

# Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. И. Балута, В. П. Осипов, Ю. Г. Рыков, Б. Н. Четверушкин, О понятии влияния в концепции когнитивного моделирования при использовании функции активации типа ReLU, *ИТuBC*, 2023, выпуск 4, 59–71

DOI: 10.14357/20718632230406

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением  
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.9.170

19 января 2025 г., 16:39:06



# О понятии влияния в концепции когнитивного моделирования при использовании функции активации типа ReLU\*

В. И. Балута, В. П. Осипов, Ю. Г. Рыков, Б. Н. Четверушкин

Федеральный исследовательский центр «Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша» РАН, Москва, Россия

**Аннотация.** Рассматриваются алгоритмические принципы введения нелинейных функций активации в когнитивную модель сложной слабоформализуемой системы. С точки зрения прозрачности теоретического рассмотрения в качестве такой нелинейной функции использована функция типа ReLU. Сложная система представляется в виде ориентированного графа, вершинам и ребрам которого присваиваются определенные значения. В работе определена нелинейная процедура расчета значений элементов системы (внутренних вершин) на графе в зависимости от внешних факторов (входных вершин) и, соответственно, расчета коэффициентов влияния. Показано, что в отличие от линейного случая, рассмотренного ранее, в нелинейном случае коэффициенты влияния существенно зависят от значений вершин – элементов системы. На примере двух простых моделей, описывающих основные тренды мировой энергетики и воздействие некоторой вирусной инфекции на производственный процесс, показано возникновение более богатого набора сценариев развития ситуации по сравнению с линейным случаем.

**Ключевые слова:** сложная слабоформализуемая система, когнитивное моделирование, взвешенный орграф, функция активации, разбиение графа на циклы, степень влияния, слабо структурированная ситуация.

DOI 10.14357/20718632230406

EDN AWCVVW

## Введение

При анализе текущего состояния исследований в сфере управления сложными слабоформализуемыми системными объектами заметна возросшая роль подходов, базирующихся на теории нечетких когнитивных карт (НКК). В [1] со ссылкой на базу данных Scopus констатируется, что в последнее десятилетие ежегодно регистрируется не менее 1,2 тысяч публикаций на эту тему. Согласно обзору [2], наибольшее внимание в этом периоде уделяется следующим

направлениям: исследованию динамических свойств таких систем, изучению их сходимости при использовании различных видов передаточных функций, испытанию алгоритмов обучения НКК с опорой на экспертные и/или натурные данные наблюдений, получению характеристик качества прогнозирования поведения временных рядов, разработке программных инструментов для использования в различных практических приложениях. Нужно отметить, что больше работ посвящено исследованию динамического

\* Исследование выполнено при поддержке Российского научного фонда, грант № 23-61-10032.

аспекта НКК, основанного на сходстве определенным образом построенной НКК и системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Однако при необходимости рассматривать большое количество составляющих элементов на первый план выходит исследование свойств структуры, т.е. стационарных свойств НКК.

В отечественных базах регистрации научных публикаций можно встретить как работы, рассматривающие вопросы совершенствования методологии НКК [3-7], так и примеры применения этой технологии для решения практических задач [8-15], включая описание программных инструментов [16-17].

Многие исследователи отмечают большое сходство между НКК и нейросетевыми технологиями, подчеркивая при этом их ключевое различие. Если классические искусственные нейронные сети (ИНС) воспринимаются как инструменты аппроксимации, то есть, фактически, черные ящики, в которых ни сами нейроны, ни связи между ними не имеют явной интерпретации с точки зрения решаемой задачи, то в НКК ситуация иная: и узлы, и связи между ними имеют достаточно четкую привязку к сущностям рассматриваемой системы и решаемой проблемы. Именно поэтому считается, что возможности представления систем на основе НКК, вообще говоря, превосходят возможности моделей на основе ИНС для моделирования сложных слабоформализуемых систем с большим количеством взаимозависимостей. С этой точки зрения свойства структуры НКК также выходят на первый план. В то же время сходство технологий позволяет использовать в НКК удачные решения, получившие распространение в практике применения ИНС. В предлагаемой здесь статье используется одно из таких решений – функция типа ReLU в качестве функции активации. Эта функция отражает базисное свойство любых больших систем – «инерционность» – в широкой трактовке этого понятия. Известно, что любая система обладает некоторой «сопротивляемостью» к попыткам изменить ее состояние. Другими словами, при слабых воздействиях (до достижения ими некоторого критического уровня) состояние системы не изменяется или изменяется незначительно. Это явление находит свое отражение в самых разных научных

сферах. В физике это свойство объектов отражает закон инерции, в эпидемиологии оно формулируется как свойство коллективного иммунитета, в экономике как необходимый минимум ресурсного обеспечения, в социологии используется термин барьера восприятия или приемлемости (лежащий в основе понятия «окна Овертона») и т.п. Таким образом, с помощью этой функции можно исследовать, как отражается нелинейный характер взаимодействия факторов, составляющих сложную систему, на ее поведении.

В данной статье излагается развитие результатов исследований, которые были выполнены авторами в предшествующей работе [18].

## 1. Краткое описание используемой когнитивной модели сложной системы

В рамках настоящей публикации модель «сложной слабоформализуемой системы» (кратко:  $CS^3$ ) представляет собой совокупность множества системных факторов  $A = \{A_j, j = 1, \dots, N\}$ , которые мы будем называть «компонентами сложной слабоформализуемой системы» (кратко:  $КС^3$ ).  $КС^3$  организованы в виде орграфа, который обозначим той же буквой  $A$ , связи в котором символизируют отношения влияния факторов системы друг на друга. Как уже было сказано, предлагаемое исследование является продолжением статьи [18], где описана общая модель данного вида, также изложение более общих конструкций можно найти в [19]. Здесь мы ограничимся непосредственной математической моделью, которая, в отличие от [18], является нелинейной. Пусть  $e_{ij}$  обозначают ребра графа  $A$ , связывающие между собой  $КС^3 A_i$  и  $A_j$ , и пусть каждому  $e_{ij}$  соответствует некоторое неотрицательное число  $0 \leq a_{ij} \leq 1$ , которое характеризует степень влияния  $КС^3 A_i$  на  $КС^3 A_j$  (если  $a_{ij} = 0$ , то связь между  $A_i$  и  $A_j$  отсутствует). Пусть для  $j = N - n_1 + 1, \dots, N$  выполнено  $a_{ij} = 0 \forall i$ . Это означает, что на последние  $n_1$   $КС^3$  не влияют никакие факторы, то есть эти

КС<sup>3</sup> являются входными. Тогда нелинейную вычислительную систему на графе  $\mathbf{A}$  можно задать следующим образом

$$A_j = f_j \left( \sum_{i=1}^{N-n_1} a_{ij} A_i + \sum_{i=N-n_1+1}^N a_{ij} A_i \right), \quad (1)$$

$$j = 1, \dots, N - n_1$$

где  $f_j$  являются так называемыми функциями активации, а  $A_j$  принимает некоторые числовые значения. Также будем предполагать выполненными условия нормировки, т.е.  $\sum_{i=1}^N a_{ij} = 1$  для  $j = 1, \dots, N - n_1$ . Как мы уже говорили, можно рассматривать и более общие конструкции с интерпретацией значений  $a_{ij}, A_j$ , например, с точки зрения нечеткой логики или вероятностных подходов, но реализация таких далеко идущих обобщений не является целью данной публикации.

Здесь мы будем придерживаться следующей интерпретации уравнений (1) с точки зрения описания состояния С<sup>3</sup>. Числовое значение КС<sup>3</sup> (фактора)  $A_j$  характеризует «значимость» этого фактора, т.е. абстрагирование представления о том, насколько данный фактор важен в конкретной ситуации, более детальное рассмотрение этого понятия содержится в [19], ниже оно будет поясняться при изучении конкретных примеров. Веса  $a_{ij}$ , характеризующие уровень влияния между соседними КС<sup>3</sup>, описывают степень передачи «значимости» от одного КС<sup>3</sup> к другому. В итоге при помощи уравнения (1) можно в принципе определить «значимость» всех КС<sup>3</sup> в зависимости от «значимости» входных КС<sup>3</sup>, а также «степень влияния» входных КС<sup>3</sup> на другие КС<sup>3</sup>. «Степень влияния» определяется как мера изменения данного КС<sup>3</sup> при изменении входных КС<sup>3</sup>. Строгие определения понятий, связанных с концепцией «степень влияния» приведены, например, в [18], далее это понятие будет уточнено в рамках рассматриваемых в статье вопросов.

В работе [18] была использована линейная функция активации  $f_L(x) = x$  для всех  $A_j$ . В настоящей работе будет также использована единая функция активации, но которая является уже нелинейной. Для выяснения роли нелинейности в схеме системы (1) логично требовать, чтобы нелинейная функция активации как-то напоминала линейную, естественным кандидатом для этого является функция активации ReLU с пороговым значением  $\sigma > 0$ , т.е.  $f_R(x) = \text{ReLU}_\sigma(x) = \max(0, x - \sigma)$ . Однако тогда вследствие положительности значения порога функция  $f_R(x)$  окажется смещенной относительно  $f_L(x)$  при  $x \geq \sigma$ . По указанной причине, а также с целью упрощения теоретического анализа ниже будет использована единая для всех  $A_j$  функция активации типа ReLU в виде  $f_{R^*}(x) = \{0 \text{ при } x \leq \sigma; x \text{ при } x > \sigma\}$ .

Вначале напомним результаты, относящиеся к случаю функции активации  $f_L(x)$ . В статье [20] (краткое изложение полученных результатов содержится также в [18] и [19]) показано, что в линейной модели сила влияния, вообще говоря, не зависит от значений КС<sup>3</sup>  $A_j$ , а коэффициенты влияния  $F_{il}^A$ , характеризующие степень влияния в графе  $\mathbf{A}$  входного КС<sup>3</sup> с номером  $l$  на другой КС<sup>3</sup> с номером  $i$ , можно вычислить в соответствии со следующей последовательностью действий:

1) построим из графа  $\mathbf{A}$  граф  $\hat{\mathbf{A}}$ , состоящий из тех КС<sup>3</sup>  $\mathbf{A}$ , которые не являются входными, а веса ребер  $\alpha_{ij}$  в графе  $\hat{\mathbf{A}}$  вычисляются как  $\alpha_{ij} = \delta_{ij} - a_{ij}$  ( $\delta_{ij}$  – символ Кронекера);

2) из графа  $\hat{\mathbf{A}}$  построим граф  $\hat{\mathbf{A}}_{i+}$ , отличающийся от  $\hat{\mathbf{A}}$  тем, что элемент  $A_i$  связывается со всеми другими КС<sup>3</sup>, если такой связи не было в графе  $\hat{\mathbf{A}}$  (из дальнейшего будет ясно, что веса этих новых ребер не важны, важен только факт наличия связи);

3) найдем все разбиения на циклы графа  $\hat{A}_{i+}$  (хотя бы одно разбиение всегда существует, т.к. в соответствии со структурой графа  $\hat{A}$  каждая его вершина образует петлю, т.е., вообще говоря,  $\alpha_{jj} \neq 0$ );

4) для каждого разбиения на циклы сформируем моном весов, а именно, а) перемножим веса всех дуг, входящих в данное разбиение на циклы, и возьмем его со знаком  $(-1)^{m+L}$ , где  $m$  – количество КС<sup>3</sup> в графе  $\hat{A}_{i+}$ , а  $L$  – количество циклов в рассматриваемом разбиении, б) в полученном мономе определяем цикл, содержащий КС<sup>3</sup>  $A_i$ , и величина  $\alpha_{is}$  заменяется на величину  $a_{is}$  из матрицы смежности первоначального графа  $A$ ;

5) коэффициент  $F_{il}^A$  вычисляется как сумма по всем разбиениям на циклы мономов весов, соответствующих одному разбиению на циклы.

Таким образом степень влияния входных КС<sup>3</sup> на другие КС<sup>3</sup> не зависит от значений  $A_j$ , но определяется топологической структурой графа  $A$ , в частности, количеством циклов в графе  $\hat{A}_{i+}$  и их расположением по отношению к входным КС<sup>3</sup>.

В нелинейном случае использования функции активации  $f_{R^*}(x)$  указанная степень влияния уже будет зависеть от «значимости» факторов  $A_j$ , а именно, если для некоторого  $j$  выполняется условие

$$\sum_{i=1}^{N-n_1} a_{ij} A_i + \sum_{i=N-n_1+1}^N a_{ij} A_i \leq \sigma, \quad (2)$$

то в соответствии с (1)  $A_j = 0$ , то есть данный КС<sup>3</sup> выпадает из графа  $A$ . Таким образом, в зависимости от величин «значимости»  $A_j$  из графа  $A$  будут исключаться соответствующие КС<sup>3</sup>, и коэффициенты влияния будут рассчитываться уже для меньшего графа, т.е. будут изменяться.

Рассмотрим этот процесс более подробно. Сначала предположим, что для всех  $j$  условие

(2) не выполняется. Тогда в (1)  $f(x) = f_L(x)$ , можно решить систему (1) и воспользоваться формулами для  $A_j$  в зависимости от входных КС<sup>3</sup>, приведенными, например, в [18]. Условие (2) эквивалентно условию  $A_j \leq \sigma$ , которое легко проверить, зная значение входных КС<sup>3</sup>.

Пусть  $J_1$  является множеством тех  $j$ , для которых выполнено (2). Тогда из графа  $A$  исключаем те КС<sup>3</sup>  $A_j$ , для которых  $j \in J_1$ . Получаем

новый граф  $A^{J_1}$ , для которого повторяем описанную выше процедуру, получаем множество  $J_2$  и граф  $A^{J_2}$ . Такие итерации продолжаются до тех пор, пока на некотором шаге  $k$  имеем

$$J_k = \emptyset. \text{ Пусть } J = \bigcup_{m=1}^k J_m, \text{ тогда итоговый}$$

граф будет выражен как  $A^J$ . Коэффициент влияния  $F_{il}^{A^J}$ , рассчитанный по описанной выше последовательности действий и будет коэффициентом влияния в графе  $A$  при использовании нелинейной функции активации  $f_{R^*}(x)$ . Те КС<sup>3</sup>, номера которых попали в множество  $J$ , оказываются не значимыми с точки зрения системы (1), и в расчете степени влияния не учитываются. Для иллюстративных систем, содержащих малое количество КС<sup>3</sup>, имеет смысл формировать множество  $J$  на основе только одной итерации, т.к. зануление связей от «не влияющих» КС<sup>3</sup> в такой малой системе быстро приводит к ситуации нулевой «значимости» для всех КС<sup>3</sup>. В следующих разделах проведенные соображения будут проиллюстрированы на конкретных модельных примерах. В этих примерах в таблицах будут приведены нормированные коэффициенты влияния, т.е. полученные в результате описанных процедур коэффициенты влияния будут делиться на максимальный; таким образом коэффициенты влияния в рассматриваемой постановке будут иметь диапазон от нуля до единицы. Также на приводимых ниже рисунках графов кружком обозначаются входные КС<sup>3</sup>/факторы, а прямоугольниками – все остальные.

## 2. Система мировой энергетики

Рассмотрим самые основные факторы, определяющие в настоящий момент направление развития мировой энергетики. Такими факторами (т.е.  $KC^3$ ) являются следующие, см., например, [21]: 1 – фактор развития экономики, например, степень роста ВВП; 2 – спрос на первичную (непосредственно извлекаемую из природы) энергию; 3 – фактическое потребление первичной энергии; 4 – численность населения; 5 – интегральный фактор качества, отражающий возникший в последнее время запрос на использование «зеленой», чистой, энергии; 6 – фактор некоего внешнего шока, например, появление коронавирусной инфекции, приведшее к краткосрочному резкому снижению спроса на первичную энергию. Более подробная расшифровка данных факторов приведет к построению реальной  $C^3$ , однако в рамках настоящего и следующего разделов нас будут интересовать только методологические моменты, связанные с использованием линейной и нелинейной функций активации.

Опираясь на данные [21], указанные факторы могут быть организованы, например, в следующий ориентированный граф (Рис. 1). Обсудим понятие «значимости» факторов в контексте системы, изображенной на Рис. 1. В реалиях современного мира факторы мировой энергетики имеют не только и даже не столько «объектив-

ную» составляющую, как-то: физическая природа энергоносителя, цены, экономическая рентабельность и т.п., сколько «регулятивную» составляющую. Например, как правило, спрос на первичную энергию зависит от численности населения, но, если Евросоюз требует сократить потребление газа на 15%, и это выполняется, то, соответственно, «значимость» фактора численности населения понижается. Если в мире требуют внедрения «зеленой» энергетики, ссылаясь на экологические аспекты, то вырастает «значимость» факторов качества. Таким образом, «значимость» является количественным выражением важности, которая придается в системе тем или иным факторам. С нашей точки зрения необходимость введения такого понятия диктуется тем, что эта важность содержит в себе как хорошо формализуемые, так и плохо формализуемые аспекты. С этой точки зрения конкретная, например, числовая, величина «значимости» не важна, важно соотношение «значимостей» различных факторов. Проводимые ниже и в следующем разделе эксперименты основаны на только что описанной интерпретации.

Результаты расчетов представлены в Табл. 1. Таблица содержит величины нормированных коэффициентов влияния  $KC^3$ , рассчитанные в соответствии с методологией раздела 1. При этом для функции активации  $f_{R^*}(x)$  приведены два набора коэффициентов влияния (поскольку

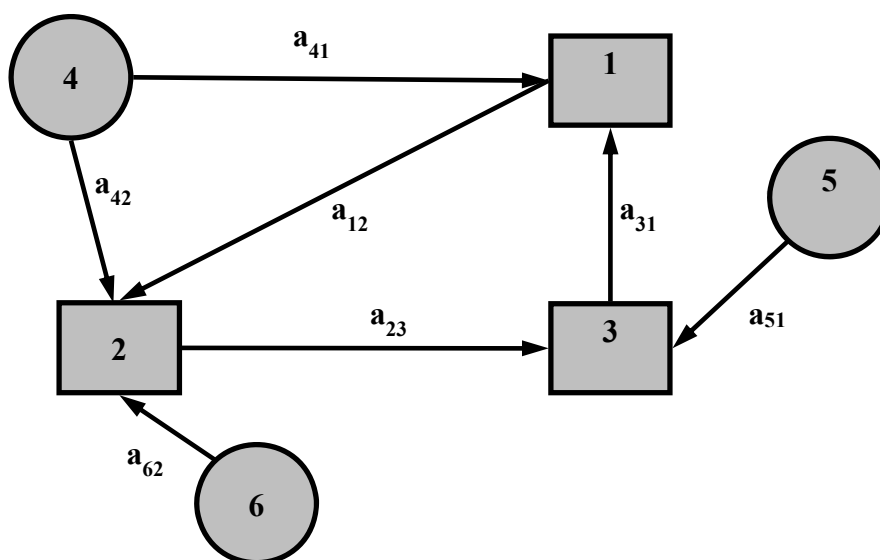


Рис. 1. Простая модель мировой энергетики

Табл. 1. Нормированные коэффициенты влияния в модели мировой энергетики

Линейная функция активации $f_L(x)$				Функция активации $f_R^*(x)$			
Случай I. Традиционная модель энергетики: $a_{31}=0,5; a_{41}=0,5; a_{12}=0,7; a_{42}=0,3; a_{62}=0; a_{23}=0,9; a_{53}=0,1$							
	Численность населения	Факторы качества	Внешний шок		Численность населения	Факторы качества	Внешний шок
Рост ВВП	0.977	0.077	0	Рост ВВП	0.977/1.000	0.077/0	0/0
Спрос на первичную энергию	1.000	0.054	0	Спрос на первичную энергию	1.000/0.600	0.054/0	0/0
Потребление первичной энергии	0.900	0.154	0	Потребление первичной энергии	0.900/0	0.154/0.200	0/0
Случай II. «Зеленая» модель энергетики: $a_{31}=0,5; a_{41}=0,5; a_{12}=0,7; a_{42}=0,3; a_{62}=0; a_{23}=0,5; a_{53}=0,5$							
	Численность населения	Факторы качества	Внешний шок		Численность населения	Факторы качества	Внешний шок
Рост ВВП	0.885	0.385	0	Рост ВВП	0.769/1.000	0/0.5	0/0
Спрос на первичную энергию	1.000	0.269	0	Спрос на первичную энергию	1.000/0.600	0/0	0/0
Потребление первичной энергии	0.500	0.769	0	Потребление первичной энергии	0.500/0	0.769/1.000	0/0
Случай III. «Зеленая» модель энергетики при наличии внешнего воздействия: $a_{31}=0,5; a_{41}=0,5; a_{12}=0,2; a_{42}=0,3; a_{62}=0,5; a_{23}=0,5; a_{53}=0,5$							
	Численность населения	Факторы качества	Внешний шок		Численность населения	Факторы качества	Внешний шок
Рост ВВП	1.000	0.435	0.217	Рост ВВП	1.000/1.000	0/0	0/0
Спрос на первичную энергию	0.696	0.087	0.870	Спрос на первичную энергию	0.800/0.600	0/0	1.000/1.000
Потребление первичной энергии	0.348	0.87	0.435	Потребление первичной энергии	0/0.300	1.000/1.000	0/0.500

влияние теперь зависит от величин  $A_j$ ); случаи I и II – левый набор при  $A_4 = 40; A_5 = 10; A_6 = 0$ , правый набор при  $A_4 = 10; A_5 = 40; A_6 = 0$  (назовем это ситуациями  $I_1, II_1$  и  $I_2, II_2$  соответственно); случай III – левый набор при  $A_4 = 40; A_5 = 20; A_6 = 10$ , правый набор при  $A_4 = 10; A_5 = 20; A_6 = 40$  (также назовем это ситуациями  $III_1$  и  $III_2$  соответственно).

В соответствии с величиной «значимости» факторов порог  $\sigma$  положим равным 25. Величина  $\sigma$  означает тот уровень «значимости», при котором фактор «начинает работать».

Например, если «значимость» фактора 1, связанного с динамикой экономического развития, лежит ниже порога, то экономика находится в стагнации и практически не влияет на фактор 2, связанный со спросом на первичную энергию.

Прокомментируем полученные величины степени влияния факторов. Предварительно отметим, что, как мы увидим, введение порога для «значимости» факторов разрушает малые системы (с точки зрения взаимосвязей факторов), но это разрушение происходит по-разному. То есть, для устойчивости нелинейная система в случае наличия ограничений, вообще говоря, должна быть сложной.

Случай I, функция активации  $f_L(x)$ . Для традиционной энергетики (энергетика конца XX века) основное влияние на внутренние составляющие системы оказывает фактор 4 – численность населения, т.е. необходимость удовлетворять потребности растущего населения в энергии. Степень влияния на все три внутренних фактора примерно равны, что обеспечивает баланс системы, в частности баланс спроса и предложения энергии. Фактор качества 5 имеет небольшое влияние, а фактор внешнего шока 6 не учитывается. При этом оба фактора 4 и 5 имеют уровень «значимости» выше порога.

Случай I, функция активации  $f_{R^*}(x)$ . В ситуации I<sub>1</sub> введение порога не повлияло на функционирование системы, поскольку «значимость» факторов в основном зависит от значения  $A_4$ . Однако ситуация I<sub>2</sub> дает совершенно другую картину, здесь фактор 4 влияет в основном на состояние экономики и в меньшей степени на спрос, но на реальное потребление оказывает влияние только фактор 5, отвечающий за «зеленую» энергетику. То есть, система разбалансирована, кроме того, «значимость» всех факторов оказывается низкой, т.е. система в ситуации I<sub>2</sub> функционировать не может.

Случай II, функция активации  $f_L(x)$ . Согласно современной концепции мировой энергетики (правда продвигаемой в основном группой стран коллективного Запада) заметно усиливается воздействие фактора 5, который отражает тренд усиленного развития новой (в том числе и за счет прежней, углеводородной), в частности возобновляемой, энергетики. В этой ситуации баланс спроса и предложения энергии нарушается. Рост численности населения как таковой не обеспечивает предложения, эквивалентного спросу. Необходимо подключение фактора качества 5, который имеет более сильное влияние на реальное потребление, чем численность населения. То есть возможна ситуация как превышения спроса над предложением, так и наоборот, что может порождать заметные колебания цен. В целом система оказывается неустойчивой, но с возможностью регулирования ее поведения путем поиска нужной комбинации воздействия входных факторов.

Случай II, функция активации  $f_{R^*}(x)$ . В ситуации II<sub>1</sub> «значимость» КС<sup>3</sup> 3, отвечающего за фактическое потребление энергии, оказывается ниже порогового значения. Данная ситуация оказывается сходной со случаем линейной функции активации, однако экологический фактор 5 влияет только на фактическое потребление, КС<sup>3</sup> 3, который не значим для системы. Так что рост спроса на первичную энергию за счет фактора численности населения 1 не приведет к удовлетворению этого спроса. Налицо кризисное развитие системы. Ситуация II<sub>2</sub> приводит уже к выпадению двух факторов 1 и 2, т.е. фактически система разрушается. На фактор фактического потребления 3 влияет только фактор «зеленой» энергетики 5, остальные факторы незначимы. То есть, если в данной системе не обращать достаточно внимания на потребности населения, а концентрироваться на «зеленых» технологиях, то функционирование системы неизбежно приведет к краху.

Случай III, функция активации  $f_L(x)$ . При добавлении в систему внешнего шока численность населения, КС<sup>3</sup> 4, наиболее сильно влияет на необходимость развития экономики в целом, КС<sup>3</sup> 1. Спрос и предложение в отношении энергии опять находятся в дисбалансе. И для уравнивания этих факторов необходимо воздействовать на внешний шок, КС<sup>3</sup> 6, для коррекции спроса и на развитие «зеленой» энергетики, КС<sup>3</sup> 5, для коррекции предложения. В то же время становится желательным тормозить экономический рост за счет снижения темпов роста численности населения, КС<sup>3</sup> 4.

Случай III, функция активации  $f_{R^*}(x)$ . В данном случае, как в ситуации III<sub>1</sub>, так и в ситуации III<sub>2</sub> выпадает (величина «значимости» оказывается ниже порога) два фактора, т.е. система практически разрушается. В ситуации III<sub>1</sub> система распадается на две независимые подсистемы: КС<sup>3</sup> 1, 2, 4, 6 и КС<sup>3</sup> 5, 3. В ситуации III<sub>2</sub> связность системы сохраняется, и ситуация напоминает случай с линейной функцией активации, однако значимым остается только фактор спроса, который останется не удовлетворенным, что приведет к энергетическому голоду.



### 3. Влияние вирусной инфекции на производственный процесс

Теперь рассмотрим простую когнитивную модель, которая была приведена в [18] в случае линейной функции активации, и которая иллюстрировала воздействие на население и производство распространения некоей вирусной инфекции и мер противодействия, в частности, карантинных (Рис. 2). Здесь основными факторами были выбраны следующие: 1 – производство товаров для потребления населением в пункте А, 2 – производство средств производства в пункте Б, 3 – население пункта А, 4 – население пункта Б, 5 – распространение вирусной инфекции, 6 – использование мер противодействия. Опять же отметим, что данный пример имеет лишь методологический характер, и реальную  $C^3$  составит только значительно более подробная расшифровка предложенных, или каких-либо других, факторов.

Результаты расчетов представлены в Табл. 2, которая по аналогии с предыдущим разделом содержит величины нормированных коэффициентов влияния  $KC^3$ , рассчитанные в соответствии с методологией раздела 1. При этом для функции активации  $f_{R^*}(x)$  опять же приведены два набора коэффициентов влияния: левый набор при  $A_5 = 40; A_6 = 10$  (ситуации  $I_1, II_1, III_1$ ) и правый набор при  $A_5 = 10; A_6 = 40$  (ситуации  $I_2, II_2, III_2$ ). Величина порога остается равной 25.

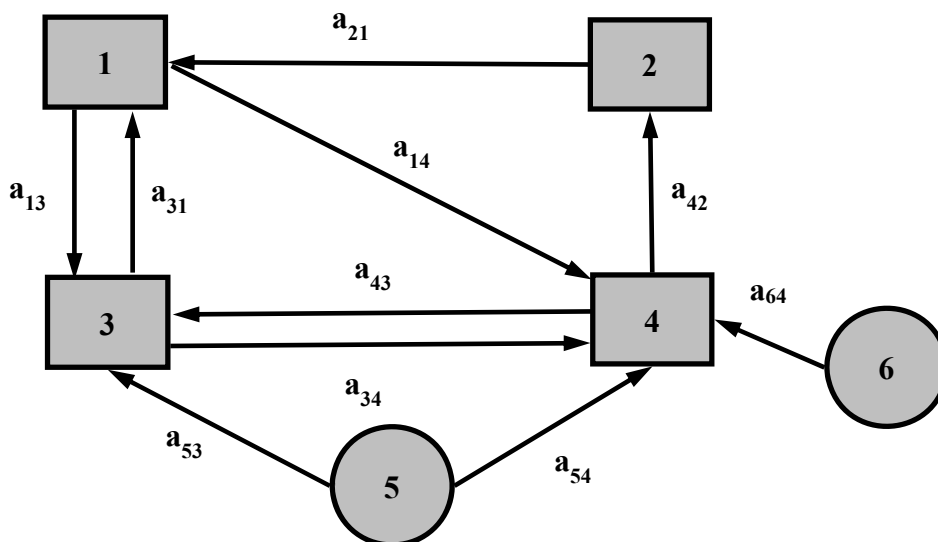


Рис. 2. Простая схема влияния вирусной инфекции на производственный процесс

Прокомментируем полученные величины степени влияния факторов.

Случай I, функция активации  $f_L(x)$ . Этот случай соответствует началу распространения вирусной инфекции и отсутствию должного реагирования на этот факт. Наиболее уязвимым является кластер А (производство и соответствующее занятое в нем население). Меры противодействия, которые сводятся к профилактическим мерам, находятся на примерно одинаковом уровне влияния, который, однако, недостаточен. Кластер Б в соответствии с Рис. 2 защищен лучше, чем кластер А.

Случай I, функция активации  $f_{R^*}(x)$ . В ситуации  $I_1$  введение порога не повлияло на функционирование системы, поскольку «значимость» факторов в основном зависит от значения  $A_5$ . Однако в ситуации  $I_2$  «значимость» всех факторов оказывается ниже порога, и остается только непосредственное влияние вирусной инфекции на население обоих кластеров, а мер противодействия - на население кластера Б. То есть, фактически, рассматриваемая система не описывает никакой определенной ситуации.

Случай II, функция активации  $f_L(x)$ . Здесь вирусная инфекция усиливается и начинает переходить в эпидемию, при этом меры противодействия опять же остаются на низком уровне. Вследствие этого дисбаланс между влиянием

Табл. 2. Нормированные коэффициенты влияния в модели воздействия вирусной инфекции

Линейная функция активации $f_L(x)$			Функция активации $f_{R^*}(x)$		
Случай I. Влияние вирусной инфекции и мер противодействия слабое: $a_{21}=0,6; a_{31}=0,4; a_{42}=1; a_{13}=0,6; a_{43}=0,2; a_{53}=0,2; a_{14}=0,6; a_{34}=0,1; a_{54}=0,2; a_{64}=0,1$					
	Вирусы	Карантин		Вирусы	Карантин
Производство А	0.950	0.283	Производство А	0.950/0	0.283/0
Производство Б	0.917	0.317	Производство Б	0.917/0	0.317/0
Население А	1.000	0.233	Население А	1.000/1.000	0.233/0
Население Б	0.917	0.317	Население Б	0.917/1.000	0.317/0.500
Случай II. Влияние вирусной инфекции усилилось, меры противодействия слабые: $a_{21}=0,6; a_{31}=0,4; a_{42}=1; a_{13}=0,1; a_{43}=0,2; a_{53}=0,7; a_{14}=0,1; a_{34}=0,1; a_{54}=0,7; a_{64}=0,1$					
	5	6		5	6
Производство А	0.950	0.081	Производство А	0.950/0	0.081/0
Производство Б	0.917	0.114	Производство Б	0.917/0	0.114/0
Население А	1.000	0.031	Население А	1.000/1.000	0.031/0
Население Б	0.917	0.114	Население Б	0.917/1.000	0.114/0.500
Случай III. Влияние вирусной инфекции усилилось, меры противодействия также усилились: $a_{21}=0,6; a_{31}=0,4; a_{42}=1; a_{13}=0,4; a_{43}=0; a_{53}=0,6; a_{14}=0,1; a_{34}=0,1; a_{54}=0,4; a_{64}=0,4$					
	5	6		5	6
Производство А	0.782	0.364	Производство А	0.400/0	0/0
Производство Б	0.636	0.509	Производство Б	0/0	0/0
Население А	1.000	0.145	Население А	1.000/1.000	0/0
Население Б	0.636	0.509	Население Б	0.700/1.000	0.560/0.500

вирусной инфекции,  $КС^3$  5 и мер противодействия,  $КС^3$  6, резко растет (поскольку влияние фактора 5 на оба кластера А и Б выбрано одинаковым, то при нормировке получились такие же величины, как и в случае I).

Случай II, функция активации  $f_{R^*}(x)$ . Опять же ситуация  $\Pi_1$  оказывается эквивалентной линейному случаю, а ситуация  $\Pi_2$  получилась эквивалентной ситуации  $I_2$ . Это представляется естественным, поскольку при низкой «значимости»  $КС^3$  вирусной инфекции вся система на Рис. 2 не имеет смысла.

Случай III, функция активации  $f_L(x)$ . Это случай усиления фактора мер противодействия, направленных на кластер Б, и одновременно социальных ограничений – запрет перемещения населения из Б в А. Тогда ситуация в кластере Б стабилизируется – влияние как вирусной инфекции, так и мер противодействия находится примерно на одном уровне. Однако население кластера А оказывается в ситуации близкой к катастрофе: влияние вируса почти в семь раз

выше влияния мер противодействия, т.е. при усилении мер противодействия, направленных на кластер Б, ситуация в кластере А стала даже хуже, чем при слабых мерах противодействия случая I (соответствующая разница была примерно в четыре раза). То есть схему противодействия вирусной инфекции, представленного на Рис. 2, необходимо модифицировать.

Случай III, функция активации  $f_{R^*}(x)$ . В данном случае в ситуации  $\Pi_1$  факторы кластера Б оказываются очень близки к порогу, в Табл. 2 отражена ситуация, когда эти факторы выпадают. Вирусная инфекция оказывает гораздо более сильное влияние на население кластера А ( $КС^3$  3), чем на производство А ( $КС^3$  1), то есть производство А с большой вероятностью остановится. В то же время факторы вирусной инфекции и мер противодействия для населения кластера Б находятся примерно в равновесии, т.е. потребности населения кластера Б сохраняются, но производства нет. Таким образом все население вынуждено сокращать потребление, что чревато возникновением кризисной ситуации. Ситуация  $\Pi_2$

опять же, приводит к тому, что «значимость» всех факторов оказывается ниже пороговых значений. Данная ситуация аналогична  $I_2$ ,  $II_2$ .

Таким образом, система на Рис. 2 демонстрирует, с учетом возможной нелинейности, более богатый набор сценариев, чем было показано в [18]. Однако эта система «работоспособна» только при достаточно высокой «значимости»  $КС^3 5$  – вирусная инфекция.

## Заключение

Представлено развитие методов работы [18] в направлении использования нелинейных функций активации. Наличие нелинейности предполагает важность величины значений самих факторов при расчете коэффициентов влияния по методологии [20]. Если величина значений факторов, обозначаемая нами как «значимость», меньше некоторых пороговых значений, то данные факторы не учитываются при расчете влияния. То есть, нелинейность функции активации приводит к возможной модификации рассматриваемой системы. Это, в свою очередь, ведет к более богатому набору сценариев по сравнению с линейным случаем. Такие сценарии способны учитывать возникновение критических явлений в системе.

Также отметим, что используемое в работе понятие влияния [20], может быть обобщено в направлении использования, например, вероятностных подходов и методов нечеткого описания процессов взаимодействия между факторами. В этом случае будет реализовываться концепция «гибридного интеллекта», когда нелинейность представленной модели соответствует нейросетевому подходу, а характер связей соответствует, например, концепциям нечеткой математики или, например, набору экспертных оценок, полученных методом опроса.

## Литература

- Евсеев Е.А. Тенденции развития нечетких когнитивных карт // Молодежь XXI века: образ будущего. Материалы Всероссийской научной конференции с международным участием. Ответственные редакторы Н.Г. Скворцов, Ю.В. Асочаков. 2019. С. 68–69.
- Felix G. et al. A review on methods and software for fuzzy cognitive maps // *Artif. Intell. Rev.* 2019. V. 52:3. P. 1707–1737.
- Федулов А.С., Борисов В.В. Модели системной динамики на основе нечетких реляционных когнитивных карт // Системы управления, связи и безопасности. 2016. № 1. С. 66–80.
- Исаев Р.А., Подвесовский А.Г. Обобщенная модель импульсного процесса для динамического анализа нечетких когнитивных карт Силова // Информационные технологии и нанотехнологии (ИТНТ-2017): сборник трудов III международной конференции и молодежной школы, Самара, 25–27 апреля 2017 года. Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева. Самара: Предприятие "Новая техника". 2017. С. 1984–1990.
- Нечаев Ю. И., Лютин А.В. Мультиагентное моделирование импульсных процессов на нечетких когнитивных картах // Международная конференция по мягким вычислениям и измерениям. 2019. Т. 1. С. 205–208.
- Оськин А.Ф., Оськин Д.А. Применение нечетких когнитивных карт для моделирования плохоструктурированных систем // Вестник Полоцкого государственного университета. Серия С. Фундаментальные науки. 2017. № 4. С. 15–20.
- Фомин Г.А., Полотнов М.М. Метод расчета с использованием когнитивной карты и данных наблюдений реакции объекта управления на внешнее воздействие // Вестник Московского энергетического института. 2020. № 2. С. 113–119.
- Васильев В.И., Вульфин А.М., Кудрявцева Р.Т. Анализ и управление рисками информационной безопасности с использованием технологии когнитивного моделирования // Доклады Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. 2017. Т. 20. № 4. С. 61–66.
- Шульц В.Л., Бочкарев С.А., Кульба В.В. [и др.] Сценарное исследование проблем обеспечения общественной безопасности в условиях цифровизации. М.: Общество с ограниченной ответственностью "Проспект". 2020. 240 с.
- Первов К.С., Хафизов Ф.Ш., Васильев Д.В., Озден И.В. Анализ и оптимизация алгоритмов управления технологической безопасностью на основе нечетких когнитивных карт // Электронный научный журнал Нефтегазовое дело. 2022. № 1. С. 28–50.
- Заграновская А. В. Построение нечеткой когнитивной карты с использованием методов машинного обучения // Международный научно-исследовательский журнал. 2022. № 9 (123). <https://research-journal.org/archive/9-123-2022-september/10.23670/IRJ.2022.123.52>
- Рыжкова М.Н., Орлов А.А. Когнитивное моделирование адаптивной траектории обучения студентов радиотехнического профиля // Радиотехнические и телекоммуникационные системы. 2020. № 2 (38). С. 50–58.
- Горбанева О.И., Мурзин А.Д., Угольницкий Г.А. Математическая постановка задач управления на когнитивных моделях // Проблемы управления. 2022. № 5. С. 25–39.
- Горелова Г.В. Когнитивные исследования сложных систем // Системный анализ в проектировании и управлении: сборник научных трудов XXIII Международной научно-практической конференции, Санкт-Петербург, 10–11 июня 2019 года. Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого. Том Часть 3. Санкт-Петербург: Политех-Пресс. 2019. С. 422–433.

15. Дулесов А.С., Пантелеев В.И., Баркова Д.В. Когнитивное моделирование как инструмент управления запасами топлива на станции // Журнал Сибирского федерального университета. Серия: Техника и технологии. 2013. Т. 6. № 1. С. 69–74.
16. Липатова С.В., Мартыненко Ю.В., Ярдаева М.Н. [и др.] Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2019662689 Российская Федерация. Программа построения когнитивной карты взаимосвязей между внутренними факторами деятельности предприятия и факторами внешней среды: № 2019661505; заявл. 18.09.2019; опубл. 01.10.2019; заявитель ФГБОУ высшего образования «Ульяновский государственный университет».
17. Щербатов И.А. Нечеткие когнитивные карты как инструмент представления структур слабоформализуемых систем // Проблемы управления, обработки и передачи информации: сборник трудов V Международной юбилейной научной конференции, Саратов, 28–30 сентября 2017 года. Саратовский государственный технический университет. Саратов: ООО СПО "Лоди". 2017. С. 375–378.
18. Осипов В.П., Рыков Ю.Г., Четверушкин Б.Н. Математические аспекты понятия влияния в концепции когнитивного моделирования // Искусственный интеллект и принятие решений. 2021. № 2. С. 3–10.
19. Dranko O.I., Rykov Yu.G., Karandeev A.A. Structural analysis of large-scale socio-technical systems based on the concept of influence // IFAC-PapersOnline. 2021. V. 54. Issue 13. P. 738–743.
20. Osipov V. P., Rykov Yu. G. On mathematical aspects of analyzing the structure of complex systems using weighted digraphs. Lobachevskii Journal of Mathematics. 2020. V. 41. № 11. P. 2231–2238.
21. World Energy Outlook, 2022 edition. International Energy Agency (World Energy Outlook 2022 – Analysis - IEA). Paris. 2022. 523 p.

**Балута Виктор Иванович.** Федеральный исследовательский центр «Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша» РАН. Старший научный сотрудник. Кандидат технических наук. Область научных интересов: системный анализ, искусственный интеллект, интеллектуальный анализ информации. E-mail: vbaluta@yandex.ru

**Осипов Владимир Петрович.** Федеральный исследовательский центр «Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша» РАН. Ведущий научный сотрудник. Кандидат технических наук. Область научных интересов: моделирование сложных систем, искусственный интеллект, принятие решений в условиях неопределенности. E-mail: osipov@keldysh.ru

**Рыков Юрий Германович.** Федеральный исследовательский центр «Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша» РАН. Старший научный сотрудник. Кандидат физико-математических наук. Область научных интересов: дифференциальные уравнения, нечеткое когнитивное моделирование, искусственный интеллект, математическое моделирование сложных процессов. E-mail: yu-rykov@yandex.ru

**Четверушкин Борис Николаевич** Федеральный исследовательский центр «Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша» РАН. Научный руководитель. Доктор физико-математических наук, академик РАН. Область научных интересов: высокопроизводительные вычисления, искусственный интеллект, математическое моделирование сложных процессов. E-mail: office@keldysh.ru

## On the Concept of Influence in the Concept of Cognitive Modeling when Using the Activation Function of the ReLU Type

V. I. Baluta, V. P. Osipov, Yu. G. Rykov, B. N. Chetverushkin

Keldysh Institute of Applied Mathematics of Russian Academy of Sciences

**Abstract.** The algorithmic principles of introducing nonlinear activation functions into the cognitive model of a complex weakly formalized system are considered. From the point of view of the transparency of theoretical consideration, a function of the ReLU type is used as such a nonlinear function. A complex system is represented as a directed graph, the vertices and edges of which are assigned certain values. The paper defines a nonlinear procedure for calculating the values of system elements (internal vertices) on a graph depending on external factors (input vertices) and, accordingly, calculating the coefficients of influence. It is shown that, in contrast to the linear case considered earlier, in the nonlinear case, the coefficients of influence significantly depend on the values of the vertices – elements of the system. Using the example of two simple models describing the main trends in global energy and the impact of some viral infection on the production process, the emergence of a richer set of scenarios for the development of the situation compared to the linear case is shown.

**Keywords:** a complex weakly formalized system, cognitive simulation, weighted digraph, activation function, graph partitioning in cycles, degree of influence, weakly structured situation.

DOI 10.14357/20718632230406

EDN AWCVVW

## References

1. Evseev, E.A. Tendencii razvitiya nechetkih kognitivnykh kart. [Trends in the development of fuzzy cognitive maps] // Molodezh XXI veka: obraz buduschego [Youth of the XXI century: the image of the future]. Materials of the All-Russian Scientific Conference with international participation. 2019. P. 68–69.
2. Felix, G. et al. A review on methods and software for fuzzy cognitive maps // Artif. Intell. Rev. 2019. V. 52:3. P. 1707–1737.
3. Fedulov, A.S., Borisov, V.V. Modeli sistemnoi dinamiki na osnove nechetkih relyacionnykh kognitivnykh kart [Models of system dynamics based on fuzzy relational cognitive maps] // Sistemy upravleniya, svyazi i bezopasnosti [Control, communication and security systems]. 2016. № 1. P. 66–80.
4. Isaev, R.A., Podvesovskii A.G. Obobshchennaya model' impul'snogo processa dlya dinamicheskogo analiza nechetkih kognitivnykh kart Silova [Generalized model of the impulse process for dynamic analysis of Silov's fuzzy cognitive maps] // Informacionnye tehnologii i nanotekhnologii [Information technologies and nanotechnologies]: Proceedings of III international conference and the youth school, Samara, April 25–27, 2017. Samara National Research University named after academician S.P. Korolev. 2017. P. 1984–1990.
5. Nechaev, Yu.I., L'utin A.V. Mul'tiagentnoe modelirovanie impul'snykh processov na nechetkih kognitivnykh kartah [Multi-agent modeling of impulse processes on fuzzy cognitive maps] // International Conference on Soft Computing and Measurements. 2019. V. 1. P. 205–208.
6. Os'kin, A.F., Os'kin D.A. Primenenie nechetkih kognitivnykh kart dlya modelirovaniya plohostrukturirovannykh sistem [Application of fuzzy cognitive maps for modeling poorly structured systems] // Vestnik Polockogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya C. Fundamental'nye nauki [Bulletin of Polotsk State University. Series C. Fundamental sciences]. 2017. № 4. P. 15–20.
7. Fomin, G.A., Polotnov, M.M. Metod rascheta s ispol'zovaniem kognitivnoi karty I dannykh nab'ludeniia reakcii ob'ekta upravleniya na vneshee vozdeistvie [The method of calculation using a cognitive map and observational data of the reaction of the control object to external influences] // Vestnik Moskovskogo energeticheskogo instituta [Bulletin of the Moscow Power Engineering Institute]. 2020. № 2. P. 113–119.
8. Vasil'ev, V.I., Vul'fin A.M., Kudrayvtseva R.T. Analiz I upravlenie riskami informacionnoi bezopasnosti s ispol'zovaniem tehnologii kognitivnogo modelirovaniya [Information security risk analysis and management using cognitive modeling technology] // Doklady Tomskogo gosudarstvennogo universiteta system upravleniya i radioelektroniki [Reports of Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics]. 2017. V. 20. № 4. P. 61–66.
9. Shul'ts, V.L., Bochkarev, S.A., Kul'ba, V.V., et al. Scenarnoe issledovanie problem obespecheniya obschestvennoi bezopasnosti v usloviyakh cifrovizatsii [Scenario study of the problems of ensuring public safety in the conditions of digitalization]. Moscow: Limited Liability Company "Prospect". 2020. 240 p.
10. Pervov, K.S., Khafizov, F.Sh., Vasil'ev, D.V., Ozden, I.V. Analiz I optimizatsiya algoritmov upravleniya tehnosfernoi bezopasnost'ju na osnove nechetkih kognitivnykh kart [Analysis and optimization of technosphere security management algorithms based on fuzzy cognitive maps] // Elektronnyi nauchnyi zhurnal Neftegazovoe delo [Electronic scientific journal Oil and Gas business]. 2022. № 1. P. 28–50.
11. Zagranovskaya, A.V. Postroenie nechetkoi kognitivnoi karty s ispol'zovaniem metodov mashinnogo obucheniya [Building a fuzzy cognitive map using machine learning methods] // International Research Journal. 2022. № 9 (123). <https://research-journal.org/archive/9-123-2022-september/10.23670/IRJ.2022.123.52>
12. Ryzhkova, M.N., Orlov, A.A. Kognitivnoe modelirovanie adaptivnoi traektorii obucheniya studentov radiotekhnicheskogo profilya [Cognitive modeling of adaptive learning trajectory of radio engineering students] // Radiotekhnicheskie i telekommunikacionnye sistemy [Radio engineering and telecommunication systems]. 2020. № 2 (38). P. 50–58.
13. Gorbaneva, O.I., Murzin, A.D., Ugol'nickii, G.A. Matematicheskaya postanovka zadach upravleniya na kognitivnykh modelyakh [Mathematical formulation of the control problem on cognitive models] // Problemy upravleniya [Control problems]. 2022. № 5. P. 25–39.
14. Gorelova, G.V. Kognitivnye issledovaniya slozhnykh sistem [Cognitive studies of complex systems] // Sistemnyi analiz v proektirovanii I upravlenii [System analysis in design and control]: Proceedings of the XXIII International Scientific and Practical Conference, Saint-Petersburg, June 10–11, 2019. Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University. V. 3. St. Petersburg: Polytech-Press. 2019. P. 422–433.
15. Dulesov, A.S., Panteleev, V.I., Barkova, D.V. Kognitivnoe modelirovanie kak instrument upravleniya zapasami topliva na stantsii [Cognitive modeling as a tool for managing fuel reserves at the station] // Zhurnal Sibirskogo federal'nogo universiteta. Seriya: tekhnika i tehnologii [Journal of the Siberian Federal University. Series: Engineering and Technology]. 2013. V. 6. № 1. P. 69–74.
16. Lipatova, S.V., Martynenko, Yu.V., Yardaeva, M.N. et al. Svidetel'stvo o gosudarstvennoi registratsii programmy dlya EVM № 2019662689 RF [Certificate of State registration of the computer program No. 2019662689 Russian Federation]. Programma postroeniya kognitivnoi karty vzaimosvyazei mezhdru vnutrennimi faktorami deyatelnosti predpriyatiya I faktorami vnesheii sredy [A program for building a cognitive map of the relationships

- between the internal factors of the enterprise and the factors of the external environment]: № 2019661505: appl. 18.09.2019; published 01.10.2019; zayavitel' FGBOU vysshego obrazovaniya "Ul'yanovskii gosudarstvennyi universitet" [applicant FGBOU of the Higher Education "Ulyanovsk State University"].
17. Scherbatov, I.A. Nechetkie kognitivnye karty kak instrument predstavleniya struktur slaboformalizuemykh system [Fuzzy cognitive maps as a tool for representing the structures of weakly formalized systems] // Problemy upravleniya, obrabotki i peredachi informacii [Problems of control, processing and transmission of information]: Proceedings of the V International Jubilee Scientific Conference, Saratov, September 28–30, 2017. Saratov State Technical University. Saratov: LLC SPO "Lodi". 2017. P. 375–378.
  18. Osipov, V.P., Rykov, Yu.G., Chetverushkin, B.N. Mathematical aspects of the concept of influence in the cognitive simulations // Scientific and Technical Information Processing. 2022. V. 49. № 5. P. 350–355.
  19. Dranko, O.I., Rykov, Yu.G., Karandeev, A.A. Structural analysis of large-scale socio-technical systems based on the concept of influence // IFAC-PapersOnline. 2021. V. 54. Issue 13. P. 738–743.
  20. Osipov, V. P., Rykov, Yu. G. On mathematical aspects of analyzing the structure of complex systems using weighted digraphs. Lobachevskii Journal of Mathematics. 2020. V. 41. № 11. P. 2231–2238.
  21. World Energy Outlook, 2022 edition. International Energy Agency (World Energy Outlook 2022 – Analysis - IEA). Paris. 2022. 523 p.

**Baluta Viktor I.** Candidate of technical sciences, senior scientific researcher Keldysh Institute of Applied Mathematics of Russian Academy of Sciences, Research areas: system analysis, artificial intelligence, information mining. E-mail: vbaluta@yandex.ru

**Osipov Vladimir P.** Candidate of technical sciences, leading researcher Keldysh Institute of Applied Mathematics of Russian Academy of Sciences, Miusskaya sq., 4 Moscow, 125047, Russia. Research areas: simulation of complex systems, artificial intelligence, decision-making under uncertainty. E-mail: osipov@keldysh.ru

**Rykov Yuriy G.** Candidate of physical and mathematical sciences, senior scientific researcher Keldysh Institute of Applied Mathematics of Russian Academy of Sciences, Miusskaya sq., 4 Moscow, 125047, Russia. Research areas: differential equations, fuzzy cognitive modeling, artificial intelligence, mathematical modeling of complex processes. E-mail: yu-rykov@yandex.ru

**Chetverushkin Boris N.** Member of Russian Academy of Sciences, doctor of physical and mathematical sciences, professor, scientific supervisor Keldysh Institute of Applied Mathematics of Russian Academy of Sciences, Miusskaya sq., 4 Moscow, 125047, Russia. Research areas: high-performance computing, artificial intelligence, mathematical modeling of complex processes. E-mail: office@keldysh.ru