

# Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Я. В. Курылев, О точечном источнике на границе области, *Зап. научн. сем. ЛОМИ*, 1981, том 104, 130–138

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.9.170

19 февраля 2025 г., 21:30:43



## О ТОЧЕЧНОМ ИСТОЧНИКЕ НА ГРАНИЦЕ ОБЛАСТИ

I. В работе [I] была построена коротковолновая асимптотика решения задачи о точечном источнике, расположенном на границе гладкого вогнутого тела. Предложенный в [I] метод основан на выделении в качестве главного члена эллиптического дифференциального оператора второго порядка слагаемого вида:  $-\delta^2/\partial n^2 - \Delta_S + 2\lambda n(h_0 \nabla_S, \nabla_S) - k^2$ . В этом выражении  $n$  - это расстояние от точки наблюдения до границы в метрике, порожденной оператором;  $S$  - римановы координаты на границе в метрике, индуцированной на границе метрикой оператора. Условие геодезической вогнутости границы в точке  $S=0$  (т.е. в той точке, где расположен источник) эквивалентно положительной определенности матрицы второй квадратичной формы поверхности в точке  $S=0: h_0$ . После Фурье-преобразования по  $S$  главная часть рассматриваемого дифференциального оператора приобретает вид  $-\delta^2/\partial n^2 + \rho^2 - k^2 - 2\lambda(n_0 \rho, \rho)$ , где  $\rho$  - переменная, двойственная  $S$ . Это обыкновенный дифференциальный оператор, в результате обращения которого появлялись функции Эйри  $W_1(x)$  (по поводу функций Эйри  $W_1(x)$  и появляющихся далее функций Эйри  $W_2(x)$  и  $V(x)$  см. [2], приложение I). Оставшаяся часть оператора трактовалась как малая добавка, и был построен асимптотический ряд, представляющий решение задачи о точечном источнике -  $G(S, n, k)$ . Было показано, что этот ряд обладает асимптотическим характером при  $n \leq Ck^{-2/3+\delta}$ ,  $|S| \leq Ck^{-1/3+2\delta}$ , где  $\delta > 0$  достаточно мала. Поскольку в случае геодезически вогнутой границы на расстояниях  $|S| \geq Ck^{-1/3+\delta}$ ,  $\delta > 0$  сколь угодно мало, возникает зона тени и все члены ряда  $G(S, n, k)$  экспоненциально затухают, ряд  $G(S, n, k)$  был продолжен нулем на область  $Ck^{-1/3+\delta} \leq |S| \leq C'$  и была получена т.о. коротковолновая асимптотика решения задачи о точечном источнике на конечных расстояниях от источника. Вместе с тем, если поставить задачу о построении решения вблизи источника, то указанную в [I] методику можно обобщить на случай произвольной геометрии границы. Цель настоящей работы как раз и состоит в том, чтобы получить равномерное асимптотическое разложение решения задачи о точечном источнике, расположенном на границе области, пригодное при  $kn\Phi_0^2 \leq Ck^{-\epsilon}$ ,  $k\Phi_0^4 \leq Ck^{-\epsilon}$ ,  $\Phi_0 = \sqrt{s^2 + n^2}$ ,  $\epsilon > 0$  - произвольно,  $C$  - положительная постоянная, для случая произвольной геометрии границы. Как и в случае геодезически вогнутой границы, это построение проводится с помощью преобразования Фурье по переменным  $S$ , причем в качестве

главного оператора выбирается оператор  $-\partial^2/\partial n^2 - \Delta_S + \lambda n(h_0 \nabla_S, \nabla_S) - k^2$ , а оставшаяся часть трактуется как малая добавка. Следует отметить, что при  $kn\Phi_0 \leq CK^{-\varepsilon}$ ,  $k\Phi_0^3 \leq CK^{-\varepsilon}$  полученное разложение переходит в разложение работы [5] (см. леммы I и 2 настоящей статьи).

При этом возникающее асимптотическое разложение обладает микролокальным характером, т.е. значение волнового поля в направлении  $S_0/\Phi_0$  зависит лишь от локального поведения квадратичной формы  $(h_0 \hat{S}, \hat{S})$  при  $\hat{S}$ , близких к  $\hat{S} = S_0/|S_0|$ .

2. Перейдем к более точным утверждениям и формулировкам.

Пусть  $a(x, D)$  - эллиптический дифференциальный оператор в области  $\Omega \subset R^m$ ,  $m \geq 2$ ;  $\Gamma$  - граница  $\Omega$ . На  $\Gamma$  ставится какое-либо классическое краевое условие (для облегчения ссылок на работу [I] мы разберем случай краевого условия Неймана). В переменных  $(S, n)$  (точка  $S=0$ ,  $n=0$  соответствует источнику) интересующая нас система принимает вид

$$\left\{ -\frac{\partial^2}{\partial n^2} - \Delta_S + \lambda n(h_0 \nabla_S, \nabla_S) - k^2 + v' \right\} G(S, n, k) = 0; \quad n > 0 \quad (I)$$

$$\frac{\partial G}{\partial n} \Big|_{n=0} = \delta(S),$$

где оператор  $v'$  рассматривается как малая добавка (более подробно вид оператора  $v'$  выписан в § I [I]). Старший член ряда ищется как решение задачи

$$\left\{ \frac{\partial^2}{\partial n^2} - \Delta_S + \lambda n(h_0 \nabla_S, \nabla_S) - k^2 \right\} u_0(S, n, k) = 0; \quad n > 0$$

$$\frac{\partial u_0}{\partial n}(S, 0, k) = \delta(S). \quad (I')$$

После преобразования Фурье по  $S$  система (I') приобретает вид

$$\left\{ -\frac{d^2}{dn^2} + \rho^2 - k^2 - \lambda n(h_0 \rho, \rho) \right\} \hat{u}_0(\rho, n, k) = 0, \quad n > 0$$

$$\frac{d\hat{u}_0}{dn}(\rho, 0, k) = 1 \quad (2)$$

Вводя аналогично [I] параметры  $\beta = (\lambda h_0 \rho, \rho)^{1/3}$ ,  $\alpha = \sqrt{k^2 - \rho^2}$ ,  $N_0 = \alpha - \frac{\alpha^2}{\beta^2}$ ,  $N = N_0 \beta n$ , легко получить решение системы (2) в виде

$$\hat{u}_0(\rho, n, k) = \frac{w_1(N)}{\beta w_1'(N_0)}$$

Дальнейшая процедура построения формального ряда, дающего

решения задачи (I) абсолютно идентична приведенной в работе [I], поскольку указанная процедура использует лишь соотношения для  $W_i(x)$ , вытекающие из уравнения Эйри. В результате мы получаем ряд

$$G(s, n, k) \sim \sum_{DRk} a_{DRk} \mathcal{D}B^k u_k \quad (3)$$

и нашей задачей является исследование аналитических свойств этого ряда. В формуле (3)  $\mathcal{D} = S^q (\partial/\partial S)^n$  - дифференциальные мономы по  $S$  ( $q, S$  - всевозможные мультииндексы);  $B^k = b_1^{z_1} b_2^{z_2}$ ;  $z_1, z_2 \geq 0$  целые,

$$b_1 = \sum_{\alpha, \beta, \gamma, \delta=1}^{m-1} T_{\alpha, \beta, \gamma, \delta} s_{\alpha} s_{\beta} \frac{\partial^2}{\partial s_{\gamma} \partial s_{\delta}}, \quad b_2 = \sum_{\alpha, \beta, \gamma, \delta=1}^{m-1} T_{\alpha, \beta, \gamma, \delta} s_{\alpha} \frac{\partial^3}{\partial s_{\beta} \partial s_{\gamma} \partial s_{\delta}}$$

и  $T_{\alpha, \beta, \gamma, \delta}$  - связан с тензором кривизны поверхности  $\Gamma$  в точке  $O$ .  
Наконец

$$u_k = k l_t k \dots k l_1 u_0$$

где  $k$  - подходящий оператор Грина задачи

$$\left\{ -\frac{\partial^2}{\partial n^2} - \Delta_S + 2n(h_0 \nabla_S, \nabla_S) - k^2 \right\} u(s, n, k) = f(s, n, k), \quad n > 0,$$

$$\frac{\partial u}{\partial n} \Big|_{n=0} = 0,$$

а  $l_i = n^{\rho_i} (\frac{\partial}{\partial n})^{m_i}$  - дифференциальные мономы по  $n$ . При этом

$$\hat{u}_k(\rho, n, k) = \sum_{i=0}^t \left( \frac{w_i(N_0)}{w_i'(N_0)} \right)^i \left\{ \frac{w_i(N)}{w_i'(N_0)} P_{it}(N, N_0) - \frac{w_i'(N)}{w_i'(N_0)} Q_{it}(N, N_0) \right\} \quad (4)$$

где  $P_{it}(N, N_0)$  и  $Q_{it}(N, N_0)$  - полиномы по  $N$  и  $N_0$ , степень которых зависит от  $i, t$ .  $u_k(s, n, k)$ , являющееся обратным преобразованием Фурье по  $\rho$  функций  $\hat{u}_k$ , задается интегралом вида:

$$u_k(s, n, k) = (2\pi)^{1-m} \int_{S^{m-1}} d\hat{\rho} \int_{\mathcal{L}} e^{i|\rho| \langle s, \hat{\rho} \rangle} |\rho|^{m-2} \hat{u}_k(\rho, n, k) d|\rho|, \quad (5)$$

причем контур  $\mathcal{L}$  в отличие от случая геодезически вогнутой границы не совпадает с положительной полуосью. Вид контура в общем случае приведен на рис. I ( $\varphi > 0$  достаточно мало). Такая деформация контура связана с тем, что при  $(h_0, \rho, \rho) < 0$   $\arg \beta = \pi/3$  и функция  $w_1'(N_0)$ , стоящая в знаменателе в разложении (4), бу-

дет иметь корни при положительных  $|p| < k$ .

3. Приведем асимптотические формулы для  $u_n(s, n, k)$  в различных подобластях области  $kn \Phi_0^2 \leq Ck^{-\varepsilon}$ ,  $k|s| \leq Ck^{-\varepsilon}$ .

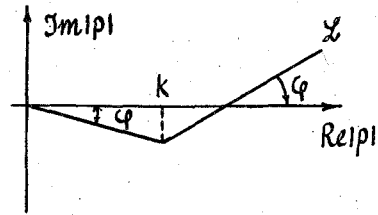


рис. I

ЛЕММА I. В области, характеризуемой условиями  $k\Phi_0 \geq Ck^{\delta_1}$ ,

$k(h_0 s, s)^2 \Phi_0^{-1} \leq Ck^{-\delta_2}$ ,  $kn_0^2 / \Phi_0 \geq Ck^{\delta_3}$  справедливо асимптотическое разложение вида

$$u_n(s, n, k) \sim \left(\frac{k}{\Phi_0}\right)^{\frac{m}{2}-1} \frac{\exp\left\{ik\Phi_0 + ik\frac{(h_0 s, S)n}{2\Phi_0}\right\}}{\sqrt{k\Phi_0}} \times \frac{n^{t+\rho}}{\left(k\frac{n}{\Phi_0}\right)^{t-\mu}} \sum_{a, b \geq 0} C_{ab} \left(k\frac{n^2}{\Phi_0}\right)^{-a/2} \left(\frac{k(h_0 s, s)^2}{\Phi_0}\right)^{b/2}, \quad (6)$$

где  $\rho = \sum_{i=1}^t \rho_i$ ,  $\mu = \sum_{i=1}^t \mu_i$ . Функции  $C_{ab}$  - это гладкие функции от  $s/\Phi_0, n/\Phi_0$ .

Доказательство леммы I основано на применении метода стационарной фазы к интегралу (5). Оказывается, при выполнении условий леммы I существенной областью интегрирования в (4) является область, в которой  $N_0 \rightarrow \infty, \beta n / N_0 \rightarrow 0$ . Используя представление (4) и асимптотику функции Эйри  $W_1(z)$  при  $z \rightarrow \infty$ , мы можем привести подынтегральное выражение в формуле (5) к виду, характерному для метода стационарной фазы. Не вдаваясь в дальнейшие подробности, мы отошлем читателя к §§ 6, 7 работы [I], где для случая геодезически вогнутой границы получено разложение, аналогичное (6) (в случае дополнительного предположения, что  $kn \frac{|(h_0 s, s)|}{\Phi_0} \ll 1$ ).

Разложение (6) имеет ярко выраженный лучевой характер. Далее, аналогично лемме 3 §7 [I] мы выделяем зону Френеля условиями:

$$k \frac{n^{4_1}}{|s|^3} \leq Ck^{-\delta_4}, k|s| \geq Ck^{\delta_1}, k \frac{(h_0 s, s)^2}{\Phi_0} \leq Ck^{-\delta_2}, k \frac{n|(h_0 s, s)|}{\Phi_0} \leq Ck^{-\delta_5}$$

ЛЕММА 2. В зоне Френеля справедливо следующее асимптотическое представление

$$u_b(s, n, k) \sim \left(\frac{k}{|s|}\right)^{\frac{m}{2}-1} \frac{e^{ik|s|}}{\sqrt{k|s|}} \left(\frac{|s|}{k}\right)^{\frac{2t-\mu+\rho}{2}} \sum_{a,b,c,d; c+d=2n} C_{abcd}(k|s|)^{-a/2} \times \\ \times \int d\varphi \frac{e^{i\varphi - \varphi^{1/2} \mu}}{\varphi^{1/2(1+2t-\mu+\rho)}} P_{abcd}^{t+\rho}(\mu\varphi^n) \left(\frac{\varphi}{\sqrt{k|s|}}\right)^\beta \left(\frac{\sigma}{\varphi}\right)^{\frac{3c}{4}} \left(\frac{\sigma\gamma^4}{\varphi}\right)^{\frac{d}{4}} \quad (7)$$

Здесь  $\mu = n\sqrt{2\frac{k'}{|s|}}$ ,  $\sigma = \frac{1}{k} k^{1/5} |s| (2h_0 \hat{s}, \hat{s})^{2/5}$ ,  $\gamma = k^{2/5} n (2h_0 \hat{s}, \hat{s})^{1/5}$ ;  $P_{abcd}^{t+\rho}(\mu\varphi^n)$  — многочлен степени не выше  $t+\rho$  от  $\mu\varphi^{1/2}$ .  $C_{abcd}$  — это гладкие функции от  $\frac{s}{\Phi_0}$ ,  $\frac{n}{\Phi_0}$ .

Нетрудно видеть, что зона Френеля и лучевая зона, описанная в лемме I, покрывают всю часть рассматриваемой нами области  $kn\Phi_0 \leq Ck^{-\varepsilon}$ ,  $k|s|^4 \leq Ck^{-\varepsilon}$ , характеризуемую условиями  $k\Phi_0 \geq Ck^{\delta_1}$ ,  $k\frac{(h_0 s, s)^2}{\Phi_0} \leq Ck^{-\delta_1}$ . Вне пределов этой области можно выделить еще одну зону, где справедливо лучевое разложение.

ЛЕММА 3. Рассмотрим область  $kn^2/\Phi_0 \geq Ck^{\delta_3}$ ,  $|(h_0 s, s)|/n \leq Ck^{-\delta_6}$ ,  $n/\Phi_0 \leq Ck^{-\delta_4}$ . В этой области справедливо асимптотическое разложение вида

$$u_b(s, n, k) \sim \left(\frac{k}{\Phi_0}\right)^{\frac{m}{2}-1} \frac{\exp\{ik\Phi_0 + ik\frac{(h_0 s, s)n}{2\Phi_0} - ik\frac{(h_0 s, s)^2}{24\Phi_0}\}}{\sqrt{k\Phi_0}} \times \\ \times \frac{n^{t+\rho}}{\left(k\frac{n}{\Phi_0}\right)^{t-\mu}} \sum C_{abcd} \left(\frac{(h_0 s, s)}{n}\right)^a \left(\frac{n}{\Phi_0}\right)^b (kn\Phi_0^2)^{c/2} \left(\frac{kn^2}{\Phi_0}\right)^{-d/2} \quad (8)$$

Естественно область, определяемую условиями леммы 3 также назвать лучевой зоной источника. Т.о. из лемм I-3 следует, что размер геометро-оптической зоны источника существенно зависит от поведения матрицы  $h_0$  в направлении  $\hat{s}$ ; что же касается вида формул, они по-существу не меняются при изменении знака выражения  $(h_0 \hat{s}, \hat{s})$ .

Отметим также, что в тех направлениях  $\hat{s}$ , где  $(h_0 \hat{s}, \hat{s}) = 0$ , а также в близких направлениях, характеризуемых условием  $|(h_0 \hat{s}, \hat{s})| \leq Ck^{(-11\delta + 3\varepsilon/2 - \delta_2/2)}$ , геометро-оптическая зона заполняет всю область  $kn\Phi_0^2 \leq Ck^{-\varepsilon}$ ,  $k|s|^4 \leq Ck^{-\varepsilon}$ .

4. Что же касается таких  $\hat{S}$ , что  $|(h_0 \hat{S}, \hat{S})| \geq Ck^{-4/3}$ , то здесь, кроме геометро-оптической зоны возникает еще и зона Фока, в которой формируются либо волны соскальзывания (в случае  $(h_0 \hat{S}, \hat{S}) > 0$ ), либо волны шепчущей галереи (в случае  $(h_0 \hat{S}, \hat{S}) < 0$ ).

ЛЕММА 4. Пусть  $\frac{k(h_0 S, S)^2}{\Phi_0} \geq Ck^{-2\delta_2}$ ,  $\frac{|k(h_0 S, S)|}{n} \geq Ck^{-2\delta_6}$ . Тогда при достаточно малых  $\delta_2$  и  $\delta_6$ ; например при  $\delta_2, \delta_6 \leq \varepsilon/8$ , справедлива асимптотическая формула

$$u_{\nu}(s, n, k) \sim \left(\frac{k}{|S|}\right)^{\frac{m}{2}-1} e^{ik|S|^{-1/3}(1+4t+2\rho-2\mu)} (2h_0 \hat{S}, \hat{S})^{-1/3(1+2t+\rho-\mu)} \times$$

$$\times \sum_{a,b,c} (\sqrt{k|S|} (h_0 \hat{S}, \hat{S}))^{-a} \left(\frac{\nu}{\sqrt{k|S|}}\right)^b (\sqrt{k|S|} k^{-2/3} (2h_0 \hat{S}, \hat{S})^{2/3} \frac{\partial}{\partial \sigma})^c \times$$

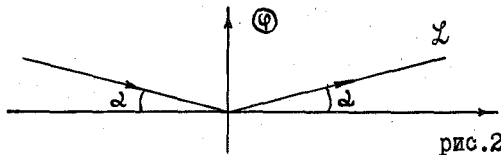
$$\times \sum_{i=0}^t \left\{ P_{iabc} \left(\frac{\partial}{\partial \sigma}, \nu\right) + Q_{iabc} \left(\frac{\partial}{\partial \sigma}, \nu\right) \frac{\partial}{\partial \nu} \right\} \Psi_i(\sigma, \nu) \quad (9)$$

Здесь  $P_{iabc}(\rho, \nu)$  - полином от  $\rho, \nu$  степени не выше  $\frac{i+t+b+\mu+2\rho}{2}$ ,  $Q_{iabc}(\rho, \nu)$  - не выше  $\frac{i+t+b+\mu+2\rho-1}{2}$ . Наконец,  $\Psi_i(\sigma, \nu)$  имеют следующий вид:

а) В случае  $(h_0 \hat{S}, \hat{S}) < 0$

$$\Psi_i(\sigma, \nu) = \int_{\mathcal{L}} d\varphi e^{i\varphi\sigma} \left(\frac{w_1(\varphi)}{w_1'(\varphi)}\right)^i \frac{w_1(\varphi-\nu)}{w_1'(\varphi)}, \quad (10a)$$

где вид контура  $\mathcal{L}$  указан на рис.2



б) В случае  $(h_0 \hat{S}, \hat{S}) > 0$

$$\Psi_i(\sigma, \nu) = \int_{\mathcal{L}} d\varphi e^{i\varphi\sigma} \left(\frac{v(\varphi)}{v'(\varphi)}\right)^i \frac{v(\varphi-\nu)}{v'(\varphi)} \quad (10б)$$

где контур  $\mathcal{L}$ , указанный на рис.3, состоит из 3<sup>х</sup> частей: контуров  $\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2, \mathcal{L}_3$ : При этом вдоль контура  $\mathcal{L}_3$  интегрируется подынтегральная функция, стоящая в интеграле в формуле (Юб); вдоль контура  $\mathcal{L}_1$  интегрируется подынтегральная функция, получаемая при замене  $U(x)$  на  $W_2(x)$  в интеграле (Юб); вдоль  $\mathcal{L}_2$  интегрируется функция, представляющая собой разность подынтегральных выражений интеграла вдоль  $\mathcal{L}_3$  и вдоль  $\mathcal{L}_1$ .

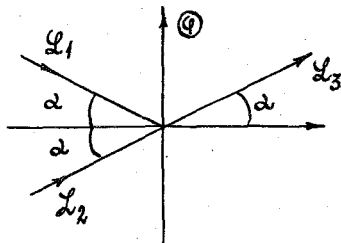


рис.3

Используя леммы I-4 можно показать, что построенный нами формальный ряд (3) обладает асимптотическим характером при  $kn\Phi_0^2 \leq \leq Ck^{-\varepsilon}$ ,  $|k| \leq Ck^{-\varepsilon}$  для любого  $\varepsilon > 0$ .

Замечание I. Если в качестве главной части рассматриваемого эллиптического дифференциального оператора взять оператор  $-\frac{\partial^2}{\partial n^2}$

$$-\Delta_S - k^2 + \sum_{\alpha, \beta=1}^{m-1} 2nh_{\alpha\beta} \frac{\partial^2}{\partial s_\alpha \partial s_\beta} + \sum_{\alpha, \beta, \gamma=1}^{m-1} 2nh_{\alpha\beta\gamma} \frac{\partial^2}{\partial s_\alpha \partial s_\beta},$$

где как и прежде  $h_{\alpha\beta}$  - матрица второй квадратичной формы поверхности  $\Gamma$  в точке  $S=0$ , а  $h_{\alpha\beta\gamma}$  - это производная по  $S_\gamma$  матрицы второй квадратичной формы поверхности  $\Gamma$ , вычисленная в точке  $S=0$ , то получившийся оператор можно рассматривать как дифференциальный по  $n$  и псевдодифференциальный по  $S$ . Для обращения этого оператора, т.е. для решения задачи

$$\left[ -\frac{\partial}{\partial n^2} - \Delta_S + 2n \left\{ \sum_{\alpha, \beta=1}^{m-1} h_{\alpha\beta} \frac{\partial^2}{\partial s_\alpha \partial s_\beta} + \sum_{\alpha, \beta, \gamma=1}^{m-1} h_{\alpha\beta\gamma} S_\gamma \frac{\partial^2}{\partial s_\alpha \partial s_\beta} \right\} - k^2 \right] u_0(s, n, k) = 0, \quad n > 0 \quad (II)$$

$$\frac{\partial u_0}{\partial n}(s, 0, k) = \delta(s)$$

можно поступить следующим образом: будем искать  $u_0(s, n, k)$  как формальный ряд, старший член которого ищется как решение следующей задачи:

$$\left[ -\frac{d^2}{dn^2} + \rho^2 - k^2 - 2n \left\{ \sum_{\alpha, \beta=1}^{m-1} h_{\alpha\beta} \rho_\alpha \rho_\beta + \sum_{\alpha, \beta, \gamma=1}^{m-1} h_{\alpha\beta\gamma} S_\gamma \rho_\alpha \rho_\beta \right\} \right] \hat{u}_0^0(\rho, s, n, k) = 0, \quad n > 0 \quad (I2)$$

$$\frac{d\hat{u}_0^0}{dn} \Big|_{n=0} = 1$$



$$u_0^o(s, n, k) = (2.20) \int_{R^{m-1}} e^{i\langle \rho, s \rangle} \hat{u}_0^o(\rho, s, n, k) d\rho.$$

Выбирая в качестве  $K$  оператор Грина неоднородной задачи (I2) можно построить формальный ряд, дающий формальное решение задачи (II). Оказывается этот ряд обладает асимптотическим характером уже при  $k|s|^\delta \leq Ck^{-\varepsilon}$ . Используя этот ряд, можно построить и формальную коротковолновую асимптотику решения задачи (I), обладающую асимптотическим характером уже в области  $k|\Phi_0^2| \leq Ck^{-\varepsilon}$ ,  $k|s|^\delta \leq Ck^{-\varepsilon}$ .

Замечание II. С помощью построенной асимптотики решения задачи о точечном источнике, находящемся на границе области, можно, используя формулу Грина и коротковолновую асимптотику решения задачи о точечном источнике в случае отсутствия границы (см. [3]), построить коротковолновую асимптотику функции Грина в случае источника, приподнятого над поверхностью  $\Gamma^{-1/4-\delta}$ . Построенная т.о. асимптотика будет справедлива при  $|x-y| \leq Ck^{-1/4-\delta}$ ,  $\forall \delta > 0$ , где  $x$  - точка наблюдения,  $y$  - источник. Используя тауберову технику, из результатов относительно коротковолновой асимптотики функции Грина можно извлечь асимптотические формулы для спектральной функции рассматриваемого оператора ([4]).

#### Литература

1. Буслев В.С. Об асимптотическом поведении спектральных характеристик внешних задач для оператора Шредингера - Изв.АН СССР, сер. мат., 1975, т.39, №1, с.149-235.
2. Бабич В.М., Булдырев В.С. Асимптотические методы в задачах дифракции коротких волн. М., 1972, 456 с.
3. Бабич В.М. О коротковолновой асимптотике решения задачи о точечном источнике в неоднородной среде. - Журн. вычисл. мат. и мат. физ., 1965, т.5, №5, с.949-951.
4. Курнле в Я.В. Асимптотика вблизи границы спектральной функции эллиптического дифференциального оператора второго порядка. Функц.анал. и его прилож., 1960, т.14, №3.
5. Бабич В.М. Высокочастотный источник колебаний вблизи вогнутого зеркала. - Зап. научн. семин. ЛОМИ, 1975, т.51, с.5-19.

Kuriljew Ya.V. On the point-source on the domain's boundary.

The article concerns with the shortwave source on the boundary of the domain. An uniform asymptotic expansion in the  $K^{-1/4 + \varepsilon}$  - neighbourhood of the point-source for arbitrary geometry of the boundary is obtained.