

УДК 533.72

О КИНЕТИЧЕСКИХ КОЭФФИЦИЕНТАХ В ГРАНИЧНОЙ ЗАДАЧЕ СКОЛЬЖЕНИЯ МНОГОАТОМНОГО ГАЗА С ВРАЩАТЕЛЬНЫМИ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ

© 2001 г. А. Б. Поддоскин, А. А. Юшканов, Ю. И. Яламов

Московский педагогический университет

Поступила в редакцию 06.02.2001 г.

Решена граничная задача о скольжении неоднородного многоатомного газа вдоль сферической поверхности малой кривизны. Для этого предложено модельное кинетическое уравнение, в котором учтены вращательные степени свободы молекул. Решение выполнено методом полупространственных моментов. Получены газокинетические коэффициенты скольжения и скачки макропараметров газа первого и второго порядка по числу Кнудсена. Эти газокинетические коэффициенты представлены в виде функций, зависящих от коэффициента аккомодации тангенциального импульса, коэффициентов аккомодации трансляционной и ротационной составляющих энергии, числа Прандтля. Для ряда многоатомных газов проведены вычисления указанных коэффициентов.

ВВЕДЕНИЕ

При решении задач динамики неоднородных газов в так называемом режиме со скольжением необходимо знать граничные условия для макропараметров газа: скорости, температуры и др. В работе [1] показано, что для построения теории термофофора умеренно крупных аэрозольных частиц необходимо вычислить газокинетические коэффициенты: изотермического $C_m^{(0)}$ и теплового $K_{TS}^{(0)}$ скольжений, скачок температуры C_t (коэффициенты первого порядка); поправки к коэффициенту теплового скольжения β'_R , связанные с искривленностью поверхности, коэффициент скольжения β_R , возникающий в скорости скольжения вследствие неоднородности градиента температуры около искривленной поверхности и коэффициенты скачков потоков массы C_v и тепла C_q , возникающие в связи с растеканием части соответствующих потоков по слою Кнудсена (коэффициенты второго порядка).

Поэтому в рамках единой кинетической модели необходимо определить весь комплекс газокинетических коэффициентов (первого и второго порядка по числу Кнудсена $\text{Kn} = \lambda/R$, где λ – средняя длина свободного пробега молекул газа, R – радиус частицы), входящих в граничные условия для макропараметров многоатомного газа. В работе [2] такая граничная задача была решена для двухатомного газа с вращательными степенями свободы.

В настоящей работе коэффициенты $C_m^{(0)}$, $K_{TS}^{(0)}$, C_t , β'_R , β_R , C_v , C_q и линейная по Kn поправка к ко-

эффициенту изотермического скольжения C_m' получены для многоатомного газа с вращательными степенями свободы. Для этого используется модельное кинетическое уравнение, которое является обобщением модели, предложенной в [3].

1. Модельное кинетическое уравнение. В работе [3] получено модельное кинетическое уравнение для двухатомных газов, в котором учтены вращательные степени свободы молекул. Там же приведено обоснование и аргументы в пользу этой модели. Ограничиваясь случаем стационарных течений и тем, что в работе будет рассмотрена граничная задача, макропараметры которой мало отличаются от равновесных значений, функцию распределения можно представить в виде [4]

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, \boldsymbol{\omega}) = f_0(1 + \Phi(\mathbf{r}, \mathbf{v}, \boldsymbol{\omega})), \quad (1)$$

где f_0 – максвелловская функция распределения

$$f_0 = n_0 \left(\frac{m}{2\pi k T_0} \right)^{3/2} \frac{(I_1 I_2 I_3)^{1/2}}{(2\pi k T_0)^{3/2}} \exp(-c^2 - c_\omega^2),$$

$$c = \sqrt{m/2kT_0} \mathbf{v}, \quad c_\omega^2 = I_\alpha \omega_\alpha^2 / (2kT_0).$$

Здесь m , I_α и ω_α – масса, компоненты момента инерции и угловой скорости молекулы; \mathbf{v} – скорость поступательного движения молекулы; n_0 , T_0 – равновесные концентрация и температура газа; $\Phi(\mathbf{r}, \mathbf{v}, \boldsymbol{\omega})$ – функция, описывающая состояние газа в неравновесной области. Здесь и далее по повторяющимся греческим индексам проводится суммирование.

Локальная температура вычисляется по формуле

$$T = \frac{1}{3kn} \int f \left[\frac{m}{2} (\mathbf{v} - \mathbf{u})^2 + \frac{1}{2} I_\alpha \omega_\alpha^2 \right] d^3 v d^3 \omega.$$

Запишем модельное кинетическое уравнение для многоатомного газа с вращательными степенями свободы в линеаризованном виде

$$\begin{aligned} \mathbf{c} \cdot \nabla \Phi &= \varepsilon (\mathbf{v} + (c^2 + c_\omega^2 - 3)\boldsymbol{\tau} + \\ &+ 2\mathbf{c}\mathbf{G} + \xi \mathbf{Q}\mathbf{c} (c^2 + c_\omega^2 - 4) - \Phi). \end{aligned} \quad (2)$$

В (2) \mathbf{v} , $\boldsymbol{\tau}$ – отклонения от равновесных значений безразмерной концентрации и температуры; \mathbf{G} , \mathbf{Q} – безразмерные скорость и поток тепла в слое газа, описываемом функцией Φ .

Частота столкновения молекул ε и ξ являются свободными параметрами модели.

Вводя обозначение

$$(\Phi, \Psi) = \int e^{-c^2 - c_\omega^2} \Phi \Psi \frac{d^3 c d^3 c_\omega}{\pi^{3/2} \pi^{3/2}},$$

моменты \mathbf{v} , $\boldsymbol{\tau}$, \mathbf{G} , \mathbf{Q} можно представить в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{v} &= (1, \Phi), \quad \boldsymbol{\tau} = 1/3((c^2 + c_\omega^2 - 3), \Phi), \\ \mathbf{G} &= (\mathbf{c}, \Phi), \quad \mathbf{Q} = (\mathbf{c}(c^2 + c_\omega^2 - 4), \Phi). \end{aligned}$$

Применяя процедуру Чепмена–Энскога к уравнению (2) и ограничиваясь разложением первого порядка, получим функцию распределения Чепмена–Энскога в виде

$$f_{\text{Ch}} = f_0(1 + \Phi_0 + \Psi_{\text{Ch}}), \quad (3)$$

где

$$\Phi_0 = \mathbf{v} + (c^2 + c_\omega^2 - 3)\boldsymbol{\tau} + 2c_\alpha G_\alpha,$$

$$\begin{aligned} \Psi_{\text{Ch}} &= -a_1 c_\alpha g_\alpha (c^2 + c_\omega^2 - 4) - \\ &- b_1 (c_\alpha c_\beta - 1/3 \delta_{\alpha\beta} c^2) \Pi_{\alpha\beta}, \end{aligned}$$

$$b_1 = \frac{2}{\varepsilon}, \quad a_1 = \frac{1}{\varepsilon(1 - 2\xi)},$$

$$\Pi_{\alpha\beta} = \sqrt{\frac{m}{2kT_0}} \frac{\partial u_\beta}{\partial x_\alpha}, \quad g_\alpha = \frac{\partial T}{T_0 \partial x_\alpha}.$$

Вычисляя с помощью функции (3) тензор напряжений $p_{\alpha\beta} = 2P_0(c_\alpha c_\beta, \Psi_{\text{Ch}})$, и вектор потока тепла $q_\alpha = P_0 \sqrt{2kT_0/m} (c_\alpha(c^2 + c_\omega^2 - 4), \Psi_{\text{Ch}})$, найдем

$$a_1 = \frac{2\mu}{\text{Pr} \rho_0 \sqrt{2kT_0}}, \quad b_1 = \frac{4\mu}{\rho_0 \sqrt{2kT_0}}. \quad (4)$$

Здесь $\text{Pr} = c_p \mu / \kappa$ – число Прандтля (c_p – удельная теплоемкость газа при постоянном давлении,

μ и κ – динамическая вязкость и теплопроводность газа); P_0 – давление.

Учитывая (3) и (4), находим связь между параметрами кинетической модели (2) и коэффициентами переноса в виде $\xi = (1 - \text{Pr})/2$, $\varepsilon = \rho_0 / (2\mu) \sqrt{2kT_0/m}$.

Умножая уравнение (2) слева последовательно на единицу, \mathbf{c} , $(c^2 + c_\omega^2 - 4)$ и интегрируя по всему пространству скоростей $(\mathbf{c}, \mathbf{c}_\omega)$, получим законы сохранения массы, импульса и энергии

$$\frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\alpha} = 0, \quad \frac{\partial P_{\alpha\beta}}{\partial x_\alpha} = 0, \quad \frac{\partial q_\alpha}{\partial x_\alpha} = 0.$$

2. Постановка задачи и решения моментных уравнений. Пусть сферическая частица находится в многоатомном газе в поле постоянного градиента температуры $(\nabla T)_\infty = \text{const}$. Поместим начало сферической системы координат в центр частицы, а полярную ось направим вдоль градиента температуры. Будем считать, что условие линеаризации задачи $R|(\nabla T)_\infty| \ll 1$ выполнено. В этом случае скорость движения газа вдоль поверхности малой кривизны ($\lambda \ll R$) будет мала по сравнению со скоростью теплового движения молекул. Будем предполагать, что средняя объемная температура газа T_0 такова, что вращательные степени свободы будут описываться с помощью законов классической механики, а колебательные степени свободы будут полагаться “замороженными”. Как показывают расчеты, для таких газов, как NH_3 , SO_2 , CH_4 и др., этим условиям соответствует диапазон температур 10–1000 К. В этом случае коэффициент Пуассона $\gamma = c_p/c_v$ равен 4/3 (c_v – удельная теплоемкость газа при постоянном объеме).

Задачу удобно решать в сферической системе координат r, θ, φ . Так же, как и в случае двухатомного газа [2], можно показать, что с точностью до линейных по Kn членов уравнение (2) приобретает вид

$$\begin{aligned} c_r \frac{\partial \Phi}{\partial r_0} + \varepsilon_0 \left[c_\theta \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} + (c_\theta^2 + c_\varphi^2) \frac{\partial \Phi}{\partial c_r} + \right. \\ \left. + (c_\varphi^2 \text{ctg} \theta - c_r c_\theta) \frac{\partial \Phi}{\partial c_\theta} - (c_\varphi c_\theta \text{ctg} \theta + c_r c_\varphi) \frac{\partial \Phi}{\partial c_\varphi} \right] = \end{aligned} \quad (5)$$

$= \mathbf{v} + (c^2 + c_\omega^2 - 3)\boldsymbol{\tau} + 2(\mathbf{c}\mathbf{G}) + \xi(\mathbf{c}\mathbf{Q})(c^2 + c_\omega^2 - 4) - \Phi$, где $r_0 = \varepsilon(r - R)$, $\varepsilon_0 = (R\varepsilon)^{-1}$.

Решение уравнения (5) проводится методом полупространственных моментов в виде

$$\Phi = \eta^+(\Phi_1^+ + \Phi_2^+) + \eta^-(\Phi_1^- + \Phi_2^-),$$

$$\eta^\pm = \frac{1}{2}(1 \pm \text{sign} c_r), \quad \text{sign} c_r = \begin{cases} 1, & c_r > 0 \\ -1, & c_r < 0, \end{cases}$$

$$\Phi_1^{(k)\pm} = c_\theta a_0^{(k)\pm} + c_r c_\theta a_1^{(k)\pm} + c_\theta (c^2 + c_\omega^2 - 4) a_2^{(k)\pm},$$

$$k = 0, 1, \quad (6)$$

$$\Phi_2^{(k)\pm} = b_0^{(k)\pm} + (c^2 - 3/2) b_1^{(k)\pm} +$$

$$+ (c_\omega^2 - 3/2) b_2^{(k)\pm} + c_r (c^2 + c_\omega^2 - 4) b_3^{(k)\pm}.$$

Моменты $a_i^{(k)\pm}$, $b_i^{(k)\pm}$ являются функциями от переменных r и θ .

Подставляя функцию (6) в уравнение (5) и умножая его последовательно на $\eta^\pm \exp(-c^2 - c_\omega^2)$, $\eta^\pm (c^2 - 3/2) \exp(-c^2 - c_\omega^2)$, $\eta^\pm (c_\omega^2 - 3/2) \exp(-c^2 - c_\omega^2)$, $\eta^\pm c_r (c^2 + c_\omega^2 - 4) \exp(-c^2 - c_\omega^2)$, $\eta^\pm c_\theta (-c^2 - c_\omega^2)$, $\eta^\pm c_\theta c_r \times \exp(-c^2 - c_\omega^2)$, $\eta^\pm c_\theta (c^2 + c_\omega^2 - 4) \exp(-c^2 - c_\omega^2)$ и интегрируя по всему пространству скоростей (\mathbf{v} , ω), получим систему уравнений для моментов $a_i^{(k)\pm}$ и $b_i^{(k)\pm}$ (см. приложение, уравнения (П.1) – (П.10)).

Решение уравнений (П.1)–(П.4) имеет вид

$$b_k^{(0)\pm}(r_0, \theta) =$$

$$= B_1(\theta) \gamma_k^\pm \exp(-\rho_1 r_0) + B_2(\theta) \delta_k^\pm \exp(-\rho_2 r_0),$$

$$k = 0, 1, 2, 3,$$

$$\gamma_0^+ = 1, \quad \gamma_0^- = 0.4235,$$

$$\gamma_1^+ = -2.0647, \quad \gamma_1^- = -0.9117,$$

$$\gamma_2^+ = -4.6803, \quad \gamma_2^- = -0.9383,$$

$$\gamma_3^+ = 2.5973, \quad \gamma_3^- = -0.3634, \quad (7)$$

$$\delta_0^+ = 1, \quad \delta_0^- = 0.3402,$$

$$\delta_1^+ = -1.5737, \quad \delta_1^- = -0.2541,$$

$$\delta_2^+ = -0.4034, \quad \delta_2^- = -0.2252,$$

$$\delta_3^+ = 0.9242, \quad \delta_3^- = -0.1043,$$

$$\rho_1 = 1.4688, \quad \rho_2 = 1.7817.$$

Решение уравнений (П.5)–(П.10) проводится аналогично [2] и имеет вид

$$a_k^\pm(r_0, \theta) = A_1^*(\theta) [\alpha_k^\pm(\varepsilon_0) - \varepsilon_0 r_0 \alpha_k^{(0)\pm}] \times$$

$$\times \exp(-\sigma_1 r_0) + \varepsilon_0 \frac{\partial B_1}{\partial \theta} \mu_k^\pm \exp(-\rho_1 r_0) +$$

$$+ A_2^*(\theta) [\beta_k^\pm(\varepsilon_0) - \varepsilon_0 r_0 \beta_k^{(0)\pm}] \times$$

$$\times \exp(-\sigma_2 r_0) + \varepsilon_0 \frac{\partial B_2}{\partial \theta} \nu_k^\pm \exp(-\rho_2 r_0), \quad (8)$$

$$\alpha_k^\pm(\varepsilon_0) = \alpha_k^{(0)\pm} + \varepsilon_0 \alpha_k^{(1)\pm},$$

$$\beta_k^\pm(\varepsilon_0) = \beta_k^{(0)\pm} + \varepsilon_0 \beta_k^{(1)\pm}, \quad k = 0, 1, 2.$$

Численные значения параметров $\alpha_k^{(0)\pm}$, $\beta_k^{(0)\pm}$, σ_1 , σ_2 зависят от числа Прандтля.

Например, для метана (CH_4) $\text{Pr} = 0, 75$ [5]

$$\alpha_0^{(0)+} = 1, \quad \alpha_0^{(0)-} = 0.4340,$$

$$\alpha_1^{(0)+} = -0.4627, \quad \alpha_1^{(0)-} = 0.1727,$$

$$\alpha_2^{(0)+} = -0.6675, \quad \alpha_2^{(0)-} = -0.0495,$$

$$\beta_0^{(0)+} = 1, \quad \beta_0^{(0)-} = 0.1936,$$

$$\beta_1^{(0)+} = -1.0800, \quad \beta_1^{(0)-} = 0.0984,$$

$$\beta_2^{(0)+} = 0.1316, \quad \beta_2^{(0)-} = 4.5252,$$

$$\sigma_1 = 1.3921, \quad \sigma_2 = 2.0604,$$

$$\alpha_0^{(1)+} = 0, \quad \alpha_0^{(1)-} = -2.3579,$$

$$\alpha_1^{(1)+} = -4.3010, \quad \alpha_1^{(1)-} = -0.6127,$$

$$\alpha_2^{(1)+} = 4.7416, \quad \alpha_2^{(1)-} = 0.7479,$$

$$\beta_0^{(1)+} = 0, \quad \beta_0^{(1)-} = -2.6950,$$

$$\beta_1^{(1)+} = -0.6096, \quad \beta_1^{(1)-} = -2.4441,$$

$$\beta_2^{(1)+} = -0.3215, \quad \beta_2^{(1)-} = -0.3442,$$

$$\mu_0^+ = 49.3309, \quad \mu_0^- = 17.7972,$$

$$\mu_1^+ = -34.3774, \quad \mu_1^- = 7.7430,$$

$$\mu_2^+ = -18.6110, \quad \mu_2^- = -1.0195,$$

$$\nu_0^+ = 9.8006, \quad \nu_0^- = 2.2805,$$

$$\nu_1^+ = -9.4268, \quad \nu_1^- = 1.1218,$$

$$\nu_2^+ = -0.6955, \quad \nu_2^- = 0.0173.$$

Параметры $A_1^*(\theta)$, $A_2^*(\theta)$, $B_1(\theta)$, $B_2(\theta)$ находят из кинетических граничных условий.

В качестве граничных условий для функции распределения воспользуемся зеркально-диффузной моделью [6, 7]

$$f^+(c_r, c_\theta, c_\phi; \omega, R) =$$

$$= q f_m + (1 - q) f^-(c_r, c_\theta, c_\phi; \omega, R),$$

$$f_m = f_0 (1 + \nu_m + (c^2 - 3/2) \tau_{mI} + (c_\omega^2 - 3/2) \tau_{mR}),$$

$$\begin{aligned}
f^\pm(\pm c_r, c_\theta, c_\phi; \omega, R) = \\
= f_0(1 + 2c_\theta G_\theta(\infty) \mp a_1(\mathbf{gc})(c^2 + c_\omega^2 - 4) \mp \\
\mp b_1 c_r c_\theta \Pi_{r\theta} + [b_0^{(0)\pm} + b_1^{(0)\pm}(c^2 - 3/2) + b_2^{(0)\pm}(c_\omega^2 - 3/2) \pm \\
\pm b_3^{(0)\pm} c_r (c^2 + c_\omega^2 - 4)] + \\
+ c_\theta [a_0^\pm + c_r a_1^\pm + a_2^\pm (c^2 + c_\omega^2 - 4)]), \\
v_M = (n_0 - n_M)/n_0, \\
\tau_{Ml} = (T_0 - T_{Ml})/T_0, \quad \tau_{Mr} = (T_0 - T_{Mr})/T_0.
\end{aligned} \quad (9)$$

Здесь f^+ , f^- – функции распределения отраженных и падающих на поверхность молекул; q – коэффициент диффузности, который в условиях данной задачи совпадает с коэффициентом аккомодации тангенциального импульса [6]; $G_\theta(\infty)$ – скорость скольжения газа; v_M , τ_{Ml} , τ_{Mr} – свободные параметры модели граничных условий, которые можно определить, воспользовавшись условием непротекания поверхности (т.е. должны быть равны потоки падающих и отраженных молекул), и через коэффициенты аккомодации трансляционной α_t и ротационной α_r составляющих потоков энергии [7]

$$\alpha_t = \frac{E_t^- - E_t^+}{E_t^- - E_{st}}, \quad \alpha_r = \frac{E_r^- - E_r^+}{E_r^- - E_{sr}}. \quad (10)$$

В (9) и (10) E_t^\pm – трансляционные составляющие потоков энергии падающих и отраженных от стенки молекул; E_r^\pm – ротационные составляющие потоков энергии падающих и отраженных молекул; E_{st} и E_{sr} – трансляционная и ротационная составляющие потока энергии отраженных молекул, при условии если бы газ находился при полном равновесии со стенкой (и $q = 1$), т.е. когда $T_{Ml} = T_{Mr} = T_s$. Необходимо отметить, что коэффициенты (10) здесь определены иначе, чем в [2]. В настоящей работе потоки энергии E_{st} , E_{sr} вычисляются с помощью максвелловской функции распределения

$$f_{ms} = f_0(1 + v_s + \tau_s(c^2 + c_\omega^2 - 3)).$$

Воспользовавшись функциями распределения, можно получить потоки числа частиц N^\pm , N_M , N_s и потоки энергии E_t^\pm , E_{Ml} , E_{st} , E_r^\pm , E_{Mr} , E_{sr} . Не выписывая эти довольно громоздкие выражения и используя граничные условия для моментов, получим следующие выражения для скачка температуры ΔT и скорости скольжения многоатомного газа u_θ вдоль слабо искривленной поверхности:

$$\Delta T = -\tau_s T_0 = C_t \lambda T_0 g_r, \quad (11)$$

$$\begin{aligned}
u_\theta = \sqrt{\frac{2kT_0}{m}} G_\theta(\infty) = K_{TS} \frac{\mu}{\rho_0 T_0 R} \frac{\partial T}{\partial \theta} + \\
+ C_m \lambda \sqrt{\frac{2kT_0}{m}} \Pi_{r\theta} + \text{Kn} K_{TS}^{(0)} \beta_R \frac{\mu}{\rho_0 T_0} \frac{\partial^2 T}{\partial r \partial \theta}.
\end{aligned} \quad (12)$$

Аналитические выражения газокинетических коэффициентов скачка температуры C_t , изотермического C_m , теплового K_{TS} скольжений и β_R представлены в приложении (выражения (П.11)–(П.14)).

Граничные условия для нормальных составляющих макропараметров многоатомного газа получаются аналогично тому, как это сделано для случаев простого [1] и двухатомного [2] газов, поэтому в приложении приведены только аналитические выражения газокинетических коэффициентов C_v (П.15) и C_q (П.16).

3. Обсуждение результатов. Как видно из выражений (П.12), (П.13), (П.15), (П.16), коэффициенты $K_{TS}^{(0)}$, $C_m^{(0)}$, C_m' , β_R' , C_q , C_v являются функциями коэффициента аккомодации тангенциального импульса q и Pr . При малых отклонениях от термодинамического равновесия $q \approx 1$ [6]. Поэтому раскладывая в ряд эти функции по малому параметру $(1 - q)$ и ограничиваясь линейным членом, получим приближенные выражения в виде (при $\text{Pr} = 0.75$)

$$C_m^{(0)} = 1.153[1 + 1.883(1 - q)],$$

$$C_m' = -0.948[1 - 0.482(1 - q)],$$

$$K_{TS}^{(0)} = 1.053[1 - 0.310(1 - q)],$$

$$\beta_R' = -0.546[1 - 0.042(1 - q)],$$

$$C_v^* = 0.654[1 - 0.551(1 - q)],$$

$$C_q = 0.437[1 - 0.911(1 - q)],$$

где $C_v^* = C_v/K_{TS}^{(0)}$.

При $q = 1$ имеем $C_m^{(0)} = 1.153$, $C_m' = -0.948$, $K_{TS}^{(0)} = 1.053$, $\beta_R' = -0.546$, $C_v^* = 0.654$, $C_q = 0.437$. Аналогичные коэффициенты, вычисленные для двухатомного газа ($\text{Pr} = 0.74$) [2, 3], соответственно равны: 1.154, -0.941, 1.068, -0.529, 0.661, 0.445. Из сравнения этих результатов видно, что коэффициенты скольжения двухатомного и многоатомного газов с близкими значениями его параметров (числа Прандтля) мало отличаются друг от друга, что и следовало ожидать. В то же время для двухатомного газа с $\text{Pr} = 0.64$ и при $q = 1$: $C_m^{(0)} = 1.154$, $C_m' = -0.940$, $K_{TS}^{(0)} = 1.247$, $\beta_R' = -0.527$, $C_v^* = 0.713$, $C_q = 0.495$. Отсюда видно, что $K_{TS}^{(0)}$, C_v^* , C_q существенно отличаются от аналогичных для

случая многоатомного газа. Для простого газа ($Pr = 2/3$) в приближении ЭС-модели [1, 8] эти коэффициенты соответственно равны: 1.152, -0.916, 1.161, -0.714, 0.989, 0.558 (следует иметь в виду, что здесь проведен пересчет некоторых коэффициентов, так как в предлагаемой работе используется определение средней длины свободного пробега [9]); в приближении линеаризованного уравнения Больцмана с молекулами в виде твердых сфер [10]): $C_m^{(0)} = 1.146$, $K_{TS}^{(0)} = 1.152$, $C_v^* = 0.760$, $C_q = 0.351$.

Коэффициент скачка температуры C_t (П.11) и коэффициент β_R (П.14) являются функциями q , α_t , α_r , Pr . Коэффициенты аккомодации α_t , α_r могут существенно отличаться от единицы, поэтому есть смысл сравнивать их численные значения при некоторых фиксированных значениях q , α_t , α_r . В частности, при полной аккомодации ($q = \alpha_t = \alpha_r = 1$) и для $Pr = 0.75$: $C_t = 1.801$, $\beta_R = 0.417$. Для двухатомного газа с вращательными степенями свободы [2, 11] при $Pr = 0.74$: $C_t = 1.866$, $\beta_R = 0.437$, а при $Pr = 0.64$ - $C_t = 2.157$, $\beta_R = 0.438$. Отсюда видно, что в случае полной аккомодации коэффициент β_R слабо меняется в зависимости от Pr . Отличие коэффициентов C_t двухатомного и многоатомного газов с близкими значениями чисел Прандтля мало и в то же время оно существенно для газов с отличающимися значениями Pr . Для простого газа [10] $C_t = 2.208$, $\beta_R = 0.627$.

В отличие от одноатомных газов, для которых $Pr = 2/3$ в широком диапазоне температуры (практически от температуры конденсации газа до $\sim 10^4$ К), для молекулярных газов число Прандтля зависит от температуры газа. Так, для аммиака (NH_3) [5] в диапазоне температур 300–500 К число Прандтля изменяется от 0.93 до 0.81, для водяного пара (H_2O) в диапазоне температур 373–1000 К Pr изменяется от 1.01 до 0.87 и т.д. Таким образом, для каждого молекулярного газа газокинетические коэффициенты будут различными в зависимости от температурного режима. Например, для аммиака NH_3 ($q = 1$) при $T = 300$ К ($Pr = 0.93$) $C_m^{(0)} = 1.152$, $C_m' = -0.949$, $K_{TS}^{(0)} = 0.837$, $\beta_R' = -0.552$, $C_v = 0.490$, $C_q = 0.373$; при $T = 500$ К ($Pr = 0.81$) $C_m^{(0)} = 1.153$, $C_m' = -0.948$, $K_{TS}^{(0)} = 0.970$, $\beta_R' = -0.548$, $C_v = 0.610$, $C_q = 0.413$. Отсюда видно, что газокинетические коэффициенты зависят от температуры газа, причем изменение $K_{TS}^{(0)}$, C_v , C_q оказывается значительным.

Воспользовавшись определением коэффициента аккомодации энергии [6]

$$\alpha_e = \frac{E^- - E^+}{E^- - E_s}$$

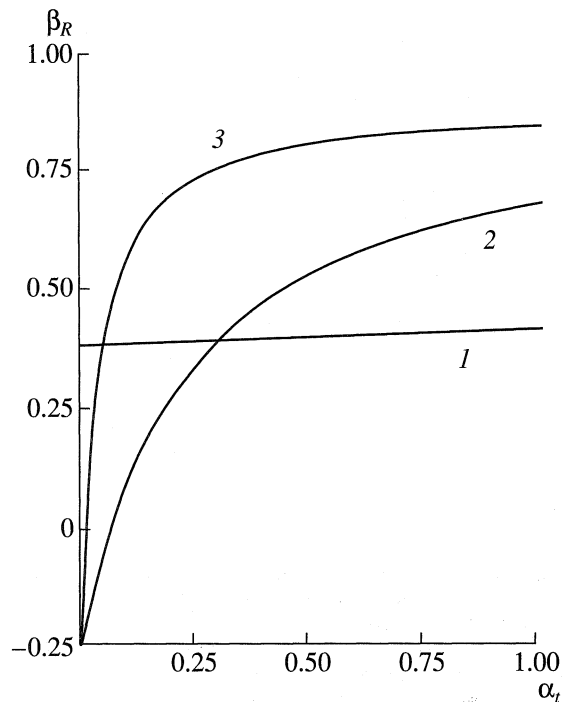


Рис. 1. Зависимости коэффициентов β_R многоатомного газа с вращательными степенями свободы ($Pr = 0.75$) от коэффициента аккомодации энергии α_e ($\alpha_t = \alpha_r = \alpha_e$) при $q = 1$ (1), от коэффициента аккомодации трансляционной составляющей энергии α_t при $\alpha_r = 0.3$ и $q = 1$ (2) и от коэффициента аккомодации трансляционной составляющей энергии α_t при $\alpha_r = 0.05$ и $q = 1$ (3).

и используя выражение (10), находим уравнение связи α_e с α_t и α_r в виде

$$\alpha_e = \frac{\alpha_t + \zeta \alpha_r}{1 + \zeta}, \quad \zeta = \frac{E_r^- - E_{sr}}{E_t^- - E_{st}}$$

Если $\alpha_t = \alpha_r$, то последние совпадают с коэффициентом аккомодации энергии α_e . Вычисляя потоки E_t^- , E_{st} , E_r^- , E_{sr} с помощью полученной функции распределения, можно показать, что для многоатомного газа $\zeta = 3\zeta_0/5$, причем расчеты дают $\zeta_0 \approx 1.1$. Таким образом, по известным экспериментальным данным α_e и α_t можно определить α_r .

Согласно [12] $\alpha_r < \alpha_t$. Поэтому на рис.1 и 2 представлены графики зависимости β_R и C_t от $\alpha_t = \alpha_r = \alpha_e$ (при $q = 1$) и от α_t (при $q = 1$) при заданном значении α_r . Из рис. 1 видно, что газокинетический коэффициент β_R существенно изменяется, а при некоторых значениях α_r зависимость β_R от α_t имеет знакопеременный характер. Следует отметить, что зависимость β_R от α_t имеет характерный вид и для многоатомного, и для двухатомного газов (см. [2]), причем, как показывают расчеты, отличие β_R при малых α_r (см. рис.1, кривая 3) для этих газов становится существенной.

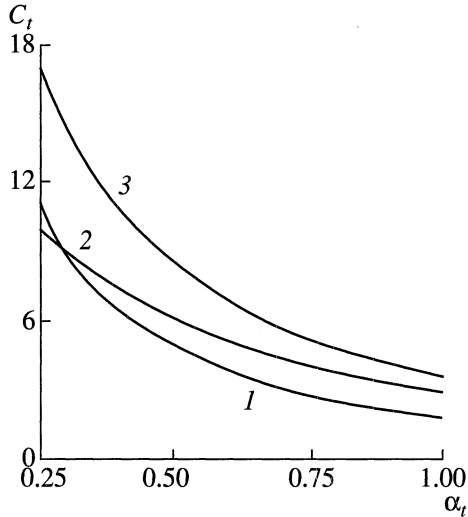


Рис. 2. Зависимости коэффициентов C_i многоатомного газа с вращательными степенями свободы ($Pr = 0.75$) от коэффициента аккомодации энергии α_e ($\alpha_i = \alpha_r = \alpha_e$) при $q = 1$ (1), от коэффициента аккомодации трансляционной составляющей энергии α_t при $\alpha_r = 0.3$ и $q = 1$ (2) и от коэффициента аккомодации трансляционной составляющей энергии α_t при $\alpha_r = 0.05$ и $q = 1$ (3).

Анализируя формулу (П.11), следует обратить внимание на то, что коэффициент C_i остается конечным при $\alpha_r = 0$ ($\alpha_i \neq 0$) или при $\alpha_i = 0$ ($\alpha_r \neq 0$). Из рис. 2 видно, что при $\alpha_r = 0.05$, $q = 1$, $\alpha_i = 1$ значение коэффициента C_i примерно в 2 раза выше, чем при $\alpha_r = \alpha_i = 1$, $q = 1$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На базе кинетического модельного уравнения, в котором учтены вращательные степени свободы молекул многоатомного газа, решена граничная задача о скольжении и скачках макропараметров газа на сферической межфазной поверхности малой кривизны. Получены газокинетические коэффициенты, связанные со скольжением первого и второго порядка и скачками макропараметров, в зависимости от q , α_t , α_r , Pr . Вклад вращательных степеней свободы в некоторые коэффициенты оказывается существенным. Показано, что газокинетические коэффициенты зависят от температуры газа.

ПРИЛОЖЕНИЕ

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dr_0} \left(\frac{(\pm 1)}{2\sqrt{\pi}} b_0^{(0)\pm} + \frac{(\pm 1)}{4\sqrt{\pi}} b_1^{(0)\pm} \right) = \\ & = \frac{1}{2} v^{(0)} + \frac{(\pm 1)}{\sqrt{\pi}} G_r^{(0)} - \frac{(\pm 1)}{4\sqrt{\pi}} \xi Q_r^{(0)} - \frac{1}{2} b_0^{(0)\pm} + \frac{(\pm 1)}{4\sqrt{\pi}} b_3^{(0)\pm}, \end{aligned} \quad (П.1)$$

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dr_0} \left(\frac{(\pm 1)}{4\sqrt{\pi}} b_0^{(0)\pm} + \frac{(\pm 9)}{8\sqrt{\pi}} b_1^{(0)\pm} + \frac{5}{8} b_3^{(0)\pm} \right) = \\ & = \frac{3}{4} \tau^{(0)} + \frac{(\pm 1)}{2\sqrt{\pi}} G_r^{(0)} + \frac{(\pm 7)}{8\sqrt{\pi}} \xi Q_r^{(0)} - \frac{3}{4} b_1^{(0)\pm} - \frac{(\pm 7)}{8\sqrt{\pi}} b_2^{(0)\pm}, \end{aligned} \quad (П.2)$$

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dr_0} \left(\frac{(\pm 3)}{4\sqrt{\pi}} b_2^{(0)\pm} + \frac{3}{8} b_3^{(0)\pm} \right) = \\ & = \frac{3}{4} \tau^{(0)} + \frac{(\pm 3)}{4\sqrt{\pi}} \xi Q_r^{(0)} - \frac{3}{4} b_2^{(0)\pm} - \frac{(\pm 3)}{4\sqrt{\pi}} b_3^{(0)\pm}, \end{aligned} \quad (П.3)$$

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dr_0} \left(\frac{5}{8} b_1^{(0)\pm} + \frac{1}{4} b_2^{(0)\pm} + \frac{(\pm 19)}{8\sqrt{\pi}} b_3^{(0)\pm} \right) = \\ & = -\frac{(\pm 1)}{4\sqrt{\pi}} v^{(0)} + \frac{(\pm 13)}{8\sqrt{\pi}} \tau^{(0)} + \xi Q_r^{(0)} + \end{aligned} \quad (П.4)$$

$$\begin{aligned} & + \frac{(\pm 1)}{4\sqrt{\pi}} b_0^{(0)\pm} - \frac{(\pm 7)}{8\sqrt{\pi}} b_1^{(0)\pm} - \frac{(\pm 3)}{4\sqrt{\pi}} b_2^{(0)\pm} - b_3^{(0)\pm}, \\ & \frac{d}{dr_0} \left(\frac{(\pm 1)}{4\sqrt{\pi}} a_0^{(0)\pm} + \frac{1}{8} a_1^{(0)\pm} + \frac{(\pm 1)}{8\sqrt{\pi}} a_2^{(0)\pm} \right) = \end{aligned} \quad (П.5)$$

$$= \frac{1}{2} G_\theta^{(0)} - \frac{1}{4} a_0^{(0)\pm} - \frac{(\pm 1)}{4\sqrt{\pi}} a_1^{(0)\pm},$$

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dr_0} \left(\frac{1}{8} a_0^{(0)\pm} + \frac{(\pm 1)}{4\sqrt{\pi}} a_1^{(0)\pm} + \frac{1}{8} a_2^{(0)\pm} \right) = \frac{(\pm 1)}{2\sqrt{\pi}} G_\theta^{(0)} + \\ & + \xi \frac{(\pm 1)}{8\sqrt{\pi}} Q_\theta^{(0)} - \frac{(\pm 1)}{4\sqrt{\pi}} a_0^{(0)\pm} - \frac{1}{8} a_1^{(0)\pm} - \frac{(\pm 1)}{8\sqrt{\pi}} a_2^{(0)\pm}, \end{aligned} \quad (П.6)$$

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dr_0} \left(\frac{(\pm 1)}{8\sqrt{\pi}} a_0^{(0)\pm} + \frac{1}{8} a_1^{(0)\pm} + \frac{(\pm 19)}{16\sqrt{\pi}} a_2^{(0)\pm} \right) = \\ & = \xi Q_\theta^{(0)} - \frac{(\pm 1)}{8\sqrt{\pi}} a_1^{(0)\pm} - a_2^{(0)\pm}, \end{aligned} \quad (П.7)$$

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dr_0} \left[\frac{(\pm 1)}{4\sqrt{\pi}} a_0^{(0)\pm} + \frac{1}{8} a_1^{(1)\pm} + \frac{(\pm 1)}{8\sqrt{\pi}} a_2^{(1)\pm} \right] - \frac{(\pm 1)}{4\sqrt{\pi}} a_0^{(0)\pm} + \\ & + \frac{3}{8} a_1^{(0)\pm} - \frac{(\pm 1)}{8\sqrt{\pi}} a_2^{(0)\pm} + \frac{1}{2\sqrt{\pi}} (a_0^{(0)+} - a_0^{(0)-}) + \\ & + \frac{1}{4\sqrt{\pi}} (a_2^{(0)+} - a_2^{(0)-}) + \end{aligned} \quad (П.8)$$

$$+ \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\frac{1}{4} b_0^{(0)\pm} + \frac{1}{4} b_1^{(0)\pm} + \frac{1}{8\sqrt{\pi}} b_3^{(0)\pm} \right] =$$

$$= \frac{(\mp 1)}{8} (a_0^{(1)+} - a_0^{(1)-}) + \frac{(\mp 1)}{8\sqrt{\pi}} (a_1^{(1)+} + a_1^{(1)-}),$$

$$\frac{d}{dr_0} \left[\frac{1}{8} a_0^{(1)\pm} + \frac{(\pm 1)}{4\sqrt{\pi}} a_1^{(1)\pm} + \frac{1}{8} a_2^{(1)\pm} \right] -$$

$$-\frac{1}{8}a_0^{(0)\pm} + \frac{(\pm 1)}{4\sqrt{\pi}}a_1^{(0)\pm} - \frac{1}{8}a_2^{(0)\pm} + \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\frac{(\pm 1)}{4\sqrt{\pi}}b_0^{(0)\pm} + \frac{(\pm 3)}{8\sqrt{\pi}}b_1^{(0)\pm} + \frac{1}{8}b_3^{(0)\pm} \right] = \quad (\text{П.9})$$

$$= -\frac{1}{8\sqrt{\pi}}(a_0^{(1)+} - a_0^{(1)-}) + \frac{(8 - 8\pi + \xi)}{64\pi}a_1^{(1)\pm} - \frac{(8 + \xi)}{64\pi}a_1^{(1)\mp} \pm \frac{(\xi - 1)}{8\sqrt{\pi}}a_2^{(1)\pm} \pm \frac{\xi}{8\sqrt{\pi}}a_2^{(1)\mp},$$

$$\frac{d}{dr_0} \left[\frac{(\pm 1)}{8\sqrt{\pi}}a_0^{(1)\pm} + \frac{1}{8}a_1^{(1)\pm} + \frac{(\pm 19)}{16\sqrt{\pi}}a_2^{(1)\pm} \right] - \frac{(\pm 1)}{8\sqrt{\pi}}a_0^{(0)\pm} + \frac{3}{8}a_1^{(0)\pm} - \frac{(\pm 19)}{16\sqrt{\pi}}a_2^{(0)\pm} + \frac{1}{4\sqrt{\pi}}(a_0^{(0)+} - a_0^{(0)-}) + \frac{19}{8\sqrt{\pi}}(a_2^{(0)+} - a_2^{(0)-}) + \quad (\text{П.10})$$

$$+ \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\frac{5}{8}b_0^{(0)\pm} + \frac{3}{8}b_2^{(0)\pm} + \frac{19}{16\sqrt{\pi}}b_3^{(0)\pm} \right] =$$

$$= \pm \frac{(\xi - 1)}{8\sqrt{\pi}}a_1^{(1)\pm} \mp \frac{\xi}{8\sqrt{\pi}}a_1^{(1)\mp} + (\xi - 1)a_2^{(1)\pm} + \xi a_2^{(1)\mp},$$

где

$$v^{(0)} = \frac{1}{2}(b_0^{(0)+} + b_0^{(0)-}) - \frac{1}{4\sqrt{\pi}}(b_3^{(0)+} - b_3^{(0)-}),$$

$$\tau^{(0)} = \frac{1}{4}(b_1^{(0)+} + b_1^{(0)-}) + \frac{1}{4}(b_2^{(0)+} + b_2^{(0)-}) +$$

$$+ \frac{13}{24\sqrt{\pi}}(b_3^{(0)+} - b_3^{(0)-}),$$

$$G_r^{(0)} = \frac{1}{2\sqrt{\pi}}(b_0^{(0)+} - b_0^{(0)-}) + \frac{1}{4\sqrt{\pi}}(b_1^{(0)+} - b_1^{(0)-}),$$

$$Q_r^{(0)} = -\frac{1}{4\sqrt{\pi}}(b_0^{(0)+} - b_0^{(0)-}) + \frac{7}{8\sqrt{\pi}}(b_1^{(0)+} - b_1^{(0)-}) +$$

$$+ \frac{3}{4\sqrt{\pi}}(b_2^{(0)+} - b_2^{(0)-}) + (b_3^{(0)+} + b_3^{(0)-}),$$

$$G_\theta^{(k)} = \frac{1}{4}(a_0^{(k)+} + a_0^{(k)-}) + \frac{1}{4\sqrt{\pi}}(a_1^{(k)+} - a_1^{(k)-}),$$

$$Q_\theta^{(k)} = \frac{1}{8\sqrt{\pi}}(a_1^{(k)+} - a_1^{(k)-}) + (a_2^{(k)+} + a_2^{(k)-}),$$

$$C_i = \frac{1}{\text{Pr}} \left[\frac{(2 - \alpha_r)}{\alpha_i} C_{i1} + \frac{(2 - \alpha_r)}{\alpha_r} C_{i2} + (2 - q) C_{i3} \right],$$

$$C_{i1} = \frac{5}{8} \left[1 + \{ A_\gamma [\delta_3^+ + (1 - q)\delta_3^-] - A_\delta [\gamma_3^+ + (1 - q)\gamma_3^-] \} \frac{2}{\Delta_{01}} \right],$$

$$C_{i2} = \frac{1}{2} \left[1 - \{ A_\gamma [\delta_3^+ + (1 - q)\delta_3^-] - A_\delta [\gamma_3^+ + (1 - q)\gamma_3^-] \} \frac{2}{\Delta_{01}} \right],$$

$$C_{i3} = \frac{2}{\sqrt{\pi}\Delta_{01}} \{ A_\gamma (\delta_r - \delta_t) - A_\delta (\gamma_r - \gamma_t) \},$$

$$\gamma_t = \left(\gamma_0^- + \frac{3}{2}\gamma_1^- - \frac{5\sqrt{\pi}}{8}\gamma_3^- \right) +$$

$$+ \frac{1}{\alpha_r} \left[(\gamma_0^+ - \gamma_0^-) + \frac{3}{2}(\gamma_1^+ - \gamma_1^-) + \frac{5\sqrt{\pi}}{8}(\gamma_3^+ + \gamma_3^-) \right], \quad (\text{П.11})$$

$$\gamma_r = \left(\gamma_0^- + \frac{1}{2}\gamma_1^- + \gamma_2^- - \frac{\sqrt{\pi}}{2}\gamma_3^- \right) +$$

$$+ \frac{1}{\alpha_r} \left[(\gamma_0^+ - \gamma_0^-) + \frac{1}{2}(\gamma_1^+ - \gamma_1^-) +$$

$$+ (\gamma_2^+ - \gamma_2^-) - \frac{\sqrt{\pi}}{2}(\gamma_3^+ + \gamma_3^-) \right],$$

$$\delta_t = \left(\delta_0^- + \frac{3}{2}\delta_1^- - \frac{5\sqrt{\pi}}{8}\delta_3^- \right) +$$

$$+ \frac{1}{\alpha_r} \left[(\delta_0^+ - \delta_0^-) + \frac{3}{2}(\delta_1^+ - \delta_1^-) + \frac{5\sqrt{\pi}}{8}(\delta_3^+ + \delta_3^-) \right],$$

$$\delta_r = \left(\delta_0^- + \frac{1}{2}\delta_1^- + \delta_2^- - \frac{\sqrt{\pi}}{2}\delta_3^- \right) +$$

$$+ \frac{1}{\alpha_r} \left[(\delta_0^+ - \delta_0^-) + \frac{1}{2}(\delta_1^+ - \delta_1^-) +$$

$$+ (\delta_2^+ - \delta_2^-) - \frac{\sqrt{\pi}}{2}(\delta_3^+ + \delta_3^-) \right],$$

$$A_\gamma = \frac{1}{q} \left\{ [\gamma_0^+ - (1 - q)\gamma_0^-] +$$

$$+ \frac{1}{2}[\gamma_1^+ - (1 - q)\gamma_1^-] \right\} - \frac{1}{2}(\gamma_t + \gamma_r),$$

$$A_\delta = \frac{1}{q} \left\{ [\delta_0^+ - (1-q)\delta_0^-] + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} [\delta_1^+ - (1-q)\delta_1^-] \right\} - \frac{1}{2} (\delta_t + \delta_r),$$

$$\Delta_{01} = \{ (\delta_r - \delta_t) [\gamma_3^+ + (1-q)\gamma_3^-] - \\ - (\gamma_r - \gamma_t) [\delta_3^+ + (1-q)\delta_3^-] \}.$$

Коэффициенты скольжения имеют вид

$$C_m = \frac{(2-q)}{q} \frac{2\Delta_6(\varepsilon_0)}{\sqrt{\pi}\Delta_4(\varepsilon_0)} = C_m^{(0)} (1 + C_m' Kn), \quad (\text{П.12})$$

$$K_{TS} = \frac{\Delta_5(\varepsilon_0)}{\text{Pr}\Delta_4(\varepsilon_0)} = K_{TS}^{(0)} (1 + \beta_R' Kn), \quad (\text{П.13})$$

$$\beta_R = \frac{2}{\sqrt{\pi}q\Delta_5(0)} (B_1^* \{ [\mu_1^+ + (1-q)\mu_1^-] \Delta_6(0) - \\ - [\mu_2^+ - (1-q)\mu_2^-] \Delta_5(0) - [\mu_0^+ - (1-q)\mu_0^-] \Delta_4(0) \} + \\ + B_2^* \{ [v_1^+ + (1-q)v_1^-] \Delta_6(0) - \\ - [v_2^+ - (1-q)v_2^-] \Delta_5(0) - \\ - [v_0^+ - (1-q)v_0^-] \Delta_4(0) \} \}, \quad (\text{П.14})$$

где

$$\Delta_4(\varepsilon_0) = [\alpha_1^+(\varepsilon_0) + (1-q)\alpha_1^-(\varepsilon_0)] \times \\ \times [\beta_2^+(\varepsilon_0) - (1-q)\beta_2^-(\varepsilon_0)] - \\ - [\alpha_2^+(\varepsilon_0) - (1-q)\alpha_2^-(\varepsilon_0)] [\beta_1^+(\varepsilon_0) + (1-q)\beta_1^-(\varepsilon_0)], \\ \Delta_5(\varepsilon_0) = [\alpha_0^+(\varepsilon_0) - (1-q)\alpha_0^-(\varepsilon_0)] \times \\ \times [\beta_1^+(\varepsilon_0) + (1-q)\beta_1^-(\varepsilon_0)] - \\ - [\alpha_1^+(\varepsilon_0) + (1-q)\alpha_1^-(\varepsilon_0)] [\beta_0^+(\varepsilon_0) - (1-q)\beta_0^-(\varepsilon_0)], \\ \Delta_6(\varepsilon_0) = [\alpha_0^+(\varepsilon_0) - (1-q)\alpha_0^-(\varepsilon_0)] \times \\ \times [\beta_2^+(\varepsilon_0) - (1-q)\beta_2^-(\varepsilon_0)] - \\ - [\alpha_2^+(\varepsilon_0) - (1-q)\alpha_2^-(\varepsilon_0)] [\beta_0^+(\varepsilon_0) - (1-q)\beta_0^-(\varepsilon_0)], \\ B_1^* = B_1(\theta)/(a_1 g_r) = \{ (2-q)(\delta_r - \delta_t) + \\ + \sqrt{\pi} [5(2-\alpha_t)/\alpha_t - 4(2-\alpha_r)/\alpha_r] \times$$

$$\times [\delta_3^+ + (1-q)\delta_3^-] / 8 \} / \Delta_{01},$$

$$B_2^* = B_2(\theta)/(a_1 g_r) = -\{ (2-q)(\gamma_r - \gamma_t) + \\ + \sqrt{\pi} [5(2-\alpha_t)/\alpha_t - 4(2-\alpha_r)/\alpha_r] \times \\ \times [\gamma_3^+ + (1-q)\gamma_3^-] / 8 \} / \Delta_{01},$$

$$C_v = \frac{q}{\sqrt{\pi}\text{Pr}\Delta_{02}} \left\{ \frac{1}{\sigma_1} [\beta_1^+ + (1-q)\beta_1^-] \times \right.$$

$$\times \left[\alpha_0^+ + \alpha_0^- + \frac{(\alpha_1^+ - \alpha_1^-)}{\sqrt{\pi}} \right] - \quad (\text{П.15})$$

$$\left. - \frac{1}{\sigma_2} [\alpha_1^+ + (1-q)\alpha_1^-] \left[\beta_0^+ + \beta_0^- + \frac{(\beta_1^+ - \beta_1^-)}{\sqrt{\pi}} \right] \right\},$$

$$C_q = \frac{q}{\sqrt{\pi}\text{Pr}\Delta_{02}} \left\{ \frac{1}{\sigma_2} [\alpha_1^+ + (1-q)\alpha_1^-] \times \right.$$

$$\times \left[\beta_2^+ + \beta_2^- + \frac{(\beta_1^+ - \beta_1^-)}{7\sqrt{\pi}} \right] - \quad (\text{П.16})$$

$$\left. - \frac{1}{\sigma_1} [\beta_1^+ + (1-q)\beta_1^-] \left[\alpha_2^+ + \alpha_2^- + \frac{(\alpha_1^+ - \alpha_1^-)}{7\sqrt{\pi}} \right] \right\},$$

$$\Delta_{02} = [\alpha_1^+ + (1-q)\alpha_1^-] [\beta_2^+ - (1-q)\beta_2^-] - \\ - [\alpha_2^+ - (1-q)\alpha_2^-] [\beta_1^+ + (1-q)\beta_1^-].$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Поддоскин А.Б., Юшканов А.А., Яламов Ю.И. Теория термофореза умеренно крупных аэрозольных частиц // Ж. техн. физ. 1982. Т. 52. № 11. С.2253.
2. Поддоскин А.Б., Юшканов А.А., Яламов Ю.И. О коэффициентах скольжения и скачках макропараметров двухатомного газа с вращательными степенями свободы на слабоискривленной сферической поверхности // Изв. РАН. МЖГ. 2000. № 1. С. 163.
3. Поддоскин А.Б., Юшканов А.А. Скольжение двухатомного газа вдоль плоской поверхности // Изв. РАН. МЖГ. 1998. № 5. С. 182.
4. Жданов В.М., Алиевский М.Я. Процессы переноса и релаксации в молекулярных газах. М.: Наука, 1989. 335 с.
5. Варгафтик Н.Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М.: Наука, 1972. 720 с.

6. Баранцев Р.Г. Взаимодействие разреженных газов с обтекаемыми поверхностями. М.: Наука, 1975. 343 с.
7. Ларина И.Н., Рыков В.А. О граничных условиях для газов на поверхности тела // Изв. АН СССР. МЖГ. 1986. № 5. С. 141.
8. Яламов Ю.И., Поддоскин А.Б., Юшканов А.А. О граничных условиях при обтекании неоднородно нагретым газом сферической поверхности малой кривизны // Докл. АН СССР. 1980. Т. 254. № 2. С. 343.
9. Черчиньяни К. Теория и приложения уравнения Больцмана. М.: Мир, 1978. 495 с.
10. Маясов Е.Г., Юшканов А.А., Яламов Ю.И. О термифорезе нелетучей сферической частицы в разреженном газе при малых числах Кнудсена // Письма в ЖТФ. 1988. Т. 14. № 6. С. 498.
11. Поддоскин А.Б., Юшканов А.А., Яламов Ю.И. О скачке температуры двухатомного газа // Изв. РАН. МЖГ. 1999. № 4. С. 170.
12. Marsden D.J. Measurement of Energy Transfer in Gas-Solid Surface Interactions using Electron Beam Excited Emission of Light // Rarefied Gas Dynamics. N.Y. – London. Acad. Press, 1966. V. 2. P. 566.