Math-Net.Ru
All Russian mathematical portal

I. S. Fishman, È. M. Nurmatov, Интенсивность в максимуме самообращенных линий,
TVT, 1973, Volume 11, Issue 5, 946–951

https://www.mathnet.ru/eng/tvt9928

Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that you have read and agreed to these terms of use
https://www.mathnet.ru/eng/agreement

Download details:
IP: 18.97.9.171
August 6, 2025, 15:33:35

ТЕПЛОФИЗИКА ВЫСОКИХ ТЕМПЕРАТУР

Том 11 *1973* *№ 5*

УДК 533.9.082.5

ИНТЕНСИВНОСТЬ В МАКСИМУМЕ САМООБРАЩЕННЫХ ЛИНИЙ

И. С. Фишман, Э. М. Нурматов

Приведен расчет интенсивности в максимуме самообращенных спектральных линий. Множитель M_∞ теории Бартельса для случая дугового разряда определялся с учетом реального распределения температуры и концентрации атомов вдоль луча зрения. Множитель Y_∞ определялся из расчетов, выполненных по модели Коуэна и Дике для случая симметричного самообращения. Получены простые соотношения, связывающие множители M_∞ и Y_∞ с параметром неоднородности n теории Коуэна и Дике. Расчеты использованы для определения температуры дуги на оси разряда по резонансным и нерезонансным линиям элементов. Сняты ограничения теории Бартельса в отношении резонансных линий.

Излучение самообращенных спектральных линий часто используется для определения максимальной температуры в центре осесимметричной конфигурации плазмы [1—4]. Достоинство этого метода определения температуры заключается в том, что абсолютная интенсивность линии в максимуме самообращения близка к интенсивности излучения абсолютно черного тела и мало зависит от индивидуальных свойств линии и концентрации элемента, а потому точное знание этих параметров для определения температуры необязательно. Однако конкретный расчет, который сводится к оценке «коэффициентов серости» плазмы (в теории Бартельса [1] — множителей M_∞ и Y_∞) встречается с рядом трудностей. Так, в случае дугового разряда на выбор линий накладывается ограничение, запрещающее использовать резонансные линии и линии, оканчивающиеся на уровнях с низким потенциалом возбуждения. Таким образом, наиболее часто встречающиеся, а иногда единственно возможные самообращенные линии не могут быть использованы в этом методе. Далее, при выводе основных соотношений используются не всегда обоснованные зависимости и аппроксимации, а на практике иногда не выполняются принятые допущения. Все это приводит к ошибкам в величине M_∞ до 100% и к значительным ошибкам при определении температуры.

В данной работе сделана попытка оценить интенсивность в максимуме самообращения, исходя из другой модельной теории Коуэна и Дике [5], и связать эту интенсивность с максимальной температурой на оси разряда. Сравнение результатов по двум модельным теориям позволило шире интерпретировать величины M_∞ и Y_∞ теории Бартельса и уточнить их физический смысл. При конкретных расчетах решено отказаться от некоторых аппроксимаций теории и применить зависимости, которые лучше соответствуют реальным условиям. В результате удалось снять ограничения теории Бартельса в отношении резонансных линий и линий с низким потенциалом нижнего уровня и дать более точный расчет множителей M_∞ и Y_∞.

Воспользуемся следующим выражением для интенсивности самообращенной спектральной линии [5, 6]:

$$I(\nu) = I_0(n/2)P(0)J_1(k), \tag{1}$$

где

$$J_1(k)=H\int_0^1 y^{n-1}e^{-pHy}[1+e^{2pH(y-1)}]dy. \qquad (2)$$

Здесь n — параметр неоднородности по модели Коуэна и Дике; $k=(\nu-\nu_0)/\delta=u/\delta$ — частота, отсчитанная от центра линии в относительных единицах; δ — полуширина контура; p — параметр поглощения, определяемый соотношением

$$p=(h\nu B/c)N_aP(0).$$

Здесь $P(0)$ — значение контура тонкого слоя в центре линии (при $u=0$); H — значения контура Фойгта по данным Познера [7]; $2N_a$ — общее число атомов вдоль луча зрения на нижнем уровне исследуемой линии в расчете на единицу сечения светящегося столба.

Учитывая, что

$$I_0=(1/4\pi)N_eAh\nu, \qquad (3)$$

где N_e — общее число атомов на верхнем уровне исследуемой линии вдоль луча зрения, и принимая во внимание известную связь между эйнштейновскими коэффициентами A и B, получим

$$I(\nu)=\frac{2h\nu^3}{c^2}e^{-(h\nu/kT_0)}(npJ_1(k))\frac{1}{2}\frac{g_a}{g_e}e^{h\nu/kT_0}\frac{N_e}{N_a}. \qquad (4)$$

В (4) частотная зависимость $I(\nu)$ в пределах данной линии практически дается только интегралом $J_1(k)$, который зависит от параметров n и p. Расчет интеграла (2) для случая симметричного самообращения выполнен авторами в работе [6]. Из данных расчетов следует, что при $n>1$ и $p>1$ наблюдается самообращение, причем максимум стремится при возрастании p к некоторому пределу $I_п$. В соответствии с (4) этот предел может быть представлен произведением трех множителей

$$I_п=j(T_0)Y_\infty M_\infty, \qquad (5)$$

где

$$j(T_0)=\frac{2h\nu^3}{c^2}e^{-(h\nu/kT_0)}, \qquad (6)$$

$$Y_\infty=(npJ_1(k))_п, \qquad (7)$$

$$M_\infty=\frac{1}{2}\frac{g_a}{g_e}e^{h\nu/kT_0}\frac{N_e}{N_a}, \qquad (8)$$

$j(T_0)$, Y_∞ и M_∞ имеют тот же смысл, что аналогичные величины в теории Бартельса; $j(T_0)$ — интенсивность излучения абсолютно черного тела при температуре T_0 на оси разряда. Выражение (7) легко проверить на основе численных расчетов. В самом деле, произведение $npJ_1(k)$ с ростом p стремится к пределу, зависящему от n (рис. 1). С другой стороны, согласно теории Бартельса, множитель Y_∞ при больших оптических плотностях описывается формулой

$$Y_\infty=0{,}736+0{,}264q^2, \qquad (9)$$

где q — параметр, связанный с n соотношением [8]

$$q=6/(n+1)(n+2).$$

Легко проверить, что Y_∞ точно укладывается на кривую рис. 1, что указывает на справедливость (7). Формула (8) получается из сравнения (4) с (6) и (7). Однако ее можно получить непосредственно из определения M_∞ теории Бартельса для случая постоянства контура тонкого слоя вдоль луча.

Рассмотрим методы определения Y_∞ и M_∞. Ограничимся случаем симметричного самообращения, которое реализуется в дуговом разряде.

Учитывая, что

$$N_e=\int_{-\infty}^{+\infty} n_e\,dr, \qquad N_a=\int_0^{\infty} n_a\,dr$$

имеем для ЛТР-плазмы следующее выражение:

$$M_\infty=\int_0^{\infty}\frac{n_0}{Q(T)}\exp\left[\frac{E_e}{k}\left(\frac{1}{T_0}-\frac{1}{T}\right)\right]dr\left[\int_0^{\infty}\frac{n_0}{Q(T)}\exp\left[\frac{E_a}{k}\left(\frac{1}{T_0}-\frac{1}{T}\right)\right]dr\right]^{-1} \tag{10}$$

где n_0 — общее количество атомов исследуемого элемента в единице объема на всех уровнях; $Q(T)$ — статистическая сумма по состояниям; n_0 и T — функции расстояния от оси разряда.

Бартельс при расчете M_∞ использовал для T параболическую зависимость, а для n_0 — зависимость $n_0=p_1/kT$, где $p_1=\text{const}$. Предполагая, что

$$E_a/kT\gg 1, \tag{11}$$

автор получил следующую простую формулу:

$$M_\infty=\sqrt{E_a/E_e}. \tag{12}$$

При достаточно малых энергиях нижнего уровня условие (11) не выполняется и $M_\infty=0$ при $E_a=0$, что лишено физического смысла.

Для уточнения расчетов M_∞ были выбраны другие аппроксимации для n_0 и T, которые получены в работах [9, 10] на основе теоретического и эк-

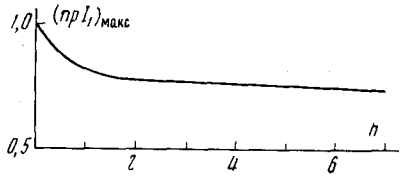

Рис. 1. Зависимость величины $(npI_1(k))_{макс}=Y_\infty$ от параметра неоднородности n

спериментального анализов радиального распределения указанных величин. Для дуги между угольными электродами с набивкой авторы использовали следующие соотношения:

$$T=T_0\left(1-\frac{1}{2}\frac{r^2}{R^2}\right), \tag{13}$$

$$n_0=n_0'\exp\left[-\alpha\frac{v}{D}r^2\right], \tag{14}$$

где R — расстояние от оси источника до точки вдоль радиуса, в которой температура уменьшается до половины максимального значения, т. е. до $T_0/2$; α — постоянная; v — скорость атомов в столбе дуги; D — коэффициент диффузии; T_0, n_0' — температура и концентрация атомов на оси разряда.

Статистическую сумму в рассматриваемом интервале температур можно согласно [11] представить в виде

$$Q(T)=Q'e^{-E'/kT}, \tag{15}$$

где E' — некоторая величина, имеющая значение от нуля до 0,6—0,8 *эв* [11], Q' — константа.

Используя (10), (13) — (15), получим

$$M_\infty=e^{h\nu/kT_0}\frac{f(\bar{E}_e,T_0)}{f(\bar{E}_a,T_0)} \tag{16}$$

где

$$f(\bar{E}_{e,a}, T_0) = \int_0^{T_0} \frac{\exp\left[-\frac{\bar{E}_{e,a}}{kT} - B\left(1-\frac{T}{T_0}\right)\right]}{\sqrt{T_0-T}}\,dt; \qquad B=\frac{2\alpha v R^2}{D};$$

$\bar{E}_{e,a}=E_{e,a}-E'$ — «кажущаяся» энергия возбуждения.

Для дуги постоянного тока между угольными электродами с набивкой имеем следующие значения параметров [9]: $\alpha=0{,}85$ *см*$^{-1}$; $v=150\div600$ *см/сек*; $D=8\div20$ *см*^{2}*/сек*; $R=0{,}5\div0{,}6$ *см*. Отсюда следует, что в указанных условиях $B=5\div45$.

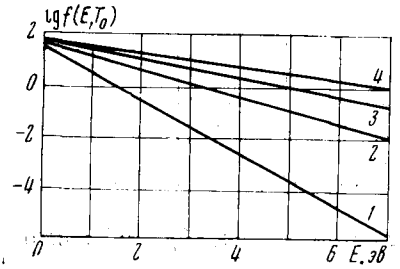

Рис. 2. Зависимость $\lg f(E, T_0)$ от E при разных температурах на оси:

1—T_0=5000° К; 2—10 000; 3 — 15 000; 4 — 20 000; B=10

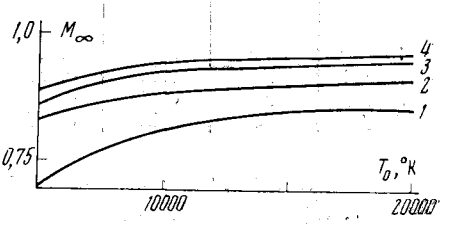

Рис. 3. Зависимость параметра M_∞ от T_0 для разных значений B:

1—B=10; 2—20; 3—30; 4—40; E_a=0, E_e=4 *эв*

В данной работе расчет $f(E, T_0)$ выполнен в широких пределах изменения параметров: $T_0=2000\div20\,000°$ К; $B=5\div40$; $E=0\div7$ *эв*.

На рис. 2 даны кривые зависимости $\lg f(E, T_0)$ от E для различных температур T_0 при $B=10$. На рис. 3 представлены кривые зависимости M_∞ от T_0 при различных значениях параметра B. Из рис. 3 видно, что значения M_∞ несколько зависят от этого параметра, однако изменение M_∞ мало сказывается на результатах определения осевой температуры T_0.

Так, при изменении B в пределах от 10 до 40 температура меняется только на 3%. Поэтому на практике для определения температуры можно пользоваться кривыми, вычисленными для одного значения B (на рис. 2 приведен расчет для $B=10$). Независимость осевой температуры T_0 от параметра B можно объяснить тем, что параметры R и D, входящие в выражение для B, в основном определяют периферическую область разряда и мало влияют на центральную зону, а следовательно, и на T_0. Величина M_∞ определяется, главным образом, потенциалом верхнего и нижнего уровней исследуемой линии. В теории Бартельса это видно из формулы (12). Расчет по (16) также показывает, что M_∞ в основном определяется значением E_e и E_a, хотя и имеется некоторая зависимость от T_0. Так, для двух уровней $E_a=0$ и $E_e=4$ *эв* при $T_0=5000$, 10 000, 15 000, 20 000° К значения $M_\infty=0{,}70$, 0,81, 0,85, 0,86 соответственно. Поэтому для определения M_∞ можно ограничиться приближенной оценкой T_0. В случае дугового разряда — значением $T_0=5000$ *град*.

Однако абсолютные значения M_∞, вычисленные по формуле (16) и по приближенной формуле Бартельса (12), значительно отличаются друг от друга. Так, если выбрать линии железа, используемые авторами [4] для определения температуры дуги постоянного тока между железными электродами, то оказывается, что эти величины отличаются почти в два раза (табл. 1).

Причина расхождения в значениях M_∞ лежит, с одной стороны, в различии аппроксимаций для n_0 и T, принятых Бартельсом и авторами, а с другой — в неудачном подборе авторами [4] линий железа с низким по-

тенциалом нижнего уровня (0,9—1,5 *эв*). Для этих линий условие Бартельса (11) не выполняется и формула (12) неприменима.

Отметим, что расчет M_∞ по формуле (16) не накладывает никаких ограничений на выбор линий. Расчет возможен как для линий с низким потенциалом нижнего уровня, включая нормальный уровень, так и для линий с высоким потенциалом. Ограничение Бартельса этим снимается.

Таблица 1

Значения M_∞ и Y_∞, вычисленные по формулам (16) и (19), и по формулам Бартельса (12) и (17). Элемент Fe ($E' = 0{,}35$ *эв* [11])

λ, *нм*	E_e	E_a	M_∞ (16)	M_∞ (12)	Y_∞ (19)	Y_∞ (17)
374,95	4,22	0,91	0,758	0,465	0,91	0,768
381,52	4,73	1,48	0,776	0,561	0,92	0,796
382,01	4,11	0,86	0,76	0,458	0,91	0,767
404,58	4,55	1,48	0,787	0,572	0,92	0,801

Рассмотрим теперь методы оценки величины Y_∞, требуемой для определения T_0. При $n>2$ $Y_\infty=0{,}736$. При $n<2$ для оценки Y_∞ требуется знание параметра неоднородности (рис. 1).

В теории Бартельса параметр неоднородности q определяется по приближенной формуле, получаемой при тех же допущениях, что и для M_∞

$$q=(6/\pi)\,\mathrm{arctg}\,(E_a/E_e)\,(\sqrt{1+2E_a/E_e})^{-1}. \qquad (17)$$

Можно получить другое соотношение, связывающее параметр неоднородности Коуэна и Дике n, с параметром M_∞ теории Бартельса.

С учетом (8) имеем

$$E=\frac{\bar{n}_e}{\bar{n}_a}=\frac{n_e}{n_a}\frac{N_a}{N_e}=\frac{g_e}{g_a}e^{-(h\nu/kT)}\frac{N_a}{N_e}=\frac{\exp[h\nu/k(1/T_0-1/T)]}{2M_\infty}. \qquad (18)$$

По теории Коуэна и Дике $E=(n/2)y^{n-1}$. Сравнивая обе формулы для центральной части разряда ($T=T_0$; $y=1$), получим

$$nM_\infty=1. \qquad (19)$$

Таким образом, параметр n для дугового разряда может быть определен как величина, обратная M_∞. Поскольку, как это следует из табл. 1, значения $M_\infty\sim0{,}75$, то значения n получаются для дуги $\sim1{,}3$, что совпадает с данными ряда авторов [12—14].

В табл. 1 сопоставлены данные по величине Y_∞, полученные из графика рис. 1 при значениях n из (19), с данными, рассчитанными по формуле Бартельса (9) и (17). Из таблицы видно, что формула Бартельса дает заниженные значения Y_∞ по сравнению с нашими расчетами на 10—15%. Произведение $M_\infty\cdot Y_\infty$, фигурирующее в формулах для определения температуры, оказывается по Бартельсу заниженным в два раза. Как показывает расчет, температура дуги при этом повышается на 300—500 *град*. Эта систематическая ошибка может быть устранена корректным расчетом параметров M_∞ и Y_∞.

Нами измерена температура дуги постоянного тока между угольными электродами с набивкой и буфером и между металлическими электродами из железа, меди и ряда других металлов. Для измерения использовались, главным образом, резонансные самообращенные линии, а также линии с возбужденным нижним уровнем. В качестве эталонного источника использовалось свечение анода угольной дуги, температура которого принималась равной 3800° К [15]. Спектры возбуждались между угольными и

металлическими электродами. Угольные электроды диаметром 6 *мм* имели отверстие в аноде диаметром 3,8 *мм* и глубиной 5 *мм*. Набивка состояла из угольного порошка, смешанного с солями металлов в соотношении 3:1; NaCl добавлялась в количестве 20%. Как для угольных электродов, так и для металлических сила тока равнялась 5 *а*, расстояние между электродами 4 *мм*.

Таблица 2

Результаты измерения температуры дуги постоянного тока между металлическими электродами и между угольными электродами с набивкой и буфером

Электроды	λ, *нм*	E_e, *эв*	E_a, *эв*	E', *эв*	M_∞	Y_∞	T_0, °K
Железные	Fe 374,95	4,22	0,91	0,35	0,758	0,91	4880
	Fe 404,58	4,55	1,48	»	0,787	0,92	4900
	Fe 361,87	4,42	0,99	»	0,754	0,91	5020
	Fe 363,14	4,37	0,96	»	0,754	0,91	5060
	Fe 364,78	4,31	0,91	»	0,753	0,91	5010
	Fe 373,7	3,36	0,05	»	0,718	0,895	5350
	Fe 371,99	3,33	0	»	0,713	0,893	5310
Алюминиевые	Al 308,21	4,02	0	—	0,699	0,89	4350
	Al 309,27	4,02	0	—	0,699	0,89	4500
Медные	Cu 324,75	3,82	0	0,30	0,694	0,87	5010
	Cu 327,39	3,78	0	0,30	0,695	0,87	5020
Угольные с набивкой	Cu 324,75	3,82	0	0,30	0,694	0,87	4700
	Cu 327,39	3,78	0	0,30	0,694	0,87	4620
	Sn 317,5	4,77	0,42	0,30	0,686	0,85	4990
	Sn 303,4	4,28	0,21	»	0,695	0,87	4840
	Sn 300,9	4,31	0,21	»	0,693	0,87	4780
	Pb 363,79	4,37	0,97	0,55	0,749	0,91	4660
	Pb 368,3	4,33	0,97	0,55	0,75	0,91	4470

В табл. 2 приведены результаты измерений, откуда видно, что температура натриевой дуги, измеренная по интенсивности самообращенных линий, равна 4700° K и близка к данным работ [16, 17].

Среднеквадратичная ошибка указанных измерений оценена величиной ±200° K. В случае металлических электродов температура несколько зависит от ионизационного потенциала основного элемента электродов. Так, для Fe и Cu эта температура на 500—600° выше, чем для Al.

Казанский государственный университет

Поступила в редакцию 23 VI 1972

ЛИТЕРАТУРА

1. H. Z. Bartels. Physik., **127**, 243, 1950; **128**, 546, 1950.
2. В. Гоинг. Оптическая пирометрия плазмы. Изд. иностр. лит., 1960.
3. М. В. Волк-Леванович. Инж.-физ. ж., **8**, 87, 1962.
4. Г. П. Старцев, М. С. Фриш. Изв. АН СССР, Серия физическая, **26**, 927, 1962.
5. Коуэн, Дике. Оптическая пирометрия плазмы. Изд. иностр. лит., 1960.
6. Г. Г. Ильин, И. С. Фишман. Оптика и спектроскопия, **20**, 387, 1966.
7. D. W. Posener. Australian J. Phys., **12**, 184, 1959.
8. Н. Г. Преображенский. Оптика и спектроскопия, **7**, 273, 1959.
9. Е. В. Смирнова. Автореф. канд. дис., Университет, Иркутск, 1971.
10. И. А. Кринберг, Е. В. Смирнова. Изв. СО АН СССР, Серия техническая, вып. 3, № 13, 1968.
11. P. W. M. Boumans. The Theory of Spectrochemical exitation, London, 1966.
12. И. В. Дворникова, И. М. Нагибина. Оптика и спектроскопия, **4**, 421, 1958.
13. И. В. Дворникова, Г. П. Старцев, М. Н. Голованова. Материалы X Всес. совещания по спектроскопии, Львов, 4а, 61, 1965.
14. И. С. Фишман, И. Ш. Шайманов, Г. Г. Ильин. Оптика и спектроскопия, **15**, 595, 1963.
15. V. M. R. Null, W. W. Lozier. JOSA, **52**, 1156, 1962.
16. В. С. Энгельшт. Сб. трудов каф. экспер. физики, Фрунзе, 1961.
17. В. Н. Колесников, Л. Г. Похилько. Оптика и спектроскопия, **2**, 689, 1957.