ТЕПЛОФИЗИКА ВЫСОКИХ ТЕМПЕРАТУР, 2001, том 39, № 5, с. 693–698

ИССЛЕДОВАНИЕ ПЛАЗМЫ

УДК 533.9

ОБОБЩЕННЫЕ ДИСПЕРСИОННЫЕ УРАВНЕНИЯ ПЛАЗМЫ: ТЕОРИЯ И ЭКСПЕРИМЕНТ

© 2001 г. Б. В. Алексеев

Московская государственная академия тонкой химической технологии им. М.В. Ломоносова

Поступила в редакцию 23.02.2001 г.

Установлено соответствие между классическими экспериментальными данными Луни и Брауна и теоретическими результатами, найденными в рамках обобщенной больцмановской физической кинетики.

1. Дисперсионные уравнения плазмы в обобщенной больцмановской кинетической теории. Обобщенное уравнение Больцмана (ОУБ) описывает изменение одночастичной функции распределения f_α ($\alpha = 1, \ldots, \mu$) в μ-компонентной смеси газов на временах порядка времени между столкновениями, гидродинамического времени течения и, в отличие от уравнения Больцмана (УБ), на временах порядка времени столкновения. ОУБ для плазмы имеет вид [1–4]

$$\frac{Df_\alpha}{Dt} - \frac{D}{Dt}\left(\tau_\alpha \frac{Df_\alpha}{Dt}\right) = J_\alpha, \tag{1}$$

где

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_\alpha \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} + \mathbf{F}_\alpha \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}_\alpha}$$

– субстанциональная производная, содержащая самосогласованную силу $\mathbf{F}_\alpha$; J_α – классический (больцмановский) интеграл столкновений; τ_α – среднее время между "близкими" столкновениями частиц. В гидродинамическом режиме время τ_α может быть представлено через кулоновский логарифм Λ, вязкость η_α, статическое давление p_α и коэффициент Π, определяемый моделью взаимодействия частиц [5] (для ионов, например, $\Pi = 1.04$ [6])

$$\tau_\alpha = \Lambda \Pi \eta_\alpha p_\alpha^{-1}. \tag{2}$$

Обобщенное уравнение Больцмана вообще и для плазмы в частности обладает принципиально важной особенностью – дополнительные члены, входящие в ОУБ, оказываются порядка числа Кнудсена. Это не означает, что в гидродинамическом пределе, когда числа Кнудсена Kn малы, можно пренебречь этими членами. Дело в том, что число Кнудсена входит в этом случае в ОУБ как малый параметр при старшей производной. Следовательно, дополнительные члены в ОУБ (по сравнению с УБ) оказываются существенными при любых Kn и невозможно заранее предсказать порядок величины различий между решениями УБ и ОУБ (см. [3]). В этой связи интересно сравнить с данными экспериментов результаты решения дисперсионных уравнений в рамках модели ОУБ для плазмы в отсутствие магнитного поля. С этой целью изложим некоторые результаты [4] в форме, удобной для сравнения с данными классического эксперимента Луни и Брауна [7]. Укажем те же предположения, которые были сделаны в [4] при выводе дисперсионного уравнения.

1. Интегральный столкновительный член записывается в форме Бхатнагара–Гросса–Крука (БГК)

$$J_\alpha = -\frac{f_\alpha - f_{0\alpha}}{\nu_\alpha^{-1}}. \tag{3}$$

Здесь $f_{0\alpha}$ – некоторая равновесная функция распределения для частиц сорта α; $\nu_\alpha^{-1} = \tau_{p\alpha}$ – время релаксации для частиц сорта α.

2. Эволюция электронов и ионов в самосогласованном электрическом поле соответствует одномерной нестационарной модели.

3. Отклонения функции распределения (ФР) для ионов f_i и электронов f_e от равновесных f_{0i} и f_{0e} считаются малыми

$$\begin{aligned} f_i &= f_{0i}(u) + \delta f_i(x, u, t), \\ f_e &= f_{0e} + \delta f_e(x, u, t). \end{aligned} \tag{4}$$

4. Рассматривается волновой режим, отвечающий некоторому вещественному волновому числу k и комплексной частоте $\omega = \omega' + i\omega''$, что позволяет искать решение ОУБ в форме

$$\delta f_i = \langle \delta f_i \rangle e^{i(kx - \omega t)}, \quad \delta f_e = \langle \delta f_e \rangle e^{i(kx - \omega t)}. \tag{5}$$

5. Квадратичными членами в ОУБ, определяющими отклонение от равновесных значений ФР, пренебрегается.

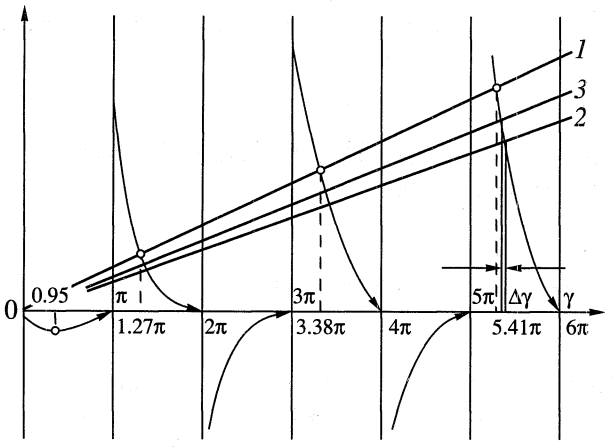

Рис. 1. Графическое решение дисперсионных уравнений (17), (27).

6. Самосогласованные силы

$$F_i = -\frac{e}{m_i}\frac{\partial\varphi}{\partial x}, \quad F_e = -\frac{e}{m_e}\frac{\partial\varphi}{\partial x} \tag{6}$$

малы; здесь e – абсолютное значение заряда электрона; m_i и m_e – массы ионов и электронов

$$\varphi = \langle\varphi\rangle e^{i(kx-\omega t)}. \tag{7}$$

В этих предположениях в [4] получены дисперсионные уравнения. В дальнейшем понадобится лишь частный случай этих дисперсионных уравнений. Введем следующее допущение: ионы покоятся, а электронная компонента имеет максвелловское распределение по скоростям

$$f_{0e} = n_e\left(\frac{m_e}{2\pi k_Б T}\right)^{3/2} e^{-m_e V^2/2k_Б T}, \tag{8}$$

где T – температура электронов. Введем радиус Дебая–Хюккеля

$$r_Д = \sqrt{\varepsilon_0 k_Б T/n_e e^2} \tag{9}$$

и безразмерные переменные, отвечающие, соответственно, частотам колебаний волн электронной компоненты плазмы, обратному времени релаксации и среднему времени между столкновениями электронов и ионов

$$\hat\omega = \omega\frac{1}{k}\sqrt{\frac{m_e}{2k_Б T}},$$
$$\hat\nu = \nu\frac{1}{k}\sqrt{\frac{m_e}{2k_Б T}}, \quad \hat\tau = \tau k\sqrt{\frac{2k_Б T}{m_e}}. \tag{10}$$

Время релаксации $\tau_p = \nu^{-1}$ может быть оценено через среднее время τ между близкими столкновениями и кулоновский логарифм Λ [8]

$$\tau_p = \tau\Lambda^{-1}. \tag{11}$$

В результате можно записать $\tau\nu = \Lambda$, $\hat\tau\hat\nu = \Lambda$.

В классической больцмановской кинетической теории поиск режима затухания плазменных волн в отсутствие столкновений приводит к необходимости вычисления комплексных интегралов, полюса подынтегральных выражений которых не находятся в верхней (при выбранном виде решения (5)) полуплоскости. В результате появляется необходимость применения искусственного приема – правила Ландау обхода снизу полюса, расположенного на действительной оси. Исчерпывающая критика подобного подхода дана в работе [9]. Воспользуемся обобщенным дисперсионным уравнением (см. [4]), соответствующим сформулированным выше предположениям, и найдем асимптотические решения, отвечающие затуханию в бесстолкновительной плазме; поэтому параметр τ, с помощью которого строится асимптотическое решение, не появляется в результирующих формулах. С этой целью необходимо исследовать решение дисперсионных уравнений

$$\frac{1+r_Д^2k^2}{2\sqrt{\pi}}e^{\hat\omega'^2-\hat\omega''^2} = \tag{12}$$
$$= \hat\omega''\cos(2\hat\omega'\hat\omega'') - \hat\omega'\sin(2\hat\omega'\hat\omega''),$$

$$\hat\omega'\cos(2\hat\omega'\hat\omega'') + \hat\omega''\sin(2\hat\omega'\hat\omega'') = 0. \tag{13}$$

Введем обозначения

$$\alpha = 2\hat\omega'\hat\omega'', \quad \beta = 1 + r_Д^2k^2 \tag{14}$$

и заметим, что

$$\hat\omega'^2 = -1/2\alpha\,\mathrm{tg}\,\alpha, \quad \hat\omega''^2 = -1/2\alpha\,\mathrm{ctg}\,\alpha,$$
$$\hat\omega'^2 - \hat\omega''^2 = \alpha\,\mathrm{ctg}\,2\alpha. \tag{15}$$

Тогда из (12)–(15) следует

$$-\sin 2\alpha e^{2\alpha\,\mathrm{ctg}\,2\alpha} = \frac{4\pi}{\beta^2}\alpha. \tag{16}$$

Если ввести переменную $\gamma = -2\alpha = -4\hat\omega'\hat\omega''$, то задача сводится к решению трансцендентного уравнения

$$-e^{\gamma\,\mathrm{ctg}\,\gamma}\sin\gamma = \frac{2\pi}{\beta^2}\gamma, \tag{17}$$

которое решается графически или итеративным путем. Графическое решение представлено на рис. 1 для случая $\beta^2 = 1$, что соответствует условию $r_Д^2k^2 \ll 1$ (длинноволновое приближение). Оно свидетельствует о появлении в данном случае дискретного спектра колебаний даже для неограниченной среды. Первые семь значений γ таковы: $\gamma_1 = 1.271\pi$, $\gamma_2 = 3.379\pi$, $\gamma_3 = 5.410\pi$, $\gamma_4 = 7.432\pi$, $\gamma_5 = 9.444\pi$, $\gamma_6 = 11.452\pi$, $\gamma_7 = 13.458\pi$.

В асимптотике при больших нечетных положительных целых числах n ($n > 301$) имеем

$$\gamma_n = (n + 1/2)\pi. \tag{18}$$

Безразмерные частоты $\hat{\omega}'_n$, $\hat{\omega}''_n$ вычисляются по формулам

$$\hat{\omega}'_n = \frac{1}{2}\sqrt{-\gamma_n \operatorname{tg}\frac{\gamma_n}{2}}, \quad \hat{\omega}''_n = -\frac{1}{2}\sqrt{-\gamma_n \operatorname{ctg}\frac{\gamma_n}{2}}; \tag{19}$$

их размерная запись имеет вид

$$\begin{aligned} \omega'_n &= k\sqrt{-\frac{k_Б T}{2m_e}\gamma_n \operatorname{tg}\frac{\gamma_n}{2}}, \\ \omega''_n &= -k\sqrt{-\frac{k_Б T}{2m_e}\gamma_n \operatorname{ctg}\frac{\gamma_n}{2}}. \end{aligned} \tag{20}$$

Асимптотические значения частот таковы:

$$\begin{aligned} \hat{\omega}'_n &= \frac{\sqrt{\gamma_n}}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{\pi\left(n + \frac{1}{2}\right)}, \\ \hat{\omega}''_n &= -\frac{\sqrt{\gamma_n}}{2} = -\frac{1}{2}\sqrt{\pi\left(n + \frac{1}{2}\right)}. \end{aligned} \tag{21}$$

Приведем еще первые семь пар безразмерных частот

$$\begin{aligned} &\hat{\omega}'_1 = 1.484, \quad \hat{\omega}''_1 = -0.673; \\ &\hat{\omega}'_2 = 1.979, \quad \hat{\omega}''_2 = -1.341; \\ &\hat{\omega}'_3 = 2.379, \quad \hat{\omega}''_3 = -1.786; \\ &\hat{\omega}'_4 = 2.691, \quad \hat{\omega}''_4 = -2.169; \\ &\hat{\omega}'_5 = 2.975, \quad \hat{\omega}''_5 = -2.493; \\ &\hat{\omega}'_6 = 3.235, \quad \hat{\omega}''_6 = -2.780; \\ &\hat{\omega}'_7 = 3.473, \quad \hat{\omega}''_7 = -3.043. \end{aligned} \tag{22}$$

Проанализируем теоретические результаты с позиции экспериментальных данных Луни и Брауна [7].

2. Эксперимент Луни и Брауна и результаты теоретических расчетов. В 1954 г. Луни и Браун опубликовали результаты своих экспериментов по обнаружению плазменных волн, возбуждаемых пучком электронов [7]. На рис. 2 приведена схема экспериментальной установки Луни–Брауна, представлявшей собой колбу диаметром около 10 см, в которой создавалась ртутная плазма низкого давления (3×10^{-3} мм рт. ст.) с помощью электрического разряда между двумя катодами К и анодным кольцом А. Электронный пучок, сформированный в боковом отводе, ускорялся напряжением в несколько сот вольт и вводился в плазму через отверстие диаметром 1 мм в стенке колбы. Между ускоряющим анодом А и анодным диском Д, расстояние между которыми составляло 1.5 см, образовывалось ионное облако. Электроны пучка возбуждали колебания в области АД. Для регистрации колебаний использовался подвижный зонд, присоединенный к детектору. На рис. 3 приведены результаты эксперимента Луни и Брауна в том виде, как они были представлены авторами эксперимента. Поскольку плотность электронного пучка пропорциональна току разряда, Луни и Браун привели свои результаты в форме зависимости квадрата частоты колебаний от плотности n_e. На рис. 3 слева показано распределение электрического поля в области АД, штриховая прямая отвечает дисперсионному уравнению

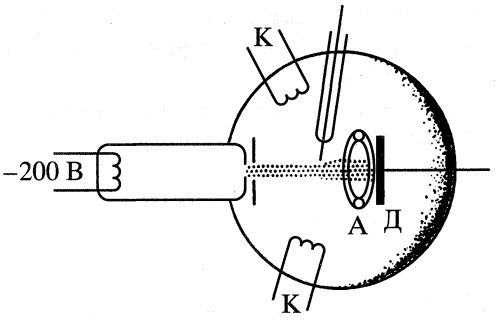

Рис. 2. Схема эксперимента Луни и Брауна по возбуждению плазменных колебаний.

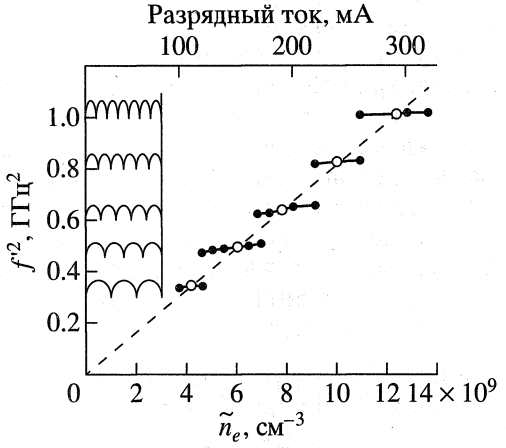

Рис. 3. Зависимость квадратов наблюдавшихся частот в эксперименте Луни и Брауна от электронной плотности плазмы. На вставке показаны наблюдавшиеся колебания в анодном промежутке АД.

$$\omega = \omega_{pe}, \tag{23}$$

где ω_{pe} – частота ленгмюровских колебаний электронов. Уравнение (23) является следствием од-

номерного гидродинамического уравнения движения без учета влияния конвективных членов и градиента давления. Более общая запись этого уравнения с учетом давления электронной компоненты имеет вид

$$\omega^2 - \omega_{pe}^2 = \frac{3}{2}k^2 v_T^2, \tag{24}$$

В (24) $v_T^2 = 2k_Б T/m_e$. Член в правой части (24) опущен при построении штриховой прямой на рис. 3 для лучшего согласования теоретических и экспериментальных данных [7, 10].

Луни и Браун указали на принципиальное противоречие между дисперсионными уравнениями (23), (24), приводящими к сплошному спектру, и данными эксперимента, в котором обнаружен дискретный спектр колебаний. Более того, как следует из рис. 3, с увеличением концентрации электронов пучка наблюдалась ступенчатая кривая с разрывами и слабым увеличением наклона ступенек в пределах площадки, т.е. наблюдался полосатый спектр колебаний. С помощью уравнений (23), (24) или качественных соображений, основанных на теории стоячих волн, невозможно объяснить результаты эксперимента.

Перейдем к анализу экспериментальных данных на основе обобщенных дисперсионных уравнений (12), (13). Прежде всего отметим, что исследование на уровне дисперсионных уравнений не может дать полной картины физических процессов в рассматриваемой системе. Поэтому расчет $\omega(\lambda)$ отражает лишь принципиальные качественные и количественные особенности системы, если известны длины наблюдаемых волн и гидродинамические параметры (прежде всего концентрации компонентов и ионная и электронная температуры).

А. Дисперсионное уравнение (17) приводит к дискретному спектру решений γ_n и, следовательно, $\omega_n'(\lambda_n, T)$, $\omega_n''(\lambda_n, T)$. Дискретный спектр частот наблюдается и в эксперименте. Для перехода к количественным оценкам необходимо оценить температуру электронов в пучке. Из условия совпадения расчетного значения квадрата линейной частоты

$$f_1'^2 = \hat{\omega}_1'^2 \frac{2k_Б T}{\lambda_1^2 m_e} \tag{25}$$

и ее экспериментального значения ($f_1'^2 = 3 \times \times 10^{17}$ Гц^2) следует $T \simeq 40$ эВ. Прямого измерения температуры в эксперименте не проводилось, но приведенное значение согласуется с косвенными данными эксперимента. При этом, как следует из эксперимента, для нижнего уровня частоты длина волны $\lambda_1 \simeq 1$ см и $r_Д^2 k^2 \simeq 0.2$. Следовательно, в эксперименте не реализуются условия

$$r_Д^2 k^2 \ll 1, \quad \lambda \gg r_Д,$$

при которых находят решение классического дисперсионного уравнения, отвечающего затуханию Ландау [11]. Приведенные выше решения уравнения (17) найдены для предельного случая

$$\beta^2 = 1. \tag{26}$$

Однако прямая $2\pi\gamma$ пересекает (см. рис. 1) кривую $\Phi(\gamma) = e^{\gamma \operatorname{ctg}\gamma} \sin\gamma$ в области быстрого изменения функции $\Phi(\gamma)$. В результате вариация тангенса угла наклона прямой в области существования решения уравнения (17) приводит лишь к малому изменению решения γ_n. Для оценки

$$f_n'^2 = \hat{\omega}_n'^2 \frac{2k_Б T}{\lambda_n^2 m_e} \tag{27}$$

следует использовать расчетные значения $\hat{\omega}_n'^2$ и экспериментальные величины λ_n и T. Температуру электронов в экспериментах, приводящих к частотам f_n', можно оценить из простейшего условия равновесия пучка

$$p_e = p_{pl}, \tag{28}$$

где p_e – давление, созданное электронами пучка, а p_{pl} – давление ртутной плазмы. В результате появляется разумное (с точностью от 20 до 50%) количественное согласование теоретических и экспериментальных данных, соответствующих наблюдавшимся уровням $f_n'^2$ со второго по пятый.

Б. Прямая линия *1* на рис. 1 при условии (26) имеет максимально возможный наклон. Положение прямой линии *2* отвечает некоторому значению $r_Д^2 k^2$, отличному от нуля, и носит иллюстративный характер. Пусть теперь концентрация пучковых электронов n_e начинает увеличиваться, при этом в первом приближении остальные параметры плазмы считаются неизменными. Увеличение n_e приводит к уменьшению (см. (9)) радиуса Дебая–Хюккеля $r_Д$ и росту угла наклона прямой линии *2*, перемещающейся в положение *3*. Прямая линия приближается к положению *1*. Вместо некоторого дискретного набора γ_n появится набор возможных интервалов $\Delta\gamma_n$, а, следовательно, и интервалов $\Delta\omega_n'$, $\Delta\omega_n''$. Итак, появляются площадки наблюдаемых в эксперименте величин $\omega_n'^2$.

В. С помощью прямого расчета можно убедиться в том, что функция

$$F(\gamma_n) = \frac{\gamma_n}{4}\mathrm{tg}\left(-\frac{\gamma_n}{2}\right) \tag{29}$$

растет с уменьшением γ_n. Следовательно, квадрат частоты $\omega_n'^2$ с ростом концентрации пучковых электронов будет слегка расти в пределах площадки

$$\omega_{n,\gamma-\Delta\gamma}'^2 = \omega_{n,\gamma}'^2 + o(|\Delta\gamma_n|). \tag{30}$$

Этот эффект также наблюдается в эксперименте.

Г. Квадрат частоты колебаний плазменных волн $\omega_n'^2$ пропорционален энергии волн. Следовательно, энергия плазменных волн квантуется, причем с ростом n в асимптотике

$$\hat{\omega}_n'^2 = \frac{\pi}{4}\left(n + \frac{1}{2}\right) \tag{31}$$

и квадраты возможных безразмерных значений частот становятся эквидистантными

$$\hat{\omega}_{n+1}'^2 - \hat{\omega}_n'^2 = \frac{\pi}{4}. \tag{32}$$

Д. Исследуем влияние движения ионов на решение дисперсионного уравнения. Распределение электронов по скорости считается максвелловским, тепловым движением ионов пренебрегается. Функция распределения для ионов записывается в этом случае в виде

$$f_i = n_i\delta(\mathbf{v}_i). \tag{33}$$

Обобщенное дисперсионное уравнение в бесстолкновительной асимптотике приобретает вид

$$1 + \frac{1}{r_Д^2 k^2}[1 + 2\pi i\hat{\omega}e^{\hat{\omega}'^2 - \hat{\omega}''^2}] = \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2}, \tag{34}$$

где ω_{pi} – ионная ленгмюровская частота. При $r_Д^2 k^2 \longrightarrow \infty$ из (34) следует

$$\omega' = \omega_{pi}. \tag{35}$$

Как и следовало ожидать, колебания происходят с ионной ленгмюровской частотой.

Введем параметр

$$\varepsilon = \frac{m_e n_i}{2m_i n_e}.$$

Тогда уравнение (34) записывается в виде

$$1 + r_Д^2 k^2 + 2\pi i\hat{\omega}e^{\hat{\omega}'^2 - \hat{\omega}''^2} = \frac{\varepsilon}{\hat{\omega}^2}. \tag{36}$$

В условиях обсуждаемого эксперимента ε – малая величина. Однако в общем случае, если $n_i \gg n_e$ и параметр ε не слишком мал, может возникнуть необходимость учета движения ионов. Для решения уравнения (36) можно использовать метод возмущений, представив частоты в виде рядов

$$\hat{\omega}' = \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon^k \hat{\omega}'^{(k)}, \tag{37}$$

$$\hat{\omega}'' = \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon^k \hat{\omega}''^{(k)}. \tag{38}$$

При $k = 0$ в первом приближении получаем уравнения (12), (13) как результат разделения действительной и мнимой частей уравнения (36). Во втором приближении ($k = 1$) имеем

$$\hat{\omega}'^{(1)}\left[\cos\frac{\gamma_0}{2} - \frac{\gamma_0}{2}\mathrm{ctg}\frac{\gamma_0}{2}\right] + \hat{\omega}''^{(1)}\left[\sin\frac{\gamma_0}{2} + \frac{\gamma_0}{2}\right] =$$

$$= \frac{\sin^2\gamma_0}{\gamma_0\sqrt{\pi}}e^{\frac{\gamma_0}{2}\mathrm{ctg}\gamma_0} - \hat{\omega}'^{(0)},$$

$$\hat{\omega}'^{(1)}\left[\frac{\beta}{\sqrt{\pi}}\hat{\omega}'^{(0)}e^{\frac{\gamma_0}{2}\mathrm{ctg}\gamma_0} - \frac{\gamma_0}{2} - \sin\frac{\gamma_0}{2}\right] -$$

$$- \hat{\omega}''^{(1)}\left[\frac{\beta}{\sqrt{\pi}}\hat{\omega}''^{(0)}e^{\frac{\gamma_0}{2}\mathrm{ctg}\gamma_0} + \cos\frac{\gamma_0}{2} + \frac{\gamma_0}{2}\mathrm{tg}\frac{\gamma_0}{2}\right] =$$

$$= \frac{\sin 2\gamma_0}{2\gamma_0\sqrt{\pi}}e^{\frac{\gamma_0}{2}\mathrm{ctg}\gamma_0} + \hat{\omega}''^{(0)},$$

где γ_0 – решение уравнения (17), отвечающее первому приближению. Для оценки эффекта приведем результат расчета коэффициентов разложений (37), (38) во втором приближении

$$\hat{\omega}'^{(1)} = 3.05, \quad \hat{\omega}''^{(1)} = -0.87.$$

Полное решение краевой задачи о пространственной и временной эволюции плазмы в установке Луни и Брауна может быть получено лишь в результате решения ОУБ. Тем не менее исследованное дисперсионное уравнение правильно отражает основные, характерные черты экспериментальных результатов.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 99-02-16-071).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Alexeev B. V.* The Generalized Boltzmann Equation, Generalized Hydrodynamic Equations and Their Application // Phys. Trans. Roy. Soc. London. A. 1994. V. 349. P. 417.
2. *Alexeev B.V.* The Generalized Boltzmann Equation // Physica A. 1995. V. 216. P. 459.
3. *Алексеев Б.В.* Физические основы обобщенной больцмановской кинетической теории газов // УФН. 2000. Т. 170. № 6. С. 649.
4. *Алексеев Б.В.* Дисперсионные уравнения плазмы в обобщенной больцмановской кинетической теории // ТВТ. 2000. Т. 38. № 3. С. 374.
5. *Чепмен С., Каулинг Т.* Математическая кинетика неоднородных газов. М.: Изд-во иностр. лит., 1960. С. 116, 261.
6. *Брагинский С.И.* Явления переноса в плазме. В кн.: Вопросы теории плазмы. Т. 1. М.: Госатомиздат, 1963. С. 183.
7. *Looney D.H., Brown S.C.* The Exitation of Plasma Oscillations // Phys. Rev. 1954. V. 93. № 5. P. 965.
8. *Трубников Б.А.* Столкновения частиц в полностью ионизированной плазме. В кн.: Вопросы теории плазмы. Т. 1. М.: Госатомиздат, 1963. С. 98.
9. *Сошников В.Н.* Некоторые парадоксы затухания Ландау. В кн.: Электродинамика частиц и плазмы. М.: Мир, 1996.
10. *Чен Ф.* Введение в физику плазмы. М.: Мир, 1987.
11. *Климонтович Ю.Л.* Статистическая теория неравновесных процессов в плазме. М.: Изд-во МГУ, 1964.