С. В. Кисляков, G. Pisier. Factorization of linear operators and geometry of Banach spaces (Conf. Board in the Math. Siences. Reg. Conf. Ser. in Math. N 60). Providence: Amer. Math. Soc., 1986. 164 p., *Алгебра и анализ*, 1989, том 1, выпуск 5, 233–239

РЕЦЕНЗИИ

G. Pisier. Factorization of linear operators and geometry of Banach spaces (Conf. Board in the Math. Siences. Reg. Conf. Ser. in Math. N 60).
Providence: Amer. Math. Soc., 1986. 164 p.

Одним из главных источников современной теории банаховых пространств признается сейчас работа Гротендика Résumé de la théorie métrique des produits tensoriels topologiques [1] (мы в дальнейшем будем называть ее «Résumé»). Время, когда она заняла такое место, наступило, однако, более чем через 10 лет после ее появления – в конце 60-х годов, когда, с одной стороны, оформилась и возобладала «операторная» точка зрения на тензорные произведения, а с другой – был осмыслен основной конкретный результат из Résumé, называемый сейчас теоремой (или неравенством) Гротендика. Он гласит, в современных терминах, что всякий (линейный и непрерывный) оператор из L^1 в L^2 является 1-абсолютно суммирующим (Линденштраус и Пелчинский, 1968 г.).

Напомним, что оператор $T: X \to Y$ называется p-абсолютно суммирующим ($1 \leqslant p < \infty$), если найдется такая постоянная C, что для всякого конечного набора $\{x_i\}$ векторов из X справедливо неравенство

$$\sum_i \|Tx_i\|^p \leqslant C^p \sup\Big\{\sum_i |F(x_i)|^p : F \in X^*,\ \|F\| \leqslant 1\Big\}.$$

Можно дать эквивалентное «качественное» определение, объясняющее название: T переводит всякую слабо p-суммируемую бесконечную последовательность $\{x_i\}$ (т. е. такую, что $\{F(x_i)\} \in l^p$ для любого непрерывного функционала F на X) в абсолютно p-суммируемую последовательность (т. е. такую, что ряд из p-х степеней норм ее элементов сходится) Нелишне, видимо, отметить, что тождественный оператор бесконечномерного банахова пространства никогда не бывает p-абсолютно суммирующим ни для какого p. Приведенная выше формулировка теоремы Гротендика, собственно, уже отражает «операторную» точку зрения. Всякий тензор из $X \otimes Y$ можно рассматривать как оператор, действующий из X^* в Y. Поэтому вместо того, чтобы изучать соотношения между разными нормами на тензорных произведениях (как это делал Гротендик), можно заниматься классами операторов, снабженными нормами, отличными, вообще говоря, от стандартной операторной нормы. Наиболее полезными среди таких классов являются операторные идеалы. Класс $\mathfrak{A}$ с нормирующей функцией α есть операторный идеал, если для всяких операторов T, V, W, действующих, как указано на диаграмме,

$$E \xrightarrow{W} X \xrightarrow{T} Y \xrightarrow{V} F,$$

справедлива импликация $(T \in \mathfrak{A} \Rightarrow VTW \in \mathfrak{A}$ и $\alpha(VTW) \leqslant \|V\| \alpha(T) \|W\|)$.

Идеалы Π_p p-абсолютно суммирующих операторов играют очень важную роль в современной теории банаховых пространств. Наряду с ними упомянем еще идеалы Γ_p операторов, факторизующихся через некоторое пространство $L^p(\mu)$. За подробностями и другими примерами можно обратиться к монографии [2].

Следует сказать, однако, что «операторная» и «тензорная» точки зрения все же не вполне эквивалентны. Рассмотрим подробнее главную из возникающих здесь трудностей. Среди различных норм на $X \otimes Y$, может быть, наиболее популярна проективная тензорная норма $\|\cdot\|_\wedge$, определяемая равенством

$$\|u\|_\wedge = \inf \Big\{ \sum_{1 \leqslant i \leqslant N} \|x_i\| \, \|y_i\| : u = \sum_{1 \leqslant i \leqslant N} x_i \otimes y_i ; \; N = 1, 2, \ldots \Big\}.$$

Пополнение пространства $X \otimes Y$ по этой норме называется проективным тензорным произведением пространств X и Y и обозначается через $X \hat{\otimes} Y$. Хорошо известно (и в действительности почти очевидно), что $(X \hat{\otimes} Y)^*$ естественно отождествляется с пространством ограниченных билинейных форм на $X \otimes Y$ (которое в свою очередь можно отождествить с пространствами ограниченных операторов $\mathcal{L}(X, Y^*)$ и $\mathcal{L}(Y, X^*)$).

Всякий тензор u из $X \otimes Y$, $u = \sum_{1 \leqslant i \leqslant N} x_i \otimes y_i$, можно рассматривать как конечномерный оператор из X^* в Y, действующий по правилу $x^* \mapsto \sum_{1 \leqslant i \leqslant N} x^*(x_i) y_i$, $x^* \in X^*$. Для наших целей удобно, однако, различать эти объекты, и мы будем обозначать соответствующий оператор через $\tilde{u}$. Инъективная тензорная норма тензора u (обозначаемая $\|u\|_\vee$) есть, по определению, обычная норма оператора $\tilde{u}$: $\|u\|_\vee = \sup \{ \|\tilde{u}(x^*)\| : \|x^*\| \leqslant 1 \}$. Пополнение пространства $X \otimes Y$ по норме $\|\cdot\|_\vee$ называется инъективным тензорным произведением пространств X и Y и обозначается через $X \check{\otimes} Y$. Легко понять, что оно отождествляется с пространством тех операторов из X^* в Y, которые аппроксимируются конечномерными операторами по обычной операторной норме.

Попытка отождествить также и проективное тензорное произведение $X \hat{\otimes} Y$ с каким-либо пространством операторов приводит к следующему. Очевидно, что на $X \otimes Y$ имеет место неравенство $\|\cdot\|_\wedge \geqslant \|\cdot\|_\vee$, так что мы можем продолжить по непрерывности естественное вложение $J : (X \otimes Y, \|\cdot\|_\wedge) \to \mathcal{L}(X^*, Y)$ на пополнение $X \hat{\otimes} Y$. После этого, однако, J может обрести нетривиальное ядро. Иными словами, в $X \hat{\otimes} Y$ может, вообще говоря, найтись (необходимо бесконечномерный) ненулевой тензор, порождающий нулевой оператор. Операторы, лежащие в $J(X \hat{\otimes} Y)$, впрочем, легко описать — это операторы T вида $Tx^* = \sum_{i \geq 1} x^*(x_i) y_i$, $x^* \in X^*$, где $x_i \in X$, $y_i \in Y$ и $\sum_{i \geq 1} \|x_i\| \|y_i\| < \infty$.

Вообще, если E и F — произвольные банаховы пространства, то оператор $T: E \to F$ называется ядерным, если он допускает (бесконечномерное, вообще говоря) представление $Te = \sum_{i \geq 1} e_i^*(e) f_i$, $e \in E$, где $e_i^* \in E^*$, $f_i \in F$ и $\sum_{i \geq 1} \| e_i^* \| \| f_i \| < \infty$. Ядерная норма $N(T)$ определяется как нижняя грань чисел $\sum_{i \geq 1} \| e_i^* \| \| f_i \|$ по всем таким представлениям оператора T, а пространство всех ядерных операторов из E в F обозначается через $N(E, F)$. Пространство $J(E^* \hat{\otimes} F)$ отождествляется с $N(E, F)$ изометрически в том смысле, что оно естественно изометрично фактору пространства $E^* \hat{\otimes} F$ по ядру отображения J. Вопрос о том, действительно ли бывает так, что ядро этого отображения нетривиально, встречался в гротендиковском Résumé. Он эквивалентен такому вопросу: всякое ли банахово пространство удовлетворяет условию аппроксимации (тождественный оператор на любом компактном множестве может быть приближен конечномерными)?

Первый пример банахова пространства, не удовлетворяющего условию аппроксимации, был построен в начале 70-х годов Энфло. За ним последовала целая серия результатов. Подпространства без условия аппроксимации были найдены в очень широком классе банаховых пространств, в частности в L_p при $p \neq 2$. Была сконструирована равномерно выпуклая банахова решетка без условия аппроксимации и установлено, что этому условию не удовлетворяет и пространство всех операторов в гильбертовом пространстве (Шанковский). Кроме того, были изучены соотношения между различными вариантами условия аппроксимации (Фигель, Джонсон, Рейнов, Шарек и др.). См., например, [3, 4, 5].

Имеется, однако, еще один контрпример к условию аппроксимации, построенный автором рецензируемой книги в 1981 г. и стоящий совершенно особняком от описанной выше серии (обычно его называют «контрпримером Пизье»). Вероятно, можно без особого преувеличения утверждать, что этот пример очень сильно изменил расхожее представление о «банаховом пространстве общего вида» — столь удивительна комбинация патологий, которыми он обладает. Пространство X, построенное Пизье, бесконечномерно и удовлетворяет, среди прочего, условию $X \hat{\otimes} X = X \check{\otimes} X$. Гротендик в Résumé высказал предположение о том, что равенство $X \hat{\otimes} Y = X \check{\otimes} Y$ возможно лишь в случае, если одно из банаховых пространств X и Y конечномерно. Именно эта гипотеза и послужила мотивом для построения указанного контрпримера.

Во Введении к рецензируемой книге сказано, что ее цель — «описать то, что было сделано после 1968 г. в направлении, открытом гротендиковским Résumé» (отметим, кстати, что очень многое было сделано самим автором книги). С моей точки зрения, однако, содержание книги несколько шире (я постараюсь это объяснить в дальнейшем). Впрочем, в отношении основной линии изложения это утверждение справедливо в полной мере. Основная линия направлена на две главные цели: (1) привести по возможности все известные варианты и обобщения теоремы Гротендика и (2) изложить конструкцию контрпримера Пизье.

Прежде чем описывать план изложения более подробно, необходимо сделать одно замечание. Автор хотел сделать книгу доступной и (главное!) интересной неспециалисту. Эти условия, на первый взгляд, кажутся трудно совместимыми: стремясь к доступности, нужно объяснять много первичных понятий и доказывать много скучных теорем о соотношениях между ними; чтобы сделать книгу интересной, нужно, наоборот, дать читателю возможность быстро перейти к изучению глубоких современных результатов, что, казалось бы, предполагает у него предварительную осведомленность о предмете. Рецензируемая книга тем не менее и доступна, и интересна. Автор с большим мастерством отобрал первичную информацию, которую объясняет подробно, более или менее придерживаясь следующего принципа: вводить лишь те понятия и доказывать лишь те факты, которые необходимы для целей, объявленных в конце предыдущего абзаца. Оказалось, что таких понятий и фактов набирается не слишком много и что, опираясь на них, можно даже довольно значительно выйти за рамки, определенные этими целями. Отметим еще, что от момента введения нового понятия до первого его серьезного применения при принятом в книге способе изложения обычно проходит мало времени, — так что технические детали не успевают наскучить.

Автор начинает с обсуждения проективного и инъективного тензорных произведений, пространства ядерных операторов и условия аппроксимации (гл. 0). Затем (в гл. 1) приводятся основные факты из теории p-абсолютно суммирующих операторов, включая теорему Пича о факторизации. Далее рассматривается идеал Γ_2 операторов, факторизуемых через L^2, и описывается разными способами двойственный идеал (гл. 2).

Подробное изучение идеала Γ_2 мотивировано его связью с теоремой Гротендика. В подтверждение такой связи сообщим лишь, что одно из следствий теоремы Гротендика (вбирающее, кстати, при определенном взгляде на вещи большую часть ее содержания) звучит так: всякий оператор из L^∞ в L^1 факторизуется через L^2. Первая в книге общая теорема о факторизации через L^2 — теорема Квапеня — обсуждается в гл. 3, которая начинается с определения пространств (и операторов) типа p и котипа q.

На тип и котип можно смотреть как на характеристики, отражающие в некотором смысле меру близости пространства к гильбертову. Если H — гильбертово пространство, а $\{r_i\}$ — функции Радемахера, то легко сосчитать, что $(\int_0^1 \| \Sigma h_i r_i(t) \|^2 dt)^{1/2} = (\Sigma \| h_i \|^2)^{1/2}$ для любых векторов h_i из H. На самом деле это равенство характеризует гильбертово пространство среди банаховых, ибо содержит в себе тождество параллелограмма. Ситуация перестает, однако, быть столь ясной, если от точных равенств перейти к оценкам. Банахово пространство X называется пространством типа p $(1 \leqslant p \leqslant 2)$, если $(\int_0^1 \| \Sigma r_i(t) x_i \|^2 dt)^{1/2} \leqslant C(\Sigma \| x_i \|^p)^{1/p}$, и котипа q, $(2 \leqslant q < \infty)$, если $(\Sigma \| x_i \|^q)^{1/q} \leqslant C(\int_0^1 \| \Sigma x_i r_i(t) \|^2 dt)^{1/2}$, для любых векторов x_i из X. Отметим для ориентировки, что L^p при $1 \leqslant p < 2$ есть пространство типа p и котипа 2, а при $2 \leqslant p < \infty$ — типа 2 и котипа p, что всякое банахово пространство есть пространство типа 1 и что L^∞ не имеет ни типа p, ни котипа q при $1 < p \leqslant 2$ и $2 \leqslant q < \infty$.

Теорема Квапеня, упомянутая выше, гласит, что если X — банахово пространство одновременно типа и котипа 2, то оно изоморфно (т. е. линейно гомеоморфно) гильбертову пространству. Более того, если X — пространство типа 2, а Y — котипа 2, то всякий оператор $u: X \to Y$ лежит в Γ_2. В 4-й главе обсуждается одно усиление теоремы Квапеня, найденное Пизье. Легко видеть, что если (пред)сопряженное пространство некоторого пространства X имеет тип 2, то само X – котипа 2. В этом утверждении нельзя, однако, поменять тип и котип местами (пример: L^1 – пространство котипа 2, а L^∞ не имеет никакого нетривиального типа). Поэтому возникает вопрос: пусть X^* и Y – пространства котипа 2, а $u : X \to Y$ – линейный непрерывный оператор; обязан ли он лежать в Γ_2? Ответ – да, но при дополнительном условии, что оператор u аппроксимируем (на любом компакте конечномерными операторами). В частности, если пространство X удовлетворяет условию аппроксимации и при этом как X, так и X^* – пространства котипа 2, то X изоморфно гильбертову пространству. Условие аппроксимации здесь существенно – это показывает контрпример Пизье (подробнее см. ниже).

В гл. 5 приводятся различные доказательства теоремы Гротендика, а также некоторые ее переформулировки (среди них упомянем такую: если F – билинейная форма на произведении $C(K_1) \times C(K_2)$, то найдутся такие вероятностные меры μ_1 и μ_2 (соответственно на K_1 и K_2), что $|F(x_1, x_2)| \leqslant \leqslant \mathrm{const}\,(\int |x_1|^2 d\mu_1)^{1/2} (\int |x_2|^2 d\mu_2)^{1/2}, x_i \in C(K_i)$.

После гл. 5 основная линия изложения расщепляется. Проследим сначала за ее ветвью, направленной к контрпримеру Пизье. Говорят, что банахово пространство X удовлетворяет теореме Гротендика (не вполне корректный, но привившийся термин), или является $G.T.$-пространством, если всякий оператор, действующий из X в L^2, является 1-абсолютно суммирующим. В начале гл. 6 приводится красивая характеризация $G.T.$-пространств котипа 2: для того чтобы пространство X^* было таким, необходимо и достаточно, чтобы любой компактный оператор, действующий из подпространства пространства L^1, натянутого на функции Радемахера, в X, продолжался на все L^1. В гл. 7 описывается так называемое разложение Кашина пространства $L^2(\mu_{2n})$, где μ_k – мера на множестве $\{1, ..., k\}$ такая, что $\mu(\{1\}) = \mu(\{2\}) = ... = \mu(\{k\}) = k^{-1}$. Речь идет о существовании такого ортогонального разложения $L^2(\mu_{2n}) = X_1^{(n)} \oplus X_2^{(n)}$, что $\dim X_1^{(n)} = \dim X_2^{(n)} = n$, и на каждом из пространств $X_1^{(n)}$ и $X_2^{(n)}$ нормы, индуцированные из $L^1(\mu_{2n})$ и $L^2(\mu_{2n})$, эквивалентны. Имеется вариант разложения Кашина пространства $L^2(\mu_{3n})$ в ортогональную сумму трех n-мерных подпространств $X_1^{(n)}$, $X_2^{(n)}$ и $X_3^{(n)}$: L^1- и L^2-нормы будут здесь эквивалентны на $X_1^{(n)} \oplus X_2^{(n)}$, $X_2^{(n)} \oplus X_3^{(n)}$ и $X_1^{(n)} \oplus X_3^{(n)}$. При этом оказывается, что пара вложений пространства $X_3^{(n)}$ $(\sim l^2_{(n)})$ в $L^1(\mu_{3n})/X_1^{(n)}$ и в $L^1(\mu_{3n})/X_2^{(n)}$ обладает рядом интересных и слегка непривычных свойств.

Эти пары вложений служат одними из главных «кирпичиков» для построения контрпримера Пизье в гл. 10. Пизье построил пространство X (которое можно считать сепарабельным) такое, что (i) X и X^* – $G.T.$-пространство котипа 2, (ii) $X \check{\otimes} X = X \hat{\otimes} X$ и (iii) всякий оператор, действующий из X в себя и приближающийся по норме конечномерными, – ядерный. Отметим, что тем самым доказана и необходимость условия аппроксимации в факторизационной теореме из гл. 4: пространство X, конечно, не гильбертово (это следует и из (iii), и из (ii), и из того, что оно – $G.T.$-пространство), несмотря на то что X и X^* – котипа 2. Наконец, отметим еще следствие перечисленных свойств: (iv) для всякого конечномерного проектора P в X справедлива оценка $\|P\| \geqslant \mathrm{const}\,(\mathrm{rank}\,P)^{1/2}$. Ее полезно сопоставить с тем хорошо известным фактом, что на n-мерное подпространство всегда можно спроектировать с нормой не выше $\sqrt{n}$ из любого объемлющего пространства.

Нелишне сказать, что конструкция позволяет расширить до подобного монстра любое пространство котипа 2. Она весьма изящна: в процессе ее автор не заботится непосредственно ни об одном из перечисленных свойств. Для заданного пространства E и некоторого (обширного) набора операторов $T_i : F_i \to E$ (где F_i – гильбертовы подпространства неких пространств G_i) автор строит такое расширение E_1 пространства E, что, во-первых, операторы T_i продолжаются с сохранением нормы до операторов $\widetilde{T}_i : G_i \to E_1$ и, во-вторых, константа из неравенства, определяющего котип 2, у пространства E_1 возрастет «несущественно» в сравнении с соответствующей константой для E. Затем процедура повторяется для E_1 и т. д. Не вдаваясь в дальнейшие детали, укажем, что более или менее ясно, почему в результате можно получить пространство X (которое по построению будет иметь котип 2) такое, что X^* окажется $G.T.$-пространством котипа 2: см. упомянутую ранее переформулировку последнего свойства в терминах продолжения операторов. Отметим еще, что среди пар (F_i, G_i) присутствуют все пары $(X_3{}^{(n)}, L^1(\mu_{3n})/X_1^{(n)})$ и $(X_3{}^{(n)}, L^1(\mu_{3n})/X_2^{(n)})$, о которых речь шла двумя абзацами выше.

Последнее замечание. Любого из перечисленных ниже дополнительных условий достаточно, чтобы равенство $E \hat{\otimes} F = E \check{\otimes} F$ влекло конечномерность одного из пространств E и F: (1) E не содержит равномерно пространств $l^1_{(n)}$ (Дэвис, Джонсон, 1974); (2) E обладает локальной безусловной структурой (эквивалентно – E^* дополняемо вкладывается в банахову решетку) (Джонсон, 1974); (3) E удовлетворяет условию ограниченной аппроксимации (Пизье, 1980).

Вторая ветвь главной линии – обобщения, варианты и аналоги теоремы Гротендика – занимает (не целиком) гл. 6, 8 и 9. В гл. 6 приведены конкретные примеры $G.T.$-пространств, не изоморфных L^1: это фактор-пространства L^1/E, где E рефлексивно (Кисляков, Пизье, 1976) или E – класс Харди H^1 (Бургейн, 1981). В гл. 8 доказана эквивалентность теоремы Гротендика и следующего утверждения: если E и F – банаховы решетки, то для каждого оператора $T : E \to F$ справедливо неравенство $\| (\Sigma \mid Tx_i \mid^2)^{1/2} \|_F \leqslant \mathrm{const}\, \| T \| \, \| (\Sigma \mid x_i \mid^2)^{1/2} \|_E$. В гл. 9 обсуждаются так называемые некоммутативные аналоги теоремы Гротендика. Один из результатов: если F – билинейная форма на $A_1 \times A_2$, где A_1 и A_2 – C^*-алгебры, то найдутся такие состояния f_1 и f_2 на A_1 и A_2 соответственно, что $|F(x_1, x_2)| \leqslant \mathrm{const}\, (f_1(x_1^* x_1 + x_1 x_1^*))^{1/2} \cdot (f_2(x_2^* x_2 + x_2 x_2^*))^{1/2}$, $x_i \in A_i$ (Пизье–Хаагеруп). Одна из главных трудностей, встречающихся в этом круге вопросов, порождена тем, что C^*-алгебры не всегда удовлетворяют условию аппроксимации.

Я хотел бы теперь вернуться к мысли о том, что содержание книги в действительности шире простого описания «последствий» гротендиковского Résumé. Для современной теории банаховых пространств характерны следующие особенности. Во-первых, чрезвычайно активно развивается теория конечномерных пространств (более или менее ее предмет можно обозначить как изучение асимптотики, при росте размерности, различных числовых характеристик пространства, имеющих геометрическое происхождение). Во-вторых, в теории бесконечномерных пространств очень интенсивно изучаются их «локальные» свойства, т. е. такие свойства, которые зависят лишь от структуры конечномерных подпространств. В-третьих, в сферу изучения вошли новые конкретные пространства – и среди них пространства аналитических и гладких функций, –

исследование которых зачастую приводит к задачам классического анализа (как решенным, так и нерешенным). Наконец, через всю теорию красной нитью проходит операторная точка зрения — ибо как числовые характеристики конечномерных, так и инварианты бесконечномерных пространств часто выражаются в терминах операторных идеалов (точнее, их компонент $\mathfrak{A}(X, Y)$, где одно из пространств X и Y — то, которым мы интересуемся).

Книга очень хорошо отражает все эти особенности, причем в такой форме, что их может прочувствовать и неподготовленный читатель. Здесь можно найти примеры применения основных приемов конечномерного анализа (оценки объемов и ϵ-сетей, их следствия; «вероятностные» соображения в доказательстве существования подпространств или операторов с теми или иными свойствами) — в гл. 7 о кашинском разложении. По существу вся книга посвящена «локальной» теории банаховых пространств и использует язык операторных идеалов, однако в этой связи заслуживает отдельного упоминания гл. 8, где речь идет о локальной безусловной структуре, наличие которой в пространстве говорит о некоей его «близости» к банаховой решетке. В этой главе рассказано, как с помощью сравнения норм в идеалах Π_1 и Γ_1 удается построить серию n-мерных пространств с экстремально плохой (порядка $n^{1/2}$) локальной безусловной постоянной, доказать, что локальной безусловной структуры нет в классах Шаттена–Неймана $\mathfrak{S}_p$ при $p \neq 2$, а также в диск-алгебре C_A. Доказательства последних двух результатов демонстрируют, кстати, отмеченное выше проникновение классического анализа в геометрию банаховых пространств. Другие примеры этого явления можно найти в гл. 6 (теоремы Бургейна о том, что L^1/H^1 — $G.T.$-пространство котипа 2), а также в гл. 4 и 5.

Таким образом, мы имеем дело с небольшой по объему, доступной, увлекательной и вместе с тем очень содержательной книгой по современной теории банаховых пространств, которая практически до конца описывает один ее интересный и важный раздел и при этом позволяет ознакомиться со многими идеями и методами этой теории, а также получить указания для дальнейшего чтения (сосредоточенные в основном в комментариях к главам). На русском языке практически нет монографической и учебной литературы, отражающей современное состояние и тенденции развития этой теории. Поэтому был бы крайне нужен перевод книги Пизье на русский язык.

Список литературы

[1] *Grothendieck A.* Résumé de la théorie métrique des produits tensoriels topologiques // Bol. Soc. Mat. São-Paolo. *1956.* Vol. 8. P. 1–79.

[2] *Pietsch A.* Operator ideals. Berlin: North Holland, *1978.* (Рус. пер.: Пич А. Операторные идеалы). М.: Мир, 1982).

[3] *Lindenstrauss J., Tzafriri L.* Classical Banach spaces. Vol. 1, 2. Berlin and New York: Springer-Verlag, *1977.* Vol. 1. *1979.* Vol. 2.

[4] *Szankowski A.* B(H) does not have the approximation property // Acta Math. *1981.* Vol. 147. P. 89–108.

[5] *Reĭnov O. I.* A. survey of some results in connection with Grothendieck's approximation property // Math. Nachr. *1984.* Vol. 119. P. 257–264.

С. В. Кисляков