда

$$\int_{z_0}^H \rho w dz \cong \bar{\rho} w \delta.$$

Так же как при интегрировании первого уравнения, при интегрировании уравнения (4) возникают граничные члены, которые сгруппируем в два слагаемых  $F_{wH}$ ,  $F_{wz_0}$  вида (7) и  $f_w$  вида (8). В силу предположения (10) следует (11), то есть  $f_w=0$ . Рассмотрим  $F_{wH}$ :

$$\begin{aligned} \bar{F}_{wH} &= \left\{ \rho v \left( \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial H}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left( \bar{\rho} v w \frac{\partial H}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( \bar{\rho} v w \frac{\partial H}{\partial y} \right) \right\} \Bigg|_{z=H}, \\ \bar{F}_{wz_0} &= - \left\{ \rho v \left( \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial z_0}{\partial x} - \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial z_0}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left( \bar{\rho} v w \frac{\partial z_0}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( \bar{\rho} v w \frac{\partial z_0}{\partial y} \right) \right\} \Bigg|_{z=z_0}. \end{aligned} \quad (14)$$

$\bar{F}_{wH}$  описывает действие вертикальной компоненты силы сопротивления воздуха (подъемную силу), в результате чего происходит процесс смешения (разбавления) облака окружающим воздухом; его можно аппроксимировать формулой, аналогичной (6), (9)

$$\bar{F}_{wH} = -\xi \rho_0 |U| \bar{w}. \quad (15)$$

$\bar{F}_{wz_0}$  описывает изменение вертикальной скорости из-за теплообмена с подстилающей поверхностью, его можно аппроксимировать аналогичной формулой

$$\bar{F}_{wz_0} \cong -\zeta_w \bar{\rho} |U| \bar{w}. \quad (16)$$

С учетом сделанных выше предположений, после интегрирования уравнения (4) получаем:

$$\frac{\overline{\partial \rho w \delta}}{\partial t} + \frac{\overline{\partial \rho w v \delta}}{\partial x} + \frac{\overline{\partial \rho w \delta}}{\partial y} = \overline{F}_{Dw} + \overline{F}_{wH} + \overline{F}_{wz_0} + (\rho w^2) \Big|_{z \in S_0}, \quad (17)$$

где

$$\overline{F}_{Dw} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \overline{\rho v} \frac{\overline{\partial w \delta}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \overline{\rho v} \frac{\overline{\partial w \delta}}{\partial y} \right), \quad \overline{F}_{wH} = -\xi_w \rho_0 |U| \overline{w}, \quad \overline{F}_{wz_0} \cong -\zeta \overline{\rho} |U| \overline{w}.$$

Аналогично будут осреднены и уравнения для концентрации  $c$  и энтальпии  $h$ . При этом граничные члены вида (8)  $f_c=0, f_h=0$  в силу (10), (11), а оставшиеся члены на верхней и нижней границах  $\overline{F}_{cH}, \overline{F}_{hH}, \overline{F}_{cz_0}, \overline{F}_{hz_0}$  вида (14) будут аппроксимированы формулами вида (15), (16):

$$\overline{F}_{cH} \cong -\xi_c \rho_0 |U| \overline{c}, \quad \overline{F}_{cz_0} = 0, \\ \overline{F}_{hH} \cong -\xi_h \rho_0 |U| (\overline{h} - h_{z_0}), \quad \overline{F}_{hz_0} \cong -\zeta_h \overline{\rho} |U| (\overline{h} - h_{z_0}). \quad (18)$$

$\overline{F}_{cH}$  описывает процесс разбавления облака окружающим воздухом в результате действия силы сопротивления воздуха на верхней границе;  $\overline{F}_{hH}$  – процесс теплообмена на верхней границе; будем считать, что оттока вещества из-за диффузии на подстилающей поверхности нет ( $\overline{F}_{cz_0} = 0$ );  $\overline{F}_{hz_0}$  – процесс теплообмена с подстилающей поверхностью.

После интегрирования по  $z$  уравнения неразрывности с учетом (10), (11) получаем:

$$\frac{\overline{\partial \rho \delta}}{\partial t} + \frac{\overline{\partial \rho v \delta}}{\partial x} + \frac{\overline{\partial \rho v \delta}}{\partial y} = (\rho w) \Big|_{z \in S_0}, \quad (19)$$

где  $(\rho w) \Big|_{z \in S_0} = Q$  – массовая скорость поступления вещества в источник.

Итак, мы получили двумерную систему уравнений, описывающую распространение облака тяжелого газа над орографически неоднородной подстилающей поверхностью:

$$\frac{\overline{\partial \rho w \delta}}{\partial t} + \frac{\overline{\partial \rho w v \delta}}{\partial x} + \frac{\overline{\partial \rho w \delta}}{\partial y} = -\frac{g}{2} \frac{\partial (\overline{\rho} - \rho_0) \delta^2}{\partial x} - g (\overline{\rho} - \rho_0) \delta \frac{\partial z_0}{\partial x} + \overline{F}_{Du} + \overline{F}_{uz_0} + \overline{F}_{uH}, \\ \frac{\overline{\partial \rho v \delta}}{\partial t} + \frac{\overline{\partial \rho v w \delta}}{\partial x} + \frac{\overline{\partial \rho v \delta}}{\partial y} = -\frac{g}{2} \frac{\partial (\overline{\rho} - \rho_0) \delta^2}{\partial y} - g (\overline{\rho} - \rho_0) \delta \frac{\partial z_0}{\partial y} + \overline{F}_{Dv} + \overline{F}_{vz_0} + \overline{F}_{vH}, \\ \frac{\overline{\partial \rho w \delta}}{\partial t} + \frac{\overline{\partial \rho w v \delta}}{\partial x} + \frac{\overline{\partial \rho w \delta}}{\partial y} = \overline{F}_{Dw} + \overline{F}_{wH} + \overline{F}_{wz_0} + wQ, \\ \frac{\overline{\partial \rho \delta}}{\partial t} + \frac{\overline{\partial \rho v \delta}}{\partial x} + \frac{\overline{\partial \rho v \delta}}{\partial y} = Q, \\ \frac{\overline{\partial \rho c \delta}}{\partial t} + \frac{\overline{\partial \rho v c \delta}}{\partial x} + \frac{\overline{\partial \rho v c \delta}}{\partial y} = \overline{F}_{Dc} + \overline{F}_{cH} + \overline{F}_{cz_0} + cQ, \\ \frac{\overline{\partial \rho h \delta}}{\partial t} + \frac{\overline{\partial \rho v h \delta}}{\partial x} + \frac{\overline{\partial \rho v h \delta}}{\partial y} = \overline{F}_{Dh} + \overline{F}_{hH} + \overline{F}_{hz_0} + hQ, \quad (20)$$

здесь

$$\bar{F}_{Du} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \bar{\rho} v \delta \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \bar{\rho} v \delta \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right)$$

(и аналогично определяется  $\bar{F}_{Dv}$ );

$$\bar{F}_{Dw} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \bar{\rho} v \frac{\partial \bar{w} \delta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \bar{\rho} v \frac{\partial \bar{w} \delta}{\partial y} \right)$$

(и аналогично определяются  $\bar{F}_{Dc}$ ,  $\bar{F}_{Dh}$ );

$$\bar{F}_{\varphi H} = -\xi_{\varphi} \rho_0 |U| \varphi, \text{ где } \varphi = (\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}, \bar{c}, \bar{h}),$$

$$\bar{F}_{\psi z_0} = -\zeta_{\psi} \bar{\rho} |U| \psi, \text{ где } \psi = (\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}, \bar{h}).$$

Заметим, что для жидкости, когда нас не интересует образование волн на поверхности, можно пренебречь влиянием силы сопротивления воздуха и считать  $\bar{F}_{uH} = \bar{F}_{vH} = \bar{F}_{wH} = \bar{F}_{cH} = 0$ . При отсутствии теплообмена с воздухом  $\bar{F}_{hH} = 0$ , и подстилающей поверхностью —  $\bar{F}_{hz_0} = 0$ .

Уравнение состояния газа для средних по  $z$ :

$$p = \rho RT \left[ \frac{\bar{c}}{\mu} + \frac{1 - \bar{c}}{\mu_0} \right], \quad \bar{c} = \bar{c} \cdot e^{-\delta z},$$

или

$$p = \frac{\rho RT}{\mu_0} \left[ 1 + \left( \frac{\mu_0}{\mu} - 1 \right) \bar{c} \right]. \quad (21)$$

Пусть  $T = T_0$  — теплообмена нет. Известно, что давление газа в облаке близко к давлению окружающего воздуха  $p \approx p_0$ . Тогда в силу того, что  $p_0 \frac{\mu_0}{RT} = \rho_0$ , получаем из (21)

$$\rho = \frac{\rho_0}{1 + \left( \frac{\mu_0}{\mu} - 1 \right) \bar{c}}. \quad (22)$$

С помощью построенной модели возможно решение широкого круга задач динамики жидкости и газа, экологии и промышленной безопасности, например, изучение природных катастроф, связанных с разливами жидкостей (нефти, нефтепродуктов и т.д.) и распространением облаков токсических и горючих газов.

Полученная двумерная система — общая. Численная модель была построена для более простого случая [2]. Предполагалось, что происходит мгновенное перемешивание вещества облака (отсутствует вертикальная скорость  $w$ ), скорости  $u$  и  $v$  на верхней границе облака равны нулю, отсутствует теплообмен, а также несколько искусственно введен член, который описывает разбавление облака окружающим воздухом  $J$  (этот член введен на основе работы [3]).



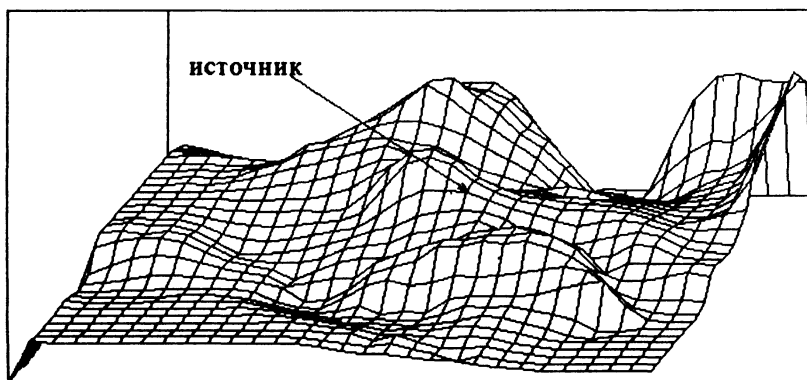


Рис.1. Рельеф поверхности в районе аварии.

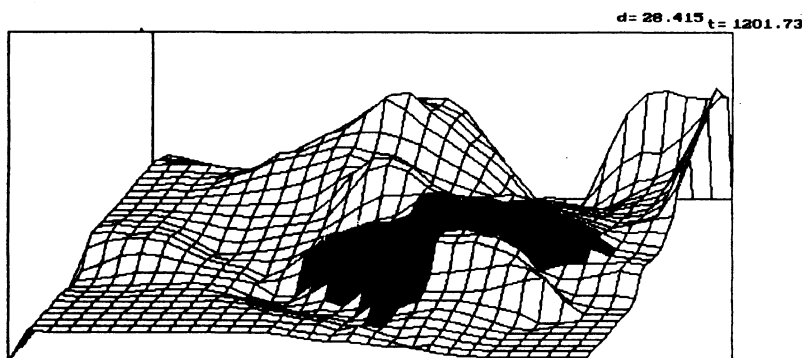


Рис.2. Положение облака газа на рельефе при  $t=20$  мин. Толщина облака  $d=28.4$  м

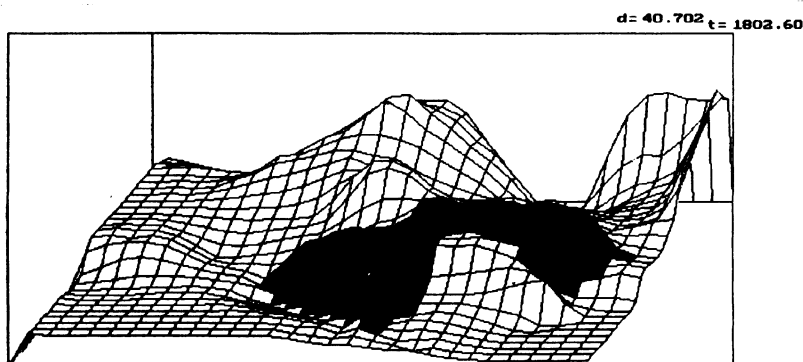


Рис.3. Положение облака газа на рельефе при  $t=30$  мин. Толщина облака  $d=40.7$  м

Численная модель была применена для расчета реальной аварии, которая произошла под Уфой. Рельеф местности в районе аварии изображен на рис.1. Просчитано 40 минут после разрыва трубопровода. Выведены линии уровня концентрации газа в моменты времени 20 мин, 30 мин, 40 мин (рис.5). Граница облака показана по концентрации  $c=0.08$  (концентрация, соответствующая стехиометрическому составу смеси). Результаты расчетов показывают совпадение с реальной конфигурацией зоны поражения. На рис.2-4 можно видеть ака на местности. Так же были выявлены участки наибольшего скопления массы газа

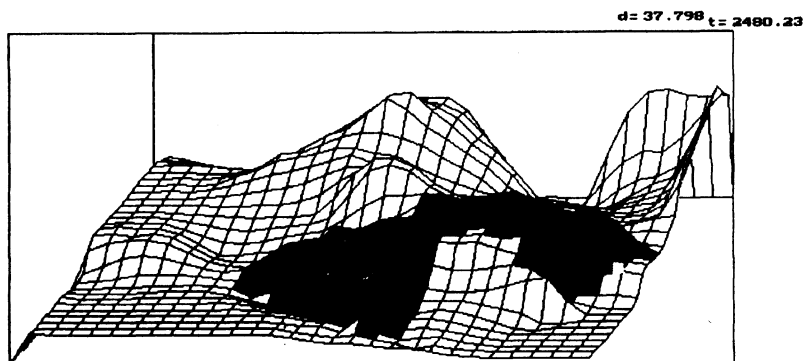


Рис.4. Положение облака газа на рельефе при  $t=41$  мин. Толщина облака  $d=37.8$  м

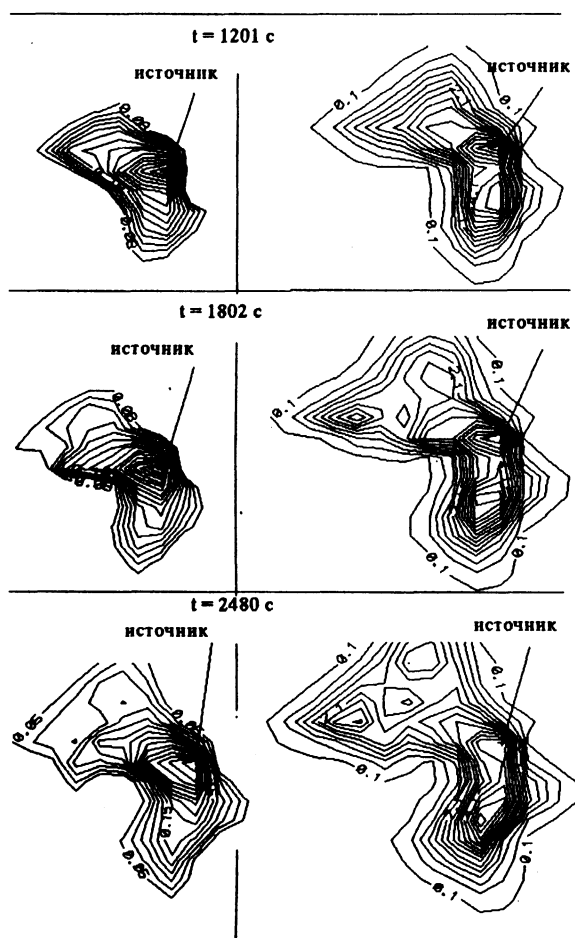


Рис.5. Линии уровня концентрации (слева) и массы газа (справа) при  $t=20, 30, 40$  мин.

(см. рис.5; линии уровня массы газа в моменты времени  $t=20, 30, 40$  мин). Таким образом, проведенные расчеты позволяют прогнозировать последствия подобных аварий и дать рекомендации по мерам безопасности для строящихся и уже существующих промышленных объектов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *O.V.Dobrocheev, A.A.Kuleshov, A.L.Lelakin. A two dimensional model of heavy gas cloud dispersion under industrial accidents. — М.: 1991, Preprint IAE-5339/1.*
2. *О.В.Доброчев, А.А.Кулешов, Н.П.Савенкова, С.В.Филиппова. Двумерная модель рассеяния тяжелых газов на орографически неоднородной поверхности земли. // Математическое моделирование, 1996, т.8, №5, с.91-105.*
3. *О.В.Доброчев. Рассеяние тяжелых газов в атмосфере. Физический механизм. Математические модели. Обзор ИАЭ. — М.: 1993.*
4. *Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Гидродинамика. — М.: Наука, 1967.*

Поступила в редакцию 06.01.98.