

Math-Net.Ru

All Russian mathematical portal

A. S. Sigov, E. G. Andrianova, L. A. Istratov, Stochastic dynamics of self-organizing social systems with memory (electoral processes), *Inform. Primen.*, 2021, Volume 15, Issue 2, 112–121

DOI: 10.14357/19922264210216

Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that you have read and agreed to these terms of use

<http://www.mathnet.ru/eng/agreement>

Download details:

IP: 18.97.14.87

March 18, 2025, 00:23:57



СТОХАСТИЧЕСКАЯ ДИНАМИКА САМООРГАНИЗУЮЩИХСЯ СОЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ С ПАМЯТЬЮ (ЭЛЕКТОРАЛЬНЫЕ ПРОЦЕССЫ)

А. С. Сигов¹, Е. Г. Андрианова², Л. А. Истратов³

Аннотация: Обсуждаются вопросы применения методологии и подходов теоретической информатики для анализа и моделирования социальных групповых процессов. Обработка социологических данных электоральной кампании выборов президента США в 2016 г. позволила построить гистограммы плотности вероятности амплитуд отклонений предпочтений избирателей в зависимости от величины интервала времени их определения и разработать модель описания стохастических социальных процессов с учетом самоорганизации и наличия памяти, учитывающую основные характеристики наблюдаемых процессов. При создании модели рассмотрены схемы вероятностей переходов между возможными состояниями социальной системы и выведено нелинейное дифференциальное уравнение второго порядка. Сформулирована и решена граничная задача для определения функции плотности вероятности амплитуды отклонений предпочтений избирателей в зависимости от величины интервала времени ее определения. Дифференциальное уравнение модели содержит член, отвечающий за возможность самоорганизации, а также учитывает наличие памяти. Возможность возникновения осцилляций определяется начальными условиями. Разработанную модель можно использовать для анализа электоральных кампаний и принятия решений.

Ключевые слова: функция распределения амплитуд колебаний; стохастическая динамика; самоорганизация; наличие памяти; осцилляции плотности вероятности; электоральные процессы

DOI: 10.14357/19922264210216

1 Введение

Человеческий фактор в социальных системах активно влияет на происходящие явления, внося неопределенность воздействием на протекающие процессы и создавая возможности для самоорганизации систем. Возможность появления памяти о предыдущих состояниях системы и оказанных на нее воздействиях приводит к существенно нелинейной динамике процессов в социальных системах. Применение методов и средств теоретической информатики и кибернетики для моделирования динамики самоорганизующихся социальных систем с памятью позволяет получить качественно новые результаты для описания социальных систем.

2 Обзор исследований по анализу и моделированию социальных процессов

Социальные процессы характеризуются сложными механизмами протекания и стохастичностью. Различные множественные состояния зависят от

влияния друг на друга участников процесса [1, 2]. Изначально теоретические подходы к описанию социальных систем имели много общего с кинетическим описанием физических систем [3, 4]. Эти модели актуальны, однако наблюдения процессов в социальных сетях показали ограничения кинетических моделей. В частности, кинетические модели фокусируются на появлении мгновенных глобальных каскадов, инициированных одиночными локальными возмущениями.

Известны примеры, когда главную роль играют пороговые механизмы развития процессов в социальных системах. Состояния узлов могут зависеть от внешних импульсов, например из средств массовой информации [5], определяющих стохастическую составляющую процессов.

Более поздние модели описания процессов в социальных сетях используют стохастические подходы, учитывающие зависимости состояний от времени [6–8]. В работе [6] рассматривается модель смешанного членства в стохастически формирующихся группах, основанная на рассмотрении парных измерений, таких как присутствие или от-

¹МИРЭА — Российский технологический университет (РТУ МИРЭА), sigov@mirea.ru

²МИРЭА — Российский технологический университет (РТУ МИРЭА), andrianova@mirea.ru

³МИРЭА — Российский технологический университет (РТУ МИРЭА), istratov@mirea.ru

существование связей между парой объектов. Данная модель позволяет при определенных допущениях отследить динамику изменения численности членов в формирующихся группах и кластеризацию членов по группам. В работах [7, 8] групповые социальные процессы рассматриваются с позиций теории перколяции, что позволяет учитывать структуру сети. В частности, было исследовано влияние плотности сети на величину порога ее перколяции (проводимости сети в целом) и динамику его достижения. Для моделирования поведения участников социальных процессов используют теорию много-агентных систем. На основании некоторых правил переходов агенты принимают определенные состояния, образуют связанную по своим свойствам группу, могут сотрудничать, чтобы решить некую задачу или достигнуть определенной цели [8], а поведение агентов может зависеть от динамически меняющихся условий [9].

В работе [10] использована теория клеточных автоматов для описания социальной системы, поведение которой зависит от свойств внешней среды и структуры поведения. Поведение социальной системы описывают четыре параметра: разнообразие; связность; взаимозависимость; адаптируемость. При увеличении взаимозависимости и адаптивности поведение системы становится более упорядоченным и целенаправленным. Считаем, что дальнейшая разработка моделей поведения участников социальных процессов является актуальной задачей. Рассмотрена электоральная кампания как стохастический динамический процесс перехода между возможными состояниями системы с течением времени. Изменения состояния могут иметь не только случайный характер, но и учитывать возможные процессы самоорганизации, наличие памяти и осцилляции.

Более подробное описание математических моделей динамики процессов в сложных социальных и экономических системах можно найти в обзоре [11] и ряде других оригинальных работ [12–22].

3 Выбор данных для анализа динамики социальных процессов и получение гистограмм статистических распределений и их моментов

Для создания и проверки модели требуется значительный объем наблюдаемых данных. Большая статистически достоверная база данных по электоральным процессам доступна на ресурсе <http://www.realclearpolitics.com>. Анализ динамики изменения настроений избирателей в ходе предвыборных кампаний и прогнозирование на ее основе итогов представляет огромный интерес. Поэтому для анализа и разработки модели выбраны электоральные процессы. Для обработки наблюдаемых данных (изменения процентов предпочтения избирателей в США на протяжении 500 дней, с 1 июля 2015 г. по 7 ноября 2016 г.) и определения функций плотности вероятности амплитуд колебаний предпочтений избирателей использован следующий алгоритм.

1. Выбираем все значения исследуемых предпочтений избирателей за некоторый диапазон времени (сутки, неделя, месяц и т. д.), вычисляем значения амплитуды изменения величины колебаний предпочтений избирателей за различные интервалы времени.

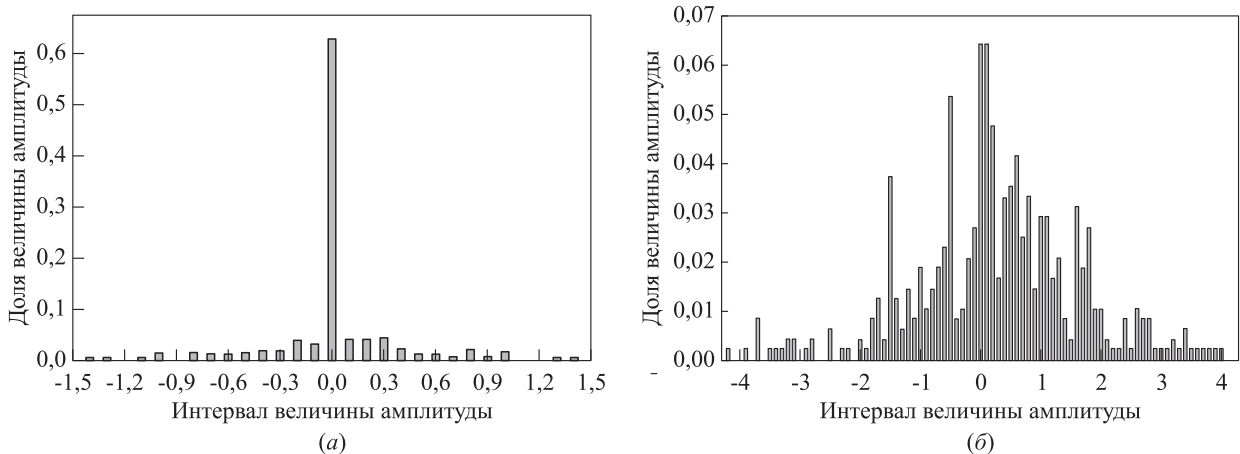


Рис. 1 Гистограммы плотности вероятности амплитуд отклонений предпочтений избирателей для различных интервалов времени их расчета: (а) 1 день; (б) 10 дней

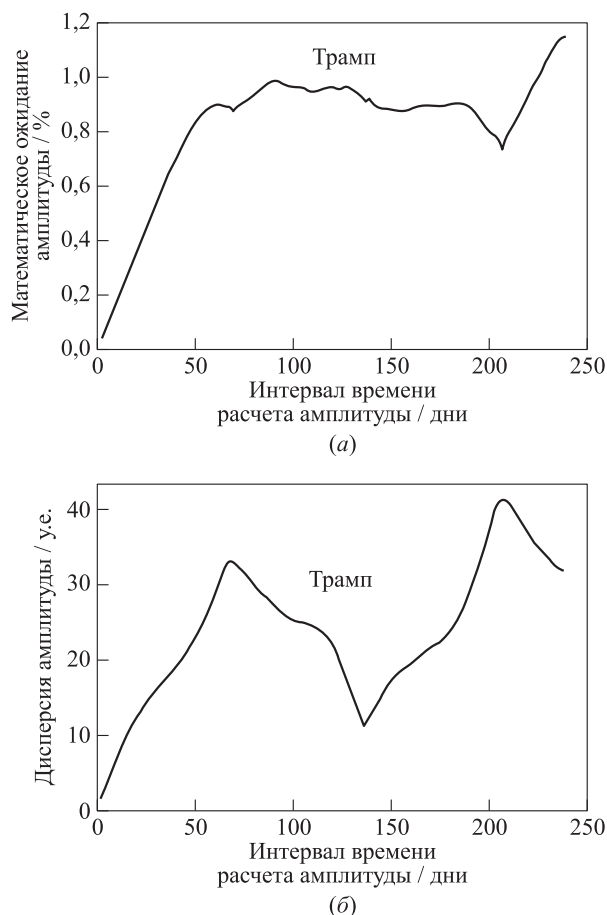


Рис. 2 Зависимости математического ожидания (а) и дисперсии (б) амплитуд отклонений предпочтений избирателей

- Полученные для каждого из расчетных интервалов времени значения амплитуд сортируем в порядке возрастания и для каждого из интервалов строим гистограммы плотности распределения амплитуд (рис. 1).
- По полученным гистограммам для каждого из интервалов времени расчета амплитуд вычисляем моменты распределений (среднее значение — математическое ожидание, дисперсия), проводим построение их зависимостей от величины интервала времени расчета амплитуды.

Визуальный анализ данных (см. рис. 1) показывает, что для небольших интервалов времени расчета амплитуд колебаний предпочтений избирателей (один день) гистограммы имеют большой центральный пик вблизи нулевого значения (вероятность около 0,60), а амплитуды с большими значениями имеют маленькую вероятность. При увеличении интервала времени определения амплитуды колебаний предпочтений избирателей центральный пик

уменьшается, ширина распределения увеличивается, появляются осцилляции.

На рис. 2 приведены графики зависимостей математического ожидания и дисперсии амплитуд отклонений предпочтений избирателей от величины интервала времени, для которого они были рассчитаны по наблюдаемым данным (см. рис. 1). Наблюдаемые процессы носят сложный характер.

4 Модель стохастической динамики формирования состояний социальных систем с учетом процессов самоорганизации и наличия памяти

4.1 Вывод основного уравнения модели

Все множество возможных величин амплитуд отклонений предпочтений избирателей для любой величины интервала времени t обозначим X . Считаем, что интервал времени t состоит из малых частей τ . Тогда любое значение интервала времени t представим как $t_h = h\tau$, где h — номер шага ($h = 0, 1, 2, \dots, N$). Величину амплитуды для выбранного интервала времени t обозначим x_h ($x_h \in X$). Анализ наблюдаемых величин амплитуд (см. рис. 1) показывает, что x_h могут иметь положительные и отрицательные значения. Предположим, что значение амплитуды x_h при изменении дискретного времени h на единицу может увеличиваться на некоторую малую величину ε или уменьшаться на величину ξ . Найдем вероятность $P(x, h)$ того, что величина амплитуды отклонений предпочтений избирателей для некоторого интервала дискретного времени h окажется равна x . Пусть $P(x - \varepsilon, h - 1)$ — вероятность того, что для некоторого $(h - 1)$ амплитуда имела величину $(x - \varepsilon)$; $P(x + \xi, h - 1)$ — вероятность того, что для некоторого $(h - 1)$ амплитуда имеет величину $(x + \xi)$; $P(x, h - 1)$ — вероятность того, что для некоторого $(h - 1)$ амплитуда имеет величину x . Вероятность $P(x, h)$ того, что величина амплитуды отклонения предпочтений избирателей для интервала дискретного времени h окажется равной x (рис. 3), можно определить по формуле:

$$P(x, h) = P(x - \varepsilon, h - 1) + P(x + \xi, h - 1) - P(x, h - 1).$$

Человеческий фактор, внося неопределенность воздействием на процессы и создавая стохастичность, открывает возможности для самоорганизации и определяет наличие памяти о предыдущих

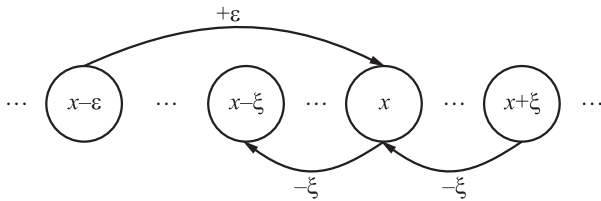


Рис. 3 Схема переходов между величинами амплитуды при изменении h на 1

действиях. Для учета памяти определим вероятности $P(x - \varepsilon, h)$, $P(x + \xi, h)$ и $P(x, h)$ через состояния на предыдущем, $(h - 1)$ -м, шаге. Схемы соответствующих переходов можно изобразить аналогично схеме на рис. 3. Получаем для вероятности перехода:

$$P(x, h + 2) = \{P(x - 2\varepsilon, h) + P(x - \varepsilon + \xi, h) - P(x - \varepsilon, h)\} + \{P(x + \xi - \varepsilon, h) + P(x + \xi, h) - P(x + \xi, h)\} - P(x - \varepsilon, h) - P(x + \xi, h - 1) + P(x, h).$$

Далее, учитывая, что $t = h\tau$, перейдем от h к t , затем разложим в ряд Тейлора:

$$\frac{dP(x, t)}{dt} = a \frac{d^2P(x, t)}{dx^2} - b \frac{dP(x, t)}{dx} - c \frac{d^2P(x, t)}{dt^2}, \quad (1)$$

где

$$a = \frac{\varepsilon^2 - \varepsilon\xi + \xi^2}{\tau}; \quad b = \frac{\varepsilon - \xi}{\tau}; \quad c = \tau.$$

Член уравнения вида $dP(x, t)/dx$ описывает упорядоченный переход либо в состояние, когда оно увеличивается ($\varepsilon > \xi$), либо когда оно уменьшается ($\varepsilon < \xi$); член уравнения вида $d^2P(x, t)/dx^2$ описывает случайное изменение состояния (неопределенность изменения). Член уравнения вида $dP(x, t)/dt$ определим как скорость общего изменения состояния системы с течением времени; член уравнения вида $d^2P(x, t)/dt^2$ описывает процесс, при котором состояния сами становятся источниками возникновения других состояний (*самоорганизация* и ускорение как упорядоченных ($dP(x, t)/dx$), так и случайных ($d^2P(x, t)/dx^2$) переходов).

4.2 Формулировка и решение граничной задачи для нахождения функции распределения амплитуд отклонений предпочтений избирателей

Считая функцию $P(x, t)$ непрерывной, перейдем от вероятности $P(x, t)$ (1) к плотности вероятности

$\rho(x, t) = dP(x, t)/dx$ и сформулируем граничную задачу для нахождения зависимости плотности вероятности наблюдения различных величин амплитуд отклонений предпочтений избирателей за произвольный интервал времени t . Анализ статистических данных показывает, что вероятности наблюдения больших величин амплитуд отклонений предпочтений избирателей в течение рассматриваемых интервалов времени ничтожно малы. Можно предположить, что функция плотности вероятности быстро убывает, и задать граничные условия:

$$\rho(x, t)_{x=\infty} = 0; \quad \rho(x, t)_{x=-\infty} = 0.$$

Первое начальное условие зададим в виде дельта-функции, исходя из того, что для интервала времени $t = 0$ возможно только значение амплитуды $x_0 = 0$:

$$\rho(x, t)|_{t=0} = \delta(x-0) = \begin{cases} \int \delta(x-0) dx = 1, & x = 0; \\ 0, & x \neq 0. \end{cases}$$

Второе начальное условие $(\partial\rho(x, t)/\partial t)|_{t=0}$ задает скорость изменения плотности вероятности для любого значения амплитуды. Сложение множества различных типов поведения избирателей ведет к тому, что некоторые амплитуды могут усиливаться, а некоторые ослабевать. В конечном итоге это приводит к периодичности для некоторых значений амплитуд, т. е. возникновению волн. Так как $\Delta t \rightarrow \tau$ (по условиям протекания процессов), то второе начальное условие можно записать в виде:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial\rho(x, t)}{\partial t} \right|_{t=0} &= \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow \tau} \left. \frac{\rho(x + \Delta x, t + \Delta t) - \rho(x, t)}{\Delta t} \right|_{t=0} = \\ &= \frac{\rho(x + \Delta x, 0 + \tau) - \rho(x, 0)}{\tau} = \frac{1}{\tau} \psi(x) \delta(x - y), \end{aligned}$$

где $\psi(x)$ — некоторая периодическая функция. Из решения граничной задачи для уравнения (1) получаем для функции плотности вероятности амплитуд отклонений предпочтений избирателей следующую зависимость:

$$\begin{aligned} \rho(x, t) &= \frac{\tau U(t - k) e^{(\varepsilon - \xi)x / (2(\varepsilon^2 - \varepsilon\xi + \xi^2))} e^{-t / (2\tau)}}{2\sqrt{\varepsilon^2 - \varepsilon\xi + \xi^2}} \times \\ &\times \left\{ \frac{1}{\tau} \left\{ \frac{1}{2} + \psi(x) \right\} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\{\omega^2 \{t^2 - k^2\}\}^n}{4^n (n!)^2} + \right. \\ &\left. + \frac{t}{t^2 - k^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n \{\omega^2 \{t^2 - k^2\}\}^n}{4^n (n!)^2} \right\}, \quad (2) \end{aligned}$$

где

$$\omega = \sqrt{\frac{\varepsilon\xi}{4\tau^2(\varepsilon^2 - \varepsilon\xi + \xi^2)}};$$

$$k = \frac{|x|\tau}{\sqrt{\varepsilon^2 - \varepsilon\xi + \xi^2}};$$

$\psi(x)$ — периодические функции:

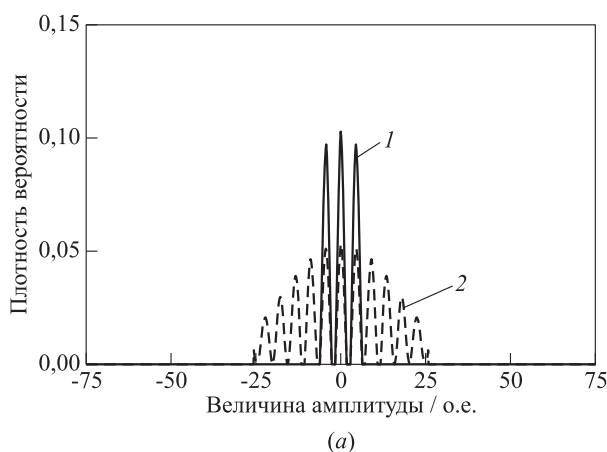
$$\psi(x) = \begin{cases} \cos\left\{2\pi\frac{x}{\lambda}\right\}; \\ \sin\left\{2\pi\frac{x}{\lambda}\right\}; \end{cases}$$

$U(t - k)$ — функция Хэвисайда:

$$U(t - k) = \begin{cases} 0, & \text{если } t < k; \\ \frac{1}{2}, & \text{если } t = k; \\ 1, & \text{если } t > k. \end{cases}$$

Величина λ в периодической функции $\psi(x)$ имеет смысл длины волны для процесса колебаний амплитуды. При отсутствии осцилляций $\psi(x) = 0$. Величина $k = |x|\tau/\sqrt{\varepsilon^2 - \varepsilon\xi + \xi^2}$ имеет смысл времени запаздывания распространения волнового процесса на время, равное k ($k = |x|/V_0$, где $V_0 = \sqrt{\varepsilon^2 - \varepsilon\xi + \xi^2}/\tau = \lambda/\tau$ — скорость распространения волнового процесса, $\lambda = \sqrt{\varepsilon^2 - \varepsilon\xi + \xi^2}$ — длина волны). Для функции $\rho(x, t)$ выполняется условие нормировки

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \rho(x, t) dx = 1.$$



4.3 Анализ модели, учитывающей влияние на амплитуду отклонений предпочтений избирателей, процессов самоорганизации и наличия памяти

На рис. 4 представлены результаты моделирования зависимости плотности вероятности амплитуды отклонения от интервала времени ее расчета для различных наборов параметров ε и ξ с использованием полученного уравнения (2). При увеличении длины волны $\lambda = \sqrt{\varepsilon^2 - \varepsilon\xi + \xi^2}$ число осцилляций на графиках плотности вероятности амплитуд отклонений предпочтений избирателей падает, а при уменьшении — растет. С увеличением интервала времени расчета амплитуд ширина и число осцилляций увеличиваются, а высота распределения уменьшается. При $\varepsilon > \xi$ происходит смещение максимума плотности вероятности вправо, а при $\varepsilon < \xi$ — влево. С ростом интервала времени расчета амплитуд высота распределения уменьшается, а ширина и число осцилляций увеличиваются. Наблюдаются асимметрия распределения относительно линии максимума. Если $\psi(x, \lambda) = 0$, то осцилляции исчезают, а остальные характеристики поведения распределения сохраняют свою тенденцию. При выборе другого набора параметров ξ, ε, τ и t поведение плотностей вероятности амплитуд остается прежним, но значения и положения максимумов на графиках изменяются. Сравнение наблюдаемых гистограмм распределений (см. рис. 1) с результатами теоретического моделирования (см. рис. 4) показывает хорошее соответствие разработанной модели наблюдаемым данным.

На рис. 5 представлены зависимости математического ожидания и дисперсии величины амплитуды в зависимости от интервала времени ее расчета,

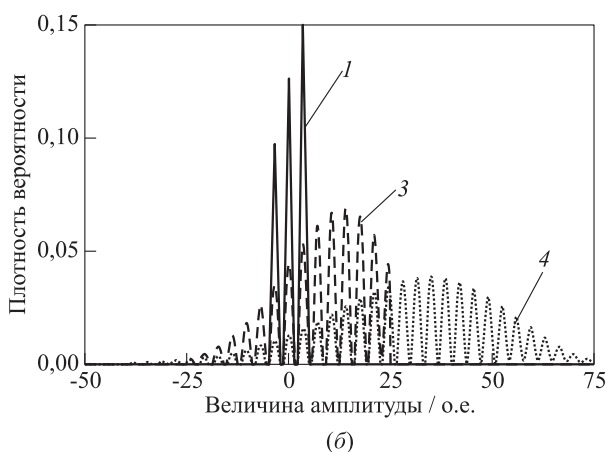


Рис. 4 Теоретические зависимости плотности вероятности величин амплитуд от времени их расчета ($\tau = 0,7$): (а) $\varepsilon = \xi = 4,5$; (б) $\varepsilon = 4,0, \xi = 2,5$; 1 — $t = 1$; 2 — 4; 3 — 5; 4 — $t = 15$

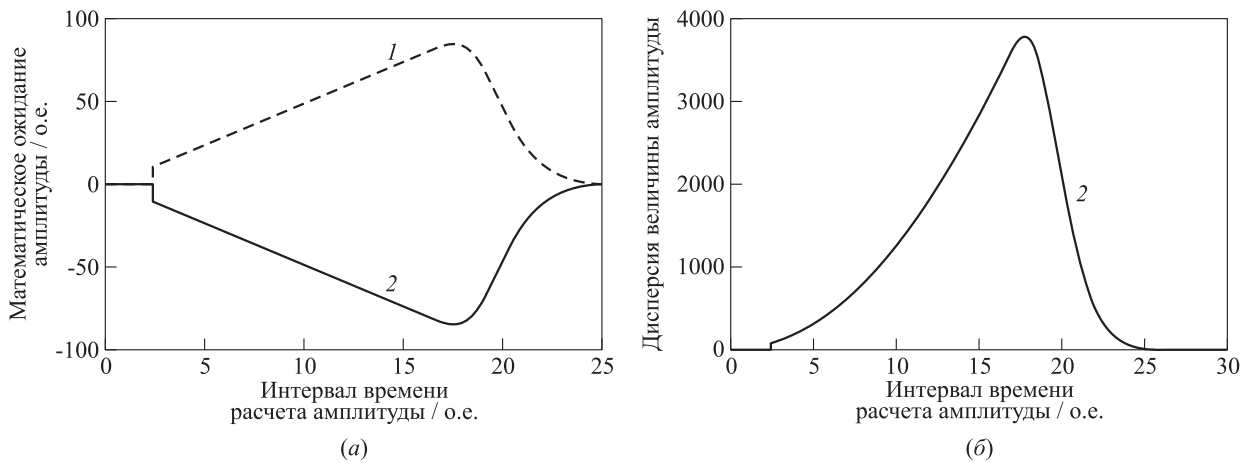


Рис. 5 Теоретические зависимости математического ожидания (а) и дисперсии величин амплитуд (б) от времени их расчета для наборов параметров ($\tau = 0,1$): 1 — $\xi = 0,2$, $\varepsilon = 0,7$; 2 — $\xi = 0,7$, $\varepsilon = 0,2$

полученные с использованием разработанной модели (для различных наборов величин параметров ε и ξ).

Расчеты показывают, что при $\varepsilon > \xi$ наблюдаются амплитуды роста и их значения находятся в положительной области на рис. 5 (кривая 1). При $\varepsilon < \xi$ наблюдаются амплитуды падения, их математическое ожидание находится в отрицательной области (кривая 2). Для наборов параметров с инверсией величин ε и ξ ($\tau = 0,1$): $\xi = 0,7$, $\varepsilon = 0,2$ и $\xi = 0,2$, $\varepsilon = 0,7$ — поведение дисперсии имеет одинаковый характер, так как она является квадратичной величиной и не имеет отрицательных значений.

Среднее значение амплитуды отклонения (математическое ожидание) $\mu(t)$ и дисперсия $\sigma^2(t)$ рассчитываются с использованием выражения (2) следующим образом:

$$\mu(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x\rho(x,t) dx; \quad \sigma^2(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2\rho(x,t) dx.$$

Положение максимумов и другие характеристики процессов зависят от выбора величин параметров модели: при увеличении значений параметров модели ε и ξ математическое ожидание амплитуд уменьшается, а максимум сдвигается в область малых интервалов времени. Зависимости математического ожидания и дисперсии наблюдаемых амплитуд отклонения предпочтений избирателей от величины интервала времени их расчета, полученные из социологических данных (см. рис. 2), отличаются по виду от результатов моделирования, представленных на рис. 5. Предполагая наличие нескольких процессов для выбора предпочтений избирателей по каждому из кандидатов с разными весовыми коэффициентами $\alpha_1, \alpha_2, \dots$ и несколькими

наборами параметров модели ε и ξ , получим результаты теоретического моделирования (рис. 6), хорошо соответствующие наблюдаемым данным ($\tau = 0,1$). Для процесса I (возрастание): $\xi_1 = 0,15$; $\varepsilon_1 = 0,45$; $\alpha_1 = 0,65$; для процесса II (возрастание): $\xi_2 = 0,20$; $\varepsilon_2 = 0,75$; $\alpha_2 = 0,15$; для процесса III (возрастание): $\xi_3 = 0,25$; $\varepsilon_3 = 0,95$; $\alpha_3 = 0,10$; для процесса IV (возрастание): $\xi_4 = 0,30$; $\varepsilon_4 = 1,70$; $\alpha_4 = 0,10$. Весовые коэффициенты каждого из процессов могут быть различными и меняться от 0 до 1. Наличие нескольких процессов для динамики предпочтений одного и того же кандидата может быть обусловлено различными группами избирателей с различным типом поведения при выборе предпочтений, а величина весовых коэффициентов может зависеть от соотношения численности каждой из групп.

Сравнение наблюдаемых данных (см. рис. 2) и результатов теоретического моделирования (см. рис. 6) показывает (с учетом приближенности моделирования), что подбором величин параметров можно получить неплохое совпадение с наблюдаемыми данными. Полученные результаты позволяют сделать общий вывод о том, что созданная модель в целом хорошо описывает наблюдаемую динамику электоральных процессов и ее можно использовать для прогнозирования.

Общий алгоритм прогнозирования:

- 1) на основе наблюдаемых за какой-то промежуток времени данных (например, первая половина избирательной кампании) строим гистограммы, описывающие зависимость амплитуд отклонений предпочтений избирателей от интервала времени их расчета. Далее находим зависимости математического ожидания и дисперсии;

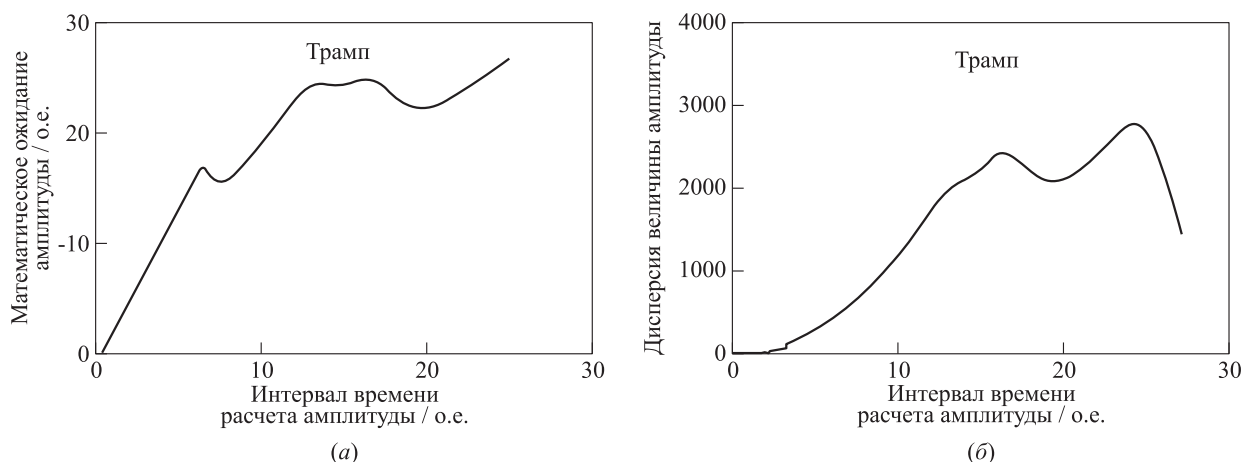


Рис. 6 Теоретическое моделирование зависимостей математического ожидания и дисперсии амплитуд отклонений предпочтений избирателей

(2) на основе уравнения (2) и наблюдаемых характеристик процессов (см. рис. 2) определяем величины параметров ξ и ε . Используем полученные результаты для расчета величины предпочтений избирателей на момент окончания избирательной кампании. Если полученный результат не приводит к победе, то необходимо повлиять на процесс и изменить его параметры. Например, за счет средств массовой информации изменить величину параметра ε в нужную сторону (увеличить свою или уменьшить у соперника).

5 Заключение и выводы

1. Проведен анализ динамики электоральной кампании по выборам президента США в 2016 г. На основании полученных данных построены гистограммы зависимостей амплитуд отклонений предпочтений избирателей от величины интервала времени их определения. На основе обработанных данных наблюдений создана модель стохастической динамики изменения предпочтения избирателей, учитывающая процессы самоорганизации, наличие памяти и хорошо описывающая основные характеристики исследуемых процессов (появление осцилляций, изменение высоты и ширины распределения при изменении интервала времени расчета амплитуд и т. д.).
2. При создании модели стохастической динамики предпочтений избирателей рассмотрены схемы вероятностей переходов между ее возможными состояниями. Выведено нелинейное дифференциальное уравнение второго порядка, сформулирована и решена граничная зада-

ча для определения функции плотности вероятности амплитуды отклонений предпочтений избирателей от величины интервала времени ее определения. Дифференциальное уравнение содержит член, отвечающий за возможность самоорганизации, а также учитывает наличие памяти.

3. Разработанную стохастическую модель динамики изменения величины предпочтений избирателей с учетом процессов самоорганизации, наличия памяти и осцилляций можно использовать для прогнозирования результатов электоральных кампаний и принятия решений.

Литература

1. *Easley D., Kleinberg J.* Networks, crowds, and markets: Reasoning about a highly connected world. — Cambridge: Cambridge University Press, 2010. 819 p. doi: 10.1017/CBO9780511761942.
2. *Karsai M., Iniguez G., Kaski K., Kertesz J.* Complex contagion process in spreading of online innovation // J. R. Soc. Interface, 2014. Vol. 11. Art. ID: 20140694. 8 p. doi: 10.1098/rsif.2014.0694.
3. *Gleeson J. P., Cahalane D. J.* Seed size strongly affects cascades on random networks // Phys. Rev. E, 2007. Vol. 75. Art. ID: 056103. 4 p. doi: 10.1103/PhysRevE.75.0561037.
4. *Barrat A., Barthelemy M., Vespignani A.* Dynamical processes on complex networks. — Cambridge: Cambridge University Press, 2012. 347 p. doi: 10.1017/CBO9780511791383.
5. *Kocsis G., Kun F.* Competition of information channels in the spreading of innovations // Phys. Rev. E, 2011. Vol. 84. Art. ID: 026111. 7 p. doi: 10.1103/PhysRevE.84.026111.
6. *Airoldi E. M., Blei D. M., Fienberg S. E., Xing E. P.* Mixed membership stochastic blockmodels // J. Mach. Learn. Res., 2008. Vol. 9. P. 1981–2014.

7. *Khvatova T., Block M., Zhukov D., Lesko S.* How to measure trust: The percolation model applied to intra-organisational knowledge sharing networks // *J. Knowl. Manag.*, 2016. Vol. 20. Iss. 5. P. 918–935. doi: 10.1108/JKM-11-2015-0464.
8. *Khvatova T. Yu., Zaltsman A. D., Zhukov D. O.* Information processes in social networks: Percolation and stochastic dynamics // *CEUR Workshop Procee.*, 2017. Vol. 2064. P. 277–288.
9. *Plikynas D., Raudys A., Raudys S.* Agent-based modelling of excitation propagation in social media groups // *J. Experimental Theoretical Artificial Intelligence*, 2015. Vol. 27. Iss. 4. P. 373–388. doi: 10.1080/0952813X.2014.954631.
10. *Wang A., Wu W., Chen J.* Social network rumors spread model based on cellular automata // 10th Conference (International) on Mobile Ad-hoc and Sensor Networks Proceedings. — Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2014. P. 236–242. doi: 10.1109/MSN.2014.39.
11. *Андрянова Е. Г., Головин С. А., Зыков С. В., Леско С. А., Чукалина Е. П.* Обзор современных моделей и методов анализа временных рядов динамики процессов в социальных, экономических и социотехнических системах // *Российский технологический ж.*, 2020. Т. 8. № 4(36). С. 7–45. doi: 10.32362/2500-316X-2020-8-4-7-45.
12. *Zhukov D. O., Lesko S. A., Khvatova T. Yu.* Percolation models of information distribution and blocking in social networks // 5th Ashridge Research Conference (International) Global Disruption and Organisational Innovation. — Berkhamsted, U.K., 2016. Art. ID: 23423.
13. *Zhukov D., Khvatova T., Zaltsman A.* Stochastic dynamics of influence expansion in social networks and managing users' transitions from one state to another // 11th European Conference on Information Systems Management and Publishing International Ltd., 2017. P. 322–329.
14. *Zhukov D. O., Alyoshkin A. S., Obukhova A. G.* Modelling to be based on systems of differential kinetic equations to processes group selection voters during the electoral campaign of Trump–Clinton 2015–2016 // 7th Conference (International) on Information Communication and Management Proceedings. — New York, NY, USA: ACM, 2017. P. 88–94.
15. *Sigov A. S., Zhukov D. O., Khvatova T. Yu., Andrianova E. G.* Model of forecasting of information events on the basis of the solution of a boundary value problem for systems with memory and self-organization // *J. Commun. Technol. El.*, 2018. Vol. 18. Iss. 2. P. 106–117.
16. *Zhukov D., Khvatova T., Istratov L.* A stochastic dynamics model for shaping stock indexes using self-organization processes, memory and oscillations // *European Conference on the Impact of Artificial Intelligence and Robotics Proceedings*. — Oxford, U.K.: ACPIL, 2019. P. 390–401.
17. *Zhukov D., Zaltsman A., Khvatova T.* Forecasting changes in states in social networks and sentiment security using the principles of percolation theory and stochastic dynamics // *IEEE Conference (International) "Quality Management, Transport and Information Security, Information Technologies"*. — Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2019. P. 149–153.
18. *Smychkova A., Zhukov D.* Complex of description models for analysis and control group behavior based on stochastic cellular automata with memory and systems of differential kinetic equations // 1st Conference (International) on Control Systems, Mathematical Modelling, Automation and Energy Efficiency Proceedings. — Lipetsk: Lipetsk State Technical University, 2019. P. 218–223.
19. *Zhukov D., Khvatova T., Millar C., Zaltsman A.* Modeling the stochastic dynamics of influence expansion and managing transitions between states in social networks // *Technol. Forecast. Soc.*, 2020. Vol. 158. P. 1–15.
20. *Жуков Д. О., Хватова Т. Ю., Зальцман А. Д.* Моделирование стохастической динамики изменения состояний узлов и перколяционных переходов в социальных сетях с учетом самоорганизации и наличия памяти // *Информатика и её применения*, 2021. Т. 15. Вып. 1. С. 102–110.
21. *Zhukov D., Andrianova E., Trifonova O.* Stochastic diffusion model for analysis of dynamics and forecasting events in news feeds // *Symmetry*, 2021. Vol. 13. Iss. 2. Art. No. 257. 21 p. doi: 10.3390/sym13020257.
22. *Zhukov D., Andrianova E., Novikova O.* Diffusion model for forecasting events in news feeds // *J. Phys. Conf. Ser.*, 2021. Vol. 1727. Iss. 1. P. 21–32.

Поступила в редакцию 15.09.2019

STOCHASTIC DYNAMICS OF SELF-ORGANIZING SOCIAL SYSTEMS WITH MEMORY (ELECTORAL PROCESSES)

A. S. Sigov, E. G. Andrianova, and L. A. Istratov

Russian Technological University (MIREA), 78 Vernadskogo Ave., Moscow 119454, Russian Federation

Abstract: The paper discusses the use of the methods and approaches which are common for theoretical computer science as well as the use of its applications for analysis and modeling of social group processes. Based on the developed model for describing stochastic processes, taking into account self-organization and the presence of memory, an analysis of the voter preference dynamics during the 2016 U.S. presidential campaign was conducted.

The sociological data processing allowed plotting the probability density histograms for the amplitudes of voter preference deviation, depending on their determination interval, and developing a model that well describes the main characteristics of the observed processes (appearance of oscillations, changes in the height and width of the distribution depending on the changes in the amplitude calculation interval, etc.). In the course of building the model, the probability schemes of transitions between the possible states of the social system (voter preferences) were considered and a second-order nonlinear differential equation was derived. In addition, a boundary problem to determine the probability density function of the amplitude of voter preference deviation depending on its determination interval was formulated and solved. The model differential equation has a term responsible for the self-organization possibility and takes into account the presence of memory. The oscillation possibility depends on the initial conditions. The developed model can be used for analyzing election campaigns and making relevant decisions.

Keywords: oscillation amplitude distribution function; stochastic dynamics; self-organization; presence of memory; probability density oscillations; electoral processes

DOI: 10.14357/19922264210216

References

- Easley, D., and J. Kleinberg. 2010. *Networks, crowds, and markets: Reasoning about a highly connected world*. Cambridge: Cambridge University Press. 819 p. doi: 10.1017/CBO9780511761942.
- Karsai, M., G. Iniguez, K. Kaski, and J. Kertesz. 2014. Complex contagion process in spreading of online innovation. *J. R. Soc. Interface* 11:20140694. 8 p. doi: 10.1098/rsif.2014.0694.
- Gleeson, J. P., and D. J. Cahalane. 2007. Seed size strongly affects cascades on random networks. *Phys. Rev. E* 75:056103. 4 p. doi: 10.1103/PhysRevE.75.0561037.
- Barrat, A., M. Barthelemy, and A. Vespignani. 2012. *Dynamical processes on complex networks*. Cambridge: Cambridge University Press. 347 p. doi: 10.1017/CBO9780511791383.
- Kocsis, G., and F. Kun. 2011. Competition of information channels in the spreading of innovations. *Phys. Rev. E* 84:026111. 7 p. doi: 10.1103/PhysRevE.84.026111.
- Airoldi, E. M., D. M. Blei, S. E. Fienberg, and E. P. Xing. 2008. Mixed membership stochastic block-models. *J. Mach. Learn. Res.* 9:1981–2014.
- Khvatova, T., M. Block, D. Zhukov, and S. Lesko. 2016. How to measure trust: The percolation model applied to intraorganisational knowledge sharing networks. *J. Knowl. Manag.* 20(5):918–935. doi: 10.1108/JKM-11-2015-0464.
- Khvatova, T. Yu., A. D. Zaltsman, and D. O. Zhukov. 2017. Information processes in social networks: Percolation and stochastic dynamics. *CEUR Workshop Procee.* 2064:277–288.
- Plikynas, D., A. Raudys, and S. Raudys. 2015. Agent-based modelling of excitation propagation in social media groups. *J. Exp. Theor. Artif. In.* 27(4):373–388. doi: 10.1080/0952813X.2014.954631.
- Wang, A., W. Wu, and J. Chen. 2014. Social network rumors spread model based on cellular automata. *10th Conference (International) on Mobile Ad-Hoc and Sensor Networks Proceedings*. Piscataway, NJ: IEEE. 236–242. doi: 10.1109/MSN.2014.39.
- Andrianova, E. G., S. A. Golovin, S. V. Zykov, S. A. Lesko, and E. R. Chukalina. 2020. Obzor sovremennykh modeley i metodov analiza vremennykh ryadov dinamiki protsessov v sotsial'nykh, ekonomicheskikh i sotsiotekhnicheskikh sistemakh [Review of modern models and methods of analysis of time series of dynamics of processes in social, economic and socio-technical systems]. *Russ. Technological J.* 8(4):7–45. doi: 10.32362/2500-316X-2020-8-4-7-45.
- Zhukov, D. O., S. A. Lesko, and T. Yu. Khvatova. 2016. Percolation models of information distribution and blocking in social networks. *5th Ashridge Research Conference (International) Global Disruption and Organisational Innovation Proceedings*. Berkhamsted, U.K. 23423.
- Zhukov, D., T. Khvatova, and A. Zaltsman. 2017. Stochastic dynamics of influence expansion in social networks and managing users' transitions from one state to another. *11th European Conference on Information Systems Management Proceedings*. Reading: Academic Publishing International Ltd. 322–329.
- Zhukov, D. O., A. S. Alyoshkin, and A. G. Obukhova. 2017. Modelling to be based on systems of differential kinetic equations to processes group selection voters during the electoral campaign of Trump–Clinton 2015–2016. *7th Conference (International) on Information Communication and Management Proceedings*. New York, NY: ACM. 88–94.
- Sigov, A. S., D. O. Zhukov, T. Yu. Khvatova, and E. G. Andrianova. 2018. Model of forecasting of information events on the basis of the solution of a boundary value problem for systems with memory and self-organization. *J. Commun. Technol. El.* 18(2):106–117.
- Zhukov, D., T. Khvatova, and L. Istratov. 2019. A stochastic dynamics model for shaping stock indexes using self-organization processes, memory and oscillations. *European Conference on the Impact of Artificial Intelligence and Robotics Proceedings*. Oxford, U.K.: ACPIL. 390–401.
- Zhukov, D., A. Zaltsman, and T. Khvatova. 2019. Forecasting changes in states in social networks and sentiment security using the principles of percolation theory and stochastic dynamics. *Conference (International) "Quality Management, Transport and Information Security, Infor-*

- mation Technologies” Proceedings*. Piscataway, NJ: IEEE. 149–153.
18. Smychkova, A., and D. Zhukov. 2019. Complex of description models for analysis and control group behavior based on stochastic cellular automata with memory and systems of differential kinetic equations. *1st Conference (International) on Control Systems, Mathematical Modelling, Automation and Energy Efficiency Proceedings*. Lipetsk: Lipetsk State Technical University. 218–223.
 19. Zhukov, D., T. Khvatova, C. Millar, and A. Zaltsman. 2020. Modeling the stochastic dynamics of influence expansion and managing transitions between states in social networks. *Technol. Forecast. Soc.* 158:1–15.
 20. Zhukov, D. O., T. Yu. Khvatova, and A. D. Zaltsman. 2021. Modelirovanie stokhasticheskoy dinamiki izmereniya sostoyaniy uzlov i perkolyatsionnykh perekhodov v sotsial’nykh setyakh s uchetom samoorganizatsii i nalichiya pamyati [Modeling of the stochastic dynamics of changes in node states and percolation transitions in social networks with self-organization and memory]. *Informatika i ee Primeneniya — Inform. Appl.* 15(1):102–110.
 21. Zhukov, D., E. Andrianova, and O. Trifonova. 2021. Stochastic diffusion model for analysis of dynamics and forecasting events in news feeds. *Symmetry* 13(2):257. 21 p. doi: 10.3390/sym13020257.
 22. Zhukov, D., E. Andrianova, and O. Novikova. 2021. Diffusion model for forecasting events in news feeds. *J. Phys. Conf. Ser.* 1727(1):21–32.

Received September 15, 2019

Contributors

Sigov Alexander S. (b. 1945) — Doctor of Science in physics and mathematics, professor, Academician of RAS, President of the Russian Technological University (MIREA), 78 Vernadskogo Ave., Moscow 119454, Russian Federation; sigov@mirea.ru

Andrianova Elena G. (b. 1963) — Candidate of Science (PhD) in technology, associate professor, Russian Technological University (MIREA), 78 Vernadskogo Ave., Moscow 119454, Russian Federation; andrianova@mirea.ru

Istratov Leonid A. (b. 1991) — student, Russian Technological University (MIREA), 78 Vernadskogo Ave., Moscow 119454, Russian Federation; istratov@mirea.ru