



Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. П. Шелест, О возможности учета трехчастичных сил в релятивистской задаче рассеяния трех тел, *Докл. АН СССР*, 1966, том 167, номер 4, 799–802

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.14.90

23 марта 2025 г., 01:03:54



В. П. ШЕЛЕСТ

**О ВОЗМОЖНОСТИ УЧЕТА ТРЕХЧАСТИЧНЫХ СИЛ
В РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ЗАДАЧЕ РАССЕЯНИЯ ТРЕХ ТЕЛ**

(Представлено академиком Н. Н. Боголюбовым 29 VI 1965)

1⁰. В настоящее время общепризнано удобство использования интегральных уравнений Л. Д. Фаддеева (1) для изучения нерелятивистской задачи рассеяния трех тел. Достоинства этих уравнений сохраняются и в случае применения релятивистского обобщения, полученного Д. Стояновым и А. Н. Тавхелидзе (2, 3). В работе (4) с помощью этого релятивистского обобщения был указан метод получения матричных элементов амплитуд трехчастичных процессов; именно, было указано, что эти матричные элементы имеют вид

$$T_{ij} = \chi_{(i)}^+ M_{ij} \chi_{(j)}^0, \quad (1)$$

где операторы перехода M_{ij} удовлетворяют уравнениям

$$M_{ij} = \sum_{\alpha \neq i} K_{\alpha} + \sum_{\beta \neq j} M_{i\beta} g_{\beta} K_{\beta}. \quad (2)$$

Здесь g_i — двухчастичная функция Грина

$$g_i = g_0 + g_0 K_i g_i, \quad (3)$$

K_{α} — парные ядра Бете — Солпитера, g_0 — свободная функция Грина, $\chi_{(i)}^0$ — решения двухчастичных уравнений Бете — Солпитера для i -й двухчастичной подсистемы.

Операторы перехода M_{ij} могут быть также определены соотношениями (4)

$$g_i M_{ij} g_j = g_i (K_{\Pi} - K_i) g_{\Pi} = g_{\Pi} (K_{\Pi} - K_i) g_i, \quad (4)$$

где g_{Π} — полная трехчастичная функция Грина (для случая парного взаимодействия)

$$g_{\Pi} = g_i + g_i (K_{\Pi} - K_i) g_{\Pi}, \quad (5)$$

$$K_{\Pi} = \sum_{\alpha} K_{\alpha}. \quad (6)$$

Из соотношения (4) видно, что

$$g_i M_{ij} g_j = g_i M_{ik} g_k. \quad (7)$$

Используя (7), имеем вместо (2)

$$M_{ij} = (K_{\Pi} - K_i) + M_{ij} g_j (K_{\Pi} - K_j). \quad (8)$$

2⁰. Мы будем различать два типа возможных состояний двухчастичной системы — состояния рассеяния и связанные состояния. В произвольной системе координат полная энергия E_i состояний рассеяния равняется $\sqrt{p_j^2 + m_j^2} + \sqrt{p_k^2 + m_k^2}$, в то время как энергия связанного состояния $E_i^n = \sqrt{(p_j + p_k)^2 + \mu_n^2}$, где μ_n^i — масса связанного состояния. Посколь-

ку выполняется неравенство $\mu_n^i < m_j + m_k$, то очевидно, что для одинаковых импульсов, входящих в выражения для E_i и E_i^n , имеем $E_i^n < E_i$. Пользуясь этим обстоятельством, можно получить следующее выражение для двухчастичной функции Грина (5) * (в координатах Якоби)

$$\hat{g}(P_i \bar{x}_i \bar{y}_i) = P(E_i^n) \int f_{P_i \bar{p}_i}(\bar{x}_i) \hat{g}_0(P_i \bar{p}_i) \Phi_{P_i \bar{p}_i}^+(\bar{y}_i) d\bar{p}_i + \sum_n \omega_{P_i}^n(\bar{x}_i) \omega_{P_i}^n(\bar{y}_i) \delta(P_i^2 - \mu_n^2) \theta(P_{i0}). \quad (9)$$

Здесь $P(E_i^n)$ означает, что интеграл берется в смысле главного значения во всех точках, отвечающих энергиям связанных состояний; ω^n удовлетворяет уравнению Бете — Солпитера для волновой функции связанного состояния

$$\omega_{P_i}^n(\bar{x}_i) = \frac{1}{(2\pi)^8} \int \hat{g}_0(P_i \bar{x}_i \bar{u}_i) \hat{K}_i(P_i \bar{u}_i \bar{v}_i) \omega_{P_i}^n(\bar{v}_i) d\bar{u}_i d\bar{v}_i; \quad (10)$$

ω^n удовлетворяет соответствующему сопряженному уравнению; f является волновой функцией Бете — Солпитера, описывающей рассеяние двух частиц, и удовлетворяет уравнению

$$f_{P_i \bar{p}_i}(\bar{x}_i) = \Phi_{P_i \bar{p}_i}(\bar{x}_i) + \frac{1}{(2\pi)^8} \int \hat{g}_0(P_i \bar{x}_i \bar{u}_i) \hat{K}_i(P_i \bar{u}_i \bar{v}_i) f_{P_i \bar{p}_i}(\bar{v}_i) d\bar{u}_i d\bar{v}_i, \quad (11)$$

$$\Phi_{P_i \bar{p}_i}(\bar{x}_i) = \exp[-i\bar{P}_i \bar{x}_i]. \quad (12)$$

Вводя обозначения

$$\chi_{P_i \bar{p}_i}^{000}(X \bar{x}_i \bar{x}_i) = \exp[-iPX - i\bar{p}_i \bar{x}_i] \Phi_{\frac{M_i}{M} P + \bar{p}_i, \bar{p}_i}(\bar{x}_i); \quad (13)$$

$$\chi_{P_i \bar{p}_i}^{00}(X \bar{x}_i \bar{x}_i) = \exp[-iPX - i\bar{p}_i \bar{x}_i] f_{\frac{M_i}{M} P + \bar{p}_i, \bar{p}_i}(\bar{x}_i); \quad (14)$$

$$\chi_{P_i \bar{p}_i}^{0n}(X \bar{x}_i \bar{x}_i) = \exp[-iPX - i\bar{p}_i \bar{x}_i] \omega_{\frac{M_i}{M} P + \bar{p}_i}^n(\bar{x}_i); \quad (15)$$

$$M_i = m_j + m_k, \quad M = m_i + m_j + m_k, \quad (16)$$

умножая (8) справа и слева на соответствующие χ и интегрируя по промежуточным переменным, получим, в соответствии с (1) и (9), системы уравнений:

$$T_{ii}^{nm}(P \tilde{p}_i \tilde{p}_i) = \langle K_{\Pi} - K_i \rangle_{ii}^{nm}(P \tilde{p}_i \tilde{p}_i) + \frac{P}{(2\pi)^{12} i} \int T_{i0}^{n0}(P \tilde{p}_i \tilde{p}_i \tilde{p}_i) \times \times S_i\left(\frac{m_i}{M} P - \tilde{p}_i\right) \hat{g}_0\left(\frac{M_i}{M} P + \tilde{p}_i, \tilde{p}_i\right) \langle K_{\Pi} - K_i \rangle_{ii}^{00, m}(P \tilde{p}_i \tilde{p}_i \tilde{p}_i) d\tilde{p}_i d\tilde{p}_i + + \frac{\sum_{n'} T_{ii}^{nn'}(P \tilde{p}_i \tilde{p}_i) S_i\left(\frac{m_i}{M} P - \tilde{p}_i\right) \delta\left[\left(\frac{M_i}{M} P + \tilde{p}_i\right)^2 - \mu_n^2\right] \times \times \theta\left(\frac{M_i}{M} P_0 + \tilde{p}_{i0}\right) \langle K_{\Pi} - K_i \rangle_{ii}^{n'm}(P \tilde{p}_i \tilde{p}_i) d\tilde{p}_i; \quad (17a)$$

$$T_{i0}^{n0}(P \tilde{p}_i \tilde{p}_i \tilde{p}_i) = \langle K_{\Pi} - K_i \rangle_{ii}^{n0}(P \tilde{p}_i \tilde{p}_i \tilde{p}_i) + \frac{1}{(2\pi)^{12} i} P \int T_{i0}^{n0}(P \tilde{p}_i \tilde{p}_i \tilde{p}_i) \times \times S_i\left(\frac{m_i}{M} P - \tilde{p}_i\right) \hat{g}_0\left(\frac{M_i}{M} P + \tilde{p}_i, \tilde{p}_i\right) \langle K_{\Pi} - K_i \rangle_{ii}^{00, 0}(P \tilde{p}_i \tilde{p}_i \tilde{p}_i \tilde{p}_i) d\tilde{p}_i d\tilde{p}_i + + \frac{\sum_{n'} T_{ii}^{nn'}(P \tilde{p}_i \tilde{p}_i) S_i\left(\frac{m_i}{M} P - \tilde{p}_i\right) \delta\left[\left(\frac{M_i}{M} P + \tilde{p}_i\right)^2 - \mu_n^2\right] \theta\left(\frac{M_i}{M} P_0 + \tilde{p}_{i0}\right) \times \times \langle K_{\Pi} - K_i \rangle_{ii}^{n'0}(P \tilde{p}_i \tilde{p}_i \tilde{p}_i) d\tilde{p}_i; \quad (17b)$$

* Значок \wedge указывает, что величина является двухчастичной.

$$\begin{aligned}
& T_{ii}^{nm} (P\tilde{p}_i\tilde{p}_i) = \langle K_{\Pi} - K_i \rangle_{ii}^{nm} (P\tilde{p}_i\tilde{p}_i) + \\
& + \frac{P}{(2\pi)^{12}i} \int \langle K_{\Pi} - K_i \rangle_{ii}^{n,00} (P\tilde{p}_i\tilde{p}_i\tilde{p}_i) S_i \left(\frac{m_i}{M} P - \tilde{p}_i \right) \times \\
& \times \hat{g}_0 \left(\frac{M_i}{M} P + \tilde{p}_i'', \tilde{p}_i'' \right) T_{ii}^{0m} (P\tilde{p}_i''\tilde{p}_i''\tilde{p}_i'') d\tilde{p}_i'' d\tilde{p}_i'' + \frac{\sum_{n'}^n}{(2\pi)^{12}i} \int \langle K_{\Pi} - K_i \rangle_{ii}^{nn'} (P\tilde{p}_i\tilde{p}_i) \times \\
& \times S_i \left(\frac{m_i}{M} P - \tilde{p}_i \right) \delta \left[\left(\frac{M_i}{M} P + \tilde{p}_i \right)^2 - \mu_n^{i2} \right] \theta \left(\frac{M_i}{M} P_0 + \tilde{p}_i \right) T_{ii}^{n'm} (P\tilde{p}_i\tilde{p}_i) d\tilde{p}_i'';
\end{aligned} \tag{18a}$$

$$\begin{aligned}
& T_{0i}^{0m} (P\tilde{p}_i\tilde{p}_i\tilde{p}_i) = \langle K_{\Pi} - K_i \rangle_{ii}^{0m} (P\tilde{p}_i\tilde{p}_i\tilde{p}_i) + \\
& + \frac{P}{(2\pi)^{12}i} \int \langle K_{\Pi} - K_i \rangle_{ii}^{0,00} (P\tilde{p}_i\tilde{p}_i\tilde{p}_i) S_i \left(\frac{m_i}{M} P - \tilde{p}_i \right) \times \\
& \times \hat{g}_0 \left(\frac{M_i}{M} P + \tilde{p}_i'', \tilde{p}_i'' \right) T_{0i}^{0m} (P\tilde{p}_i''\tilde{p}_i''\tilde{p}_i'') d\tilde{p}_i'' d\tilde{p}_i'' + \frac{\sum_{n'}^n}{(2\pi)^{12}i} \int \langle K_{\Pi} - K_i \rangle_{ii}^{0n'} (P\tilde{p}_i\tilde{p}_i\tilde{p}_i) \times \\
& \times S_i \left(\frac{m_i}{M} P - \tilde{p}_i \right) \delta \left[\left(\frac{M_i}{M} P + \tilde{p}_i \right)^2 - \mu_n^{i2} \right] \theta \left(\frac{M_i}{M} P_0 + \tilde{p}_i \right) T_{ii}^{n'm} (P\tilde{p}_i\tilde{p}_i) d\tilde{p}_i''.
\end{aligned} \tag{18б}$$

В формулах (17) — (18) функция S_i — одночастичная функция Грина, а $\langle K_{\Pi} - K_i \rangle_{ii}^{0m} (P\tilde{p}_i\tilde{p}_i\tilde{p}_i)$ и т. д. означают $\langle K_{\Pi} - K_i \rangle$, проинтегрированные с соответствующими функциями χ ⁽⁵⁾.

Таким образом, мы получили две системы уравнений: систему (17), связывающую амплитуды рассеяния на связанном состоянии (без его распада, но с возможным переходом в другое энергетическое состояние внутри той же двухчастичной подсистемы) T_{ii}^{nm} и амплитуды рассеяния трех несвязанных частиц с образованием двухчастичных связанных состояний T_{i0}^{n0} , и систему (18), связывающую те же амплитуды рассеяния на связанном состоянии T_{ii}^{nm} и амплитуды рассеяния на связанном состоянии с его распадом T_{0i}^{0m} .

³⁰. Все предыдущее рассмотрение относилось к случаю парного взаимодействия. В то же время учет трехчастичных сил может оказаться существенным для некоторых задач с участием трех частиц ⁽⁶⁾. Поэтому мы учтем трехчастичные силы, считая, что ядро трехчастичного уравнения Бете — Солпитера теперь имеет вид

$$K = \sum_{\alpha} K_{\alpha} + K_T = K_{\Pi} + K_T. \tag{19}$$

Введем новые операторы перехода W_{ih} , определив их уравнениями

$$W_{ih} = (K_{\Pi} - K_i + K_T) + W_{ijg_j}(K_{\Pi} - K_h + K_T). \tag{20}$$

Представляя W_{ih} в виде

$$W_{ih} = M_{ih} + A_{ih}, \tag{21}$$

получим

$$A_{ih} = K_T + M_{ijg_j}K_T + A_{ijg_j}(K_{\Pi} - K_h + K_T). \tag{22}$$

Отсюда имеем, используя (4) и (5):

$$g_i A_{ihg_h} = g_{\Pi} K_T g_{\Pi} + g_i A_{ihg_h} K_T g_{\Pi}. \tag{23}$$

Полагая $g_i A_{ihg_h} = g_{\Pi} T g_{\Pi}$, находим уравнение для T

$$T = K_T + T g_{\Pi} K_T = K_T + T g_i K_T + T g_i M_{ihg_h} K_T. \tag{24}$$

Снова используя уравнения (4) и (5), получим из (21)

$$W_{ih} = M_{ih} + T + T g_h M_{hh} + M_{ijg_j} T + M_{ijg_j} T g_h M_{hh}. \tag{25}$$

4⁰. Теперь, применяя технику, аналогичную описанной в 2⁰, можно получить выражения для матричных элементов операторов перехода с учетом трехчастичных сил, считая, что нам известны матричные элементы операторов перехода без учета трехчастичных сил M_{ik} (которые можно получить из уравнений (17) — (18)) и матричные элементы амплитуды T (которые следует брать из (24)). Ввиду недостатка места эти соотношения здесь не приведены.

Однако можно воспользоваться приближением сильной связи внутри двухчастичного связанного состояния (7). Тогда вместо (25) и (24) получим соответственно

$$\mathcal{F}_{ii}^{nm}(P\tilde{p}_i\tilde{p}'_i) = \langle K_T \rangle_{ii}^{nm}(P\tilde{p}_i\tilde{p}'_i) + \frac{\sum_{n'} \int \frac{d\tilde{p}_i'' \mathcal{F}_{ii}^{n'n'}(P\tilde{p}_i\tilde{p}''_i) S_i\left(\frac{m_i}{M}P - \tilde{p}_i''\right)}{M P_0 + \tilde{p}_{i0}'' - \sqrt{\left(\frac{M_i}{M}P + \tilde{p}_i''\right)^2 + \mu_{n'}^2 + i\varepsilon}} \times$$

$$\times \left\{ \langle K_T \rangle_{ii}^{n'm}(P\tilde{p}_i\tilde{p}'_i) + \sum_{r''} \int \frac{d\tilde{p}_i''' T_{ii}^{n'n''}(P\tilde{p}_i\tilde{p}'''_i) S_i\left(\frac{m_i}{M}P - \tilde{p}_i'''\right) \langle K_T \rangle_{ii}^{n''m}(P\tilde{p}_i\tilde{p}'_i) \right\}; \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \dot{T}_{ii}^{nm}(P\tilde{p}_i\tilde{p}'_i) &= T_{ii}^{nm}(P\tilde{p}_i\tilde{p}'_i) + \mathcal{F}_{ii}^{nm}(P\tilde{p}_i\tilde{p}'_i) + \\ &+ \sum_{n''} \int \frac{d\tilde{p}_i'' S_i\left(\frac{m_i}{M}P - \tilde{p}_i''\right)}{M P_0 + \tilde{p}_{i0}'' - \sqrt{\left(\frac{M_i}{M}P + \tilde{p}_i''\right)^2 + \mu_{n''}^2 + i\varepsilon}} \times \\ &\times \left\{ \mathcal{F}_{ii}^{n'n''}(P\tilde{p}_i\tilde{p}''_i) T_{ii}^{n''m}(P\tilde{p}_i\tilde{p}'_i) + T_{ii}^{n'n''}(P\tilde{p}_i\tilde{p}''_i) \mathcal{F}_{ii}^{n''m}(P\tilde{p}_i\tilde{p}'_i) + \right. \\ &\left. + \sum_{n'''} \int \frac{T_{ii}^{n'n'''}(P\tilde{p}_i\tilde{p}'''_i) \mathcal{F}_{ii}^{n''n'''}(P\tilde{p}_i\tilde{p}'''_i) S_i\left(\frac{m_i}{M}P - \tilde{p}_i'''\right) T_{ii}^{n''m}(P\tilde{p}_i\tilde{p}'_i) d\tilde{p}_i'''}{M P_0 + \tilde{p}_{i0}''' - \sqrt{\left(\frac{M_i}{M}P + \tilde{p}_i'''\right)^2 + \mu_{n'''}^2 + i\varepsilon}} \right\}; \quad (27) \end{aligned}$$

где

$$\mathcal{F}_{ii}^{nm}(P\tilde{p}_i\tilde{p}'_i) = \int \chi_{P\tilde{p}_i}^{0n}(\tilde{X}\tilde{x}_i\tilde{x}_i) T(X - Y, \tilde{x}_i\tilde{x}_i\tilde{y}_i\tilde{y}_i) \chi_{P\tilde{p}'_i}^{om}(Y\tilde{y}_i\tilde{y}_i) dX dY d\tilde{x}_i d\tilde{y}_i d\tilde{x}_i d\tilde{y}_i; \quad (28)$$

$$\dot{T}_{ii}^{nm}(P\tilde{p}_i\tilde{p}'_i) = \int \chi_{P\tilde{p}_i}^{0n}(\tilde{X}\tilde{x}_i\tilde{x}_i) W_{ii}(X - Y, \tilde{x}_i\tilde{x}_i\tilde{y}_i\tilde{y}_i) \chi_{P\tilde{p}'_i}^{om}(Y\tilde{y}_i\tilde{y}_i) dX dY d\tilde{x}_i d\tilde{y}_i d\tilde{x}_i d\tilde{y}_i. \quad (29)$$

В заключение автор выражает благодарность акад. Н. Н. Боголюбову, Д. Стоянову и А. Н. Тавхелидзе за ценные обсуждения.

Объединенный институт ядерных исследований

Поступило
29 VI 1965

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ Л. Д. Фаддеев, ЖЭТФ, 39, 1459 (1960). ² Д. Стоянов, Препринт Объединен. инст. ядерн. исслед., Дубна, P-1777, 1964. ³ D. Stoyanov, A. N. Tavkheldze, Phys. Lett., 13, 76 (1964). ⁴ V. P. Shelest, D. Stoyanov, Phys. Lett., 13, 253 (1964). ⁵ Д. Стоянов, В. П. Шелест, Препринт Объединен. инст. ядерн. исслед., Дубна, P-2066, 1965. ⁶ R. Sawyer, Preprint, Cambridge, Mass., 1965. ⁷ D. Stoyanov, V. P. Shelest, Preprint, Dubna, E-2108, 1965.