НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ПРИМЕНЕНИЯ ЭЛЕКТРОННЫХ ЦИФРОВЫХ МАШИН ДЛЯ ВЫБОРА НАИБОЛЕЕ ЭКОНОМИЧНЫХ КОНСТРУКТИВНЫХ ПАРАМЕТРОВ

И. Б. МОЦКУС, А. В. АЛИШАУСКАС, Ф. П. ЮШКА

(*Каунас*)

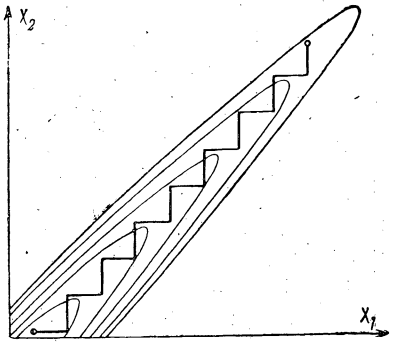
В статье делается попытка использовать некоторые идеи вычислительной математики и известные физические связи между основными конструктивными параметрами для разработки машинных методов оптимального проектирования электрических счетчиков.

Основные конструктивные параметры прибора обозначим через

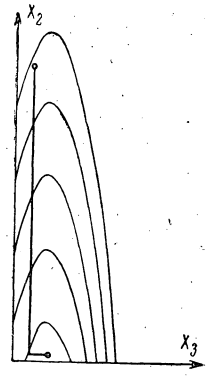
$$X = (x_p)_m,$$

где m — число независимых параметров.

Целевая функция $F(X)$ — расчетные затраты на изготовление и эксплуатацию прибора.



Фиг. 1



Фиг. 2

Допустимое множество D ограничивается неравенствами

$$x_{i\,\min} \leqslant x_i \leqslant x_{i\,\max}, \tag{1}$$

$$\varphi_{j\,\min} \leqslant \varphi_j(x) \leqslant \varphi_{j\,\max}. \tag{2}$$

Неравенства (1), (2) обычно соответствуют требованиям качества, надежности и технологичности конструкции прибора.

Требуется найти такие допустимые значения параметров прибора, которые соответствуют условию

$$\min_{X \in D} F(X). \tag{3}$$

Введением фиктивных затрат δ_i, δ_j («штрафных» затрат за невыполнение условия $X \in D$) задача приводится к более удобному для ее машинного решения виду:

$$\min f(X), \tag{4}$$

$$f(X) = \left[F(X) + \sum_i \delta_i(X) + \sum_j \delta_j(X)\right], \tag{5}$$

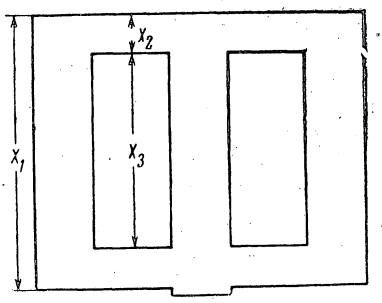
$$\delta_i = \begin{cases} k_{1i}(x_i - x_{i\,\max})^{k_{2i}}, & \text{если } x_i > x_{i\,\max}, \\ k_{1i}(x_{i\,\min} - x_i)^{k_{2i}}, & \text{если } x_{i\,\min} > x_i, \\ 0, & \text{если } x_{i\,\min} \leqslant x_i \leqslant x_{i\,\max}; \end{cases} \tag{6}$$

$$\delta_j = \begin{cases} k_{1j}(\varphi_j(X) - \varphi_{j\,\max})^{k_{2j}}, & \text{если } \varphi_j(X) > \varphi_{j\,\max}, \\ k_{1j}(\varphi_{j\,\min} - \varphi_j(X))^{k_{2j}}, & \text{если } \varphi_{j\,\min} > \varphi_j(X), \\ 0, & \text{если } \varphi_{j\,\min} \leqslant \varphi_j(X) \leqslant \varphi_{j\,\max}; \end{cases} \tag{7}$$

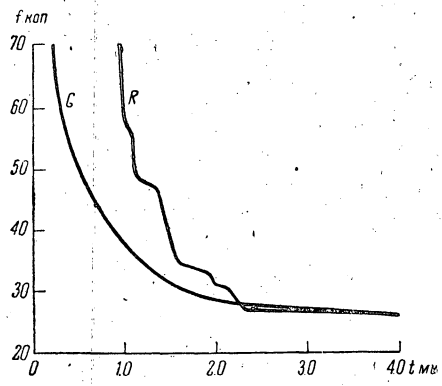
k_1, k_2 — положительные числа, зависящие от жесткости ограничения.

Характерным примером является выбор оптимальных конструктивных параметров однофазного индукционного электрического счетчика. При этом целевая функция определяется на основании обычных расчетных формул (см. [1], [2]), приведенных к удобной для их машинного решения форме. (Графики и таблицы по возможности аппроксимируются аналитическими зависимостями, величины приводятся к безразмерному виду.)

Оператор расчета $f(X)$ состоит из 770 команд машины БЭСМ-2, время счета 0.5 сек. X имеет 16 составляющих, например размеры параллельной и последовательной магнитных цепей, размеры диска, величина рабочего воздушного зазора и величины рабочих магнитных потоков. Условия типа (6) соответствуют ограничениям минимальной величины воздушных зазоров. Условия типа (7) ограничивают погрешность прибора.



Фиг. 3



Фиг. 4

Далее сопоставляются два итерационных метода решения задачи (4) — градиентный (с изменением направления после каждого шага) и релаксационный (минимизация по отдельным переменным в порядке их нумерации).

Известно, что на вытянутых поверхностях сходимость градиентного метода обычно резко замедляется вследствие появления колебаний решения (см., например, фиг. 1).

Для релаксационного метода такие колебания полностью исключаются, если в результате некоторого преобразования поверхность $f(X)$ удается привести к виду $f(x) = \varphi_1(x_1) + \varphi_2(x_2) + \ldots + \varphi_m(x_m)$ (см. фиг. 2) *. Очевидно, что для достижения минимума при этом требуется не более m шагов (где m—число независимых параметров).

Поверхность $f(X)$, соответствующая электрическому счетчику, как и следовало ожидать, оказалась многоэкстремальной.

Наилучший вариант был получен при выборе в качестве начального приближения варианта, созданного опытными конструкторами. Сказанное, по-видимому, объясняется тем, что, выбирая основные параметры проектного варианта, опытный конструктор обычно достаточно приближается к зоне абсолютного минимума.

Тем не менее, в особенности при конструировании принципиально новых приборов, необходимы специальные методы оптимизации многоэкстремальных задач.

Фиг. 4 иллюстрирует процесс решения задачи (4). Линия G соответствует градиентному, линия R — релаксационному методу.

Начальное положение соответствует проектному решению (существующий счетчик типа СО-2).

t — время счета. Экономия 5—10%. (Имеется в виду переменная, зависящая от выбора варианта, составляющая затрат.)

---

* Поверхности (см. фиг. 1, фиг. 2) построены согласно ориентировочной зависимости величины f от некоторых конструктивных параметров магнитной цепи (фиг.3) при фиксированных значениях остальных параметров: $f = ax_1 + bx_2 + (c - x_3)^2$, где $x_1 = x_2 + x_3$. Поверхность на фиг. 1 соответствует исключению x_3, поверхность на фиг. 2 — исключению x_1

Так как существующая методика (см. [1]) определения $F(X)$ основывается на некоторых допущениях, величина экономии подлежит уточнению путем экспериментальной проверки основных технических характеристик оптимального варианта.

В дальнейших исследованиях следует обратить внимание на уточнение существующих (в большей части приближенных) зависимостей $F(X)$ и создание достаточно эффективных методов оптимизации многоэкстремальных задач.

Вычисления проводились на машине БЭСМ-2 Вычислительного центра АН СССР.

Поступила в редакцию
20.01.1962

Цитированная литература

1. П. Н. Горюнов, С. Н. Пигин, Н. Н. Шумиловский. Электрические счетчики. М., Госэнергоиздат, 1951.
2. Экономическая эффективность капитальных вложений и внедрения новой техники в народное хозяйство СССР. М., Изд-во АН СССР, 1959.

ЭФФЕКТИВНОСТЬ МЕТОДА ПРОБНОГО ПОТЕНЦИАЛА ДЛЯ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ШРЁДИНГЕРА

Г. Е. ГЕРНЕТ

(*Ленинград*)

В работе [1] предложен метод приближенного решения уравнения Шрёдингера

$$\Delta\Psi + (k^2 - V(r))\,\Psi = 0, \tag{1}$$

основанный на подборе такого выражения $V_0(r)$, при котором уравнение (1) имеет достаточно простое решение, причем разность $V - V_0$ может считаться малым возмущением.

Соотношение, из которого определяется V_0, выведено в работе [1] для случая $k^2 = 0$.

Возникает вопрос: в каком интервале значений k^2 можно получить достаточно хорошее приближение к функции Ψ при помощи величины V_0, подобранной наилучшим образом для случая $k = 0$.

Для иллюстрации эффективности метода при $k^2 \neq 0$ рассмотрим рассеяние электрона атомом водорода. В своем простейшем случае (см., например, [2]) задача сводится к решению уравнения

$$f'' + (k^2 - V)\,f = 0, \tag{2}$$

где

$$V = -2e^{-2r}\left(1 + \frac{1}{r}\right). \tag{3}$$

Функция $f(r)$ удовлетворяет условию

$$f(0) = 0, \tag{4}$$

а при $r \to \infty$ имеет асимптотику

$$f \sim \frac{1}{k}\sin(kr + \delta(k)). \tag{5}$$

Фаза $\delta(k)$ нормирована по условию

$$\delta(\infty) = 0. \tag{6}$$

Функция $f(r)$ и фаза $\delta(k)$ были найдены в работе [2] численным интегрированием для ряда значений k.

Следуя [1], выберем V_0 в виде

$$\begin{aligned} V_0 &= 2\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r}\right), \qquad r < R, \\ V_0 &= 0, \qquad r > R. \end{aligned} \tag{7}$$