

Math-Net.Ru

All Russian mathematical portal

Ya. V. Kurylev, On the point source on the domain's boundary, *Zap. Nauchn. Sem. LOMI*, 1981, Volume 104, 130–138

Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that you have read and agreed to these terms of use
<http://www.mathnet.ru/eng/agreement>

Download details:

IP: 18.97.9.168

January 14, 2025, 18:14:17



О ТОЧЕЧНОМ ИСТОЧНИКЕ НА ГРАНИЦЕ ОБЛАСТИ

I. В работе [I] была построена коротковолновая асимптотика решения задачи о точечном источнике, расположенном на границе гладкого вогнутого тела. Предложенный в [I] метод основан на выделении в качестве главного члена эллиптического дифференциального оператора второго порядка слагаемого вида: $-\partial^2/\partial n^2 - \Delta_S + 2\lambda n(h_0 \nabla_S, \nabla_S) - k^2$. В этом выражении n - это расстояние от точки наблюдения до границы в метрике, порожденной оператором; S - римановы координаты на границе в метрике, индуцированной на границе метрикой оператора. Условие геодезической вогнутости границы в точке $S=0$ (т.е. в той точке, где расположен источник) эквивалентно положительной определенности матрицы второй квадратичной формы поверхности в точке $S=0: h_0$. После Фурье-преобразования по S главная часть рассматриваемого дифференциального оператора приобретает вид $-\partial^2/\partial n^2 + \rho^2 - k^2 - 2\lambda(n_0 \rho, \rho)$, где ρ - переменная, двойственная S . Это обыкновенный дифференциальный оператор, в результате обращения которого появлялись функции Эйри $W_1(x)$ (по поводу функций Эйри $W_1(x)$ и появляющихся далее функций Эйри $W_2(x)$ и $V(x)$ см. [2], приложение I). Оставшаяся часть оператора трактовалась как малая добавка, и был построен асимптотический ряд, представляющий решение задачи о точечном источнике - $G(S, n, k)$. Было показано, что этот ряд обладает асимптотическим характером при $n \leq Ck^{-2/3+\delta}$, $|S| \leq Ck^{-1/3+2\delta}$, где $\delta > 0$ достаточно мала. Поскольку в случае геодезически вогнутой границы на расстояниях $|S| \geq Ck^{-1/3+\delta}$, $\delta > 0$ сколь угодно мало, возникает зона тени и все члены ряда $G(S, n, k)$ экспоненциально затухают, ряд $G(S, n, k)$ был продолжен нулем на область $Ck^{-1/3+\delta} \leq |S| \leq C'$ и была получена т.о. коротковолновая асимптотика решения задачи о точечном источнике на конечных расстояниях от источника. Вместе с тем, если поставить задачу о построении решения вблизи источника, то указанную в [I] методику можно обобщить на случай произвольной геометрии границы. Цель настоящей работы как раз и состоит в том, чтобы получить равномерное асимптотическое разложение решения задачи о точечном источнике, расположенном на границе области, пригодное при $kn\Phi_0^2 \leq Ck^{-\epsilon}$, $k\Phi_0^4 \leq Ck^{-\epsilon}$, $\Phi_0 = \sqrt{s^2 + n^2}$, $\epsilon > 0$ - произвольно, C - положительная постоянная, для случая произвольной геометрии границы. Как и в случае геодезически вогнутой границы, это построение проводится с помощью преобразования Фурье по переменным S , причем в качестве

главного оператора выбирается оператор $-\partial^2/\partial n^2 - \Delta_S + \lambda n(h_0 \nabla_S, \nabla_S) - k^2$, а оставшаяся часть трактуется как малая добавка. Следует отметить, что при $kn\Phi_0 \leq CK^{-\varepsilon}$, $k\Phi_0^3 \leq CK^{-\varepsilon}$ полученное разложение переходит в разложение работы [5] (см. леммы I и 2 настоящей статьи).

При этом возникающее асимптотическое разложение обладает микролокальным характером, т.е. значение волнового поля в направлении S_0/Φ_0 зависит лишь от локального поведения квадратичной формы $(h_0 \hat{S}, \hat{S})$ при \hat{S} , близких к $\hat{S} = S_0/|S_0|$.

2. Перейдем к более точным утверждениям и формулировкам.

Пусть $a(x, D)$ - эллиптический дифференциальный оператор в области $\Omega \subset \mathbb{R}^m$, $m \geq 2$; Γ - граница Ω . На Γ ставится какое-либо классическое краевое условие (для облегчения ссылок на работу [I] мы разберем случай краевого условия Неймана). В переменных (S, n) (точка $S=0$, $n=0$ соответствует источнику) интересующая нас система принимает вид

$$\left\{ -\frac{\partial^2}{\partial n^2} - \Delta_S + \lambda n(h_0 \nabla_S, \nabla_S) - k^2 + v' \right\} G(S, n, k) = 0; \quad n > 0 \quad (I)$$

$$\frac{\partial G}{\partial n} \Big|_{n=0} = \delta(S),$$

где оператор v' рассматривается как малая добавка (более подробно вид оператора v' выписан в § I [I]). Старший член ряда ищется как решение задачи

$$\left\{ \frac{\partial^2}{\partial n^2} - \Delta_S + \lambda n(h_0 \nabla_S, \nabla_S) - k^2 \right\} u_0(S, n, k) = 0; \quad n > 0$$

$$\frac{\partial u_0}{\partial n}(S, 0, k) = \delta(S). \quad (I')$$

После преобразования Фурье по S система (I') приобретает вид

$$\left\{ -\frac{d^2}{dn^2} + \rho^2 - k^2 - \lambda n(h_0 \rho, \rho) \right\} \hat{u}_0(\rho, n, k) = 0, \quad n > 0$$

$$\frac{d\hat{u}_0}{dn}(\rho, 0, k) = 1 \quad (2)$$

Вводя аналогично [I] параметры $\beta = (\lambda h_0 \rho, \rho)^{1/3}$, $\alpha = \sqrt{k^2 - \rho^2}$, $N_0 = \alpha - \frac{\alpha^2}{\beta^2}$, $N = N_0 \beta n$, легко получить решение системы (2) в виде

$$\hat{u}_0(\rho, n, k) = \frac{w_1(N)}{\beta w_1'(N_0)}$$

Дальнейшая процедура построения формального ряда, дающего

решения задачи (I) абсолютно идентична приведенной в работе [1], поскольку указанная процедура использует лишь соотношения для $W_i(x)$, вытекающие из уравнения Эйри. В результате мы получаем ряд

$$G(s, n, k) \sim \sum_{DRk} a_{DRk} \mathcal{D}B^k u_k \quad (3)$$

и нашей задачей является исследование аналитических свойств этого ряда. В формуле (3) $\mathcal{D} = S^q (\partial/\partial S)^n$ - дифференциальные мономы по S (q, S - всевозможные мультииндексы); $B^k = b_1^{z_1} b_2^{z_2}$; $z_1, z_2 \geq 0$ целые,

$$b_1 = \sum_{\alpha, \beta, \gamma, \delta=1}^{m-1} T_{\alpha, \beta, \gamma, \delta} s_{\alpha} s_{\beta} \frac{\partial^2}{\partial s_{\gamma} \partial s_{\delta}}, \quad b_2 = \sum_{\alpha, \beta, \gamma, \delta=1}^{m-1} T_{\alpha, \beta, \gamma, \delta} s_{\alpha} \frac{\partial^3}{\partial s_{\beta} \partial s_{\gamma} \partial s_{\delta}}$$

и $T_{\alpha, \beta, \gamma, \delta}$ - связан с тензором кривизны поверхности Γ в точке O .
Наконец

$$u_k = k l_t k \dots k l_1 u_0$$

где k - подходящий оператор Грина задачи

$$\left\{ -\frac{\partial^2}{\partial n^2} - \Delta_S + 2n(h_0 \nabla_S, \nabla_S) - k^2 \right\} u(s, n, k) = f(s, n, k), \quad n > 0,$$

$$\frac{\partial u}{\partial n} \Big|_{n=0} = 0,$$

а $l_i = n^{\rho_i} (\frac{\partial}{\partial n})^{m_i}$ - дифференциальные мономы по n . При этом

$$\hat{u}_k(\rho, n, k) = \sum_{i=0}^t \left(\frac{w_i(N_0)}{w_i'(N_0)} \right)^i \left\{ \frac{w_i(N)}{w_i'(N_0)} P_{it}(N, N_0) - \frac{w_i'(N)}{w_i'(N_0)} Q_{it}(N, N_0) \right\} \quad (4)$$

где $P_{it}(N, N_0)$ и $Q_{it}(N, N_0)$ - полиномы по N и N_0 , степень которых зависит от i, t . $u_k(s, n, k)$, являющееся обратным преобразованием Фурье по ρ функций \hat{u}_k , задается интегралом вида:

$$u_k(s, n, k) = (2\pi)^{1-m} \int_{S^{m-1}} d\hat{\rho} \int_{\mathcal{L}} e^{i|\rho| \langle s, \hat{\rho} \rangle} |\rho|^{m-2} \hat{u}_k(\rho, n, k) d|\rho|, \quad (5)$$

причем контур \mathcal{L} в отличие от случая геодезически вогнутой границы не совпадает с положительной полуосью. Вид контура в общем случае приведен на рис.1 ($\varphi > 0$ достаточно мало). Такая деформация контура связана с тем, что при $(h_0, \rho, \rho) < 0$ $\arg \beta = \pi/3$ и функция $w_1'(N_0)$, стоящая в знаменателе в разложении (4), бу-

дет иметь корни при положительных $|p| < k$.

3. Приведем асимптотические формулы для $u_n(s, n, k)$ в различных подобластях области $kn \Phi_0^2 \leq Ck^{-\varepsilon}$, $k|s| \leq Ck^{-\varepsilon}$.

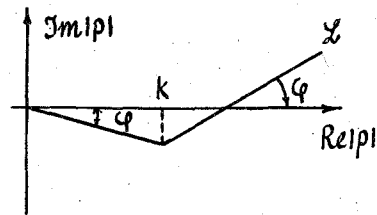


рис. I

ЛЕММА I. В области, характеризуемой условиями $k\Phi_0 \geq Ck^{\delta_1}$,

$k(h_0 s, s)^2 \Phi_0^{-1} \leq Ck^{-\delta_2}$, $kn_0^2 / \Phi_0 \geq Ck^{\delta_3}$ справедливо асимптотическое разложение вида

$$u_n(s, n, k) \sim \left(\frac{k}{\Phi_0}\right)^{\frac{m}{2}-1} \frac{\exp\left\{ik\Phi_0 + ik\frac{(h_0 s, S)n}{2\Phi_0}\right\}}{\sqrt{k\Phi_0}} \times \frac{n^{t+\rho}}{\left(k\frac{n}{\Phi_0}\right)^{t-\mu}} \sum_{a, b \geq 0} C_{ab} \left(k\frac{n^2}{\Phi_0}\right)^{-a/2} \left(\frac{k(h_0 s, s)^2}{\Phi_0}\right)^{b/2}, \quad (6)$$

где $\rho = \sum_{i=1}^t \rho_i$, $\mu = \sum_{i=1}^t \mu_i$. Функции C_{ab} - это гладкие функции от $s/\Phi_0, n/\Phi_0$.

Доказательство леммы I основано на применении метода стационарной фазы к интегралу (5). Оказывается, при выполнении условий леммы I существенной областью интегрирования в (4) является область, в которой $N_0 \rightarrow \infty, \beta n / N_0 \rightarrow 0$. Используя представление (4) и асимптотику функции Эйри $W_1(\xi)$ при $\xi \rightarrow \infty$, мы можем привести подынтегральное выражение в формуле (5) к виду, характерному для метода стационарной фазы. Не вдаваясь в дальнейшие подробности, мы отошлем читателя к §§ 6, 7 работы [I], где для случая геодезически вогнутой границы получено разложение, аналогичное (6) (в случае дополнительного предположения, что $kn \frac{|(h_0 s, s)|}{\Phi_0} \ll 1$).

Разложение (6) имеет ярко выраженный лучевой характер. Далее, аналогично лемме 3 §7 [I] мы выделяем зону Френеля условиями:

$$k \frac{n^{4_1}}{|s|^3} \leq Ck^{-\delta_4}, k|s| \geq Ck^{\delta_1}, k \frac{(h_0 s, s)^2}{\Phi_0} \leq Ck^{-\delta_2}, k \frac{n|(h_0 s, s)|}{\Phi_0} \leq Ck^{-\delta_5}$$

ЛЕММА 2. В зоне Френеля справедливо следующее асимптотическое представление

$$u_b(s, n, k) \sim \left(\frac{k}{|s|}\right)^{\frac{m}{2}-1} \frac{e^{ik|s|}}{\sqrt{k|s|}} \left(\frac{|s|}{k}\right)^{\frac{2t-\mu+\rho}{2}} \sum_{a,b,c,d; c+d=2n} C_{abcd}(k|s|)^{-a/2} \times \\ \times \int d\varphi \frac{e^{i\varphi - \varphi^{1/2} \mu}}{\varphi^{1/2(1+2t-\mu+\rho)}} P_{abcd}^{t+\rho}(\mu\varphi^n) \left(\frac{\varphi}{\sqrt{k|s|}}\right)^\beta \left(\frac{\sigma}{\varphi}\right)^{\frac{3c}{4}} \left(\frac{\sigma\gamma^4}{\varphi}\right)^{\frac{d}{4}} \quad (7)$$

Здесь $\mu = n\sqrt{2\frac{k'}{|s|}}$, $\sigma = \frac{1}{k} k^{1/5} |s| (2h_0 \hat{s}, \hat{s})^{2/5}$, $\gamma = k^{2/5} n (2h_0 \hat{s}, \hat{s})^{1/5}$; $P_{abcd}^{t+\rho}(\mu\varphi^n)$ — многочлен степени не выше $t+\rho$ от $\mu\varphi^{1/2}$. C_{abcd} — это гладкие функции от $\frac{s}{\Phi_0}$, $\frac{n}{\Phi_0}$.

Нетрудно видеть, что зона Френеля и лучевая зона, описанная в лемме I, покрывают всю часть рассматриваемой нами области $kn\Phi_0 \leq Ck^{-\varepsilon}$, $k|s|^4 \leq Ck^{-\varepsilon}$, характеризуемую условиями $k\Phi_0 \geq Ck^{\delta_1}$, $k\frac{(h_0 s, s)^2}{\Phi_0} \leq Ck^{-\delta_1}$. Вне пределов этой области можно выделить еще одну зону, где справедливо лучевое разложение.

ЛЕММА 3. Рассмотрим область $kn^2/\Phi_0 \geq Ck^{\delta_3}$, $|(h_0 s, s)|/n \leq Ck^{-\delta_6}$, $n/\Phi_0 \leq Ck^{-\delta_4}$. В этой области справедливо асимптотическое разложение вида

$$u_b(s, n, k) \sim \left(\frac{k}{\Phi_0}\right)^{\frac{m}{2}-1} \frac{\exp\{ik\Phi_0 + ik\frac{(h_0 s, s)n}{2\Phi_0} - ik\frac{(h_0 s, s)^2}{24\Phi_0}\}}{\sqrt{k\Phi_0}} \times \\ \times \frac{n^{t+\rho}}{\left(k\frac{n}{\Phi_0}\right)^{t-\mu}} \sum C_{abcd} \left(\frac{(h_0 s, s)}{n}\right)^a \left(\frac{n}{\Phi_0}\right)^\beta (kn\Phi_0^2)^{c/2} \left(\frac{kn^2}{\Phi_0}\right)^{-d/2} \quad (8)$$

Естественно область, определяемую условиями леммы 3 также назвать лучевой зоной источника. Т.о. из лемм I-3 следует, что размер геометро-оптической зоны источника существенно зависит от поведения матрицы h_0 в направлении \hat{s} ; что же касается вида формул, они по-существу не меняются при изменении знака выражения $(h_0 \hat{s}, \hat{s})$.

Отметим также, что в тех направлениях \hat{s} , где $(h_0 \hat{s}, \hat{s}) = 0$, а также в близких направлениях, характеризуемых условием $|(h_0 \hat{s}, \hat{s})| \leq Ck^{(-11\delta + 3\varepsilon/2 - \delta_2/2)}$, геометро-оптическая зона заполняет всю область $kn\Phi_0^2 \leq Ck^{-\varepsilon}$, $k|s|^4 \leq Ck^{-\varepsilon}$.

4. Что же касается таких \hat{S} , что $|(h_0 \hat{S}, \hat{S})| \geq Ck^{-4/3}$, то здесь, кроме геометро-оптической зоны возникает еще и зона Фока, в которой формируются либо волны соскальзывания (в случае $(h_0 \hat{S}, \hat{S}) > 0$), либо волны шепчущей галереи (в случае $(h_0 \hat{S}, \hat{S}) < 0$).

ЛЕММА 4. Пусть $\frac{k(h_0 S, S)^2}{\Phi_0} \geq Ck^{-2\delta_2}$, $\frac{|k(h_0 S, S)|}{n} \geq Ck^{-2\delta_6}$. Тогда при достаточно малых δ_2 и δ_6 ; например при $\delta_2, \delta_6 \leq \varepsilon/8$, справедлива асимптотическая формула

$$u_p(s, n, k) \sim \left(\frac{k}{|S|}\right)^{\frac{m}{2}-1} \frac{ik|S|^{-1/3}(1+4t+2\rho-2\mu)}{k} e^{-1/3(1+4t+\rho-\mu)(2h_0 \hat{S}, \hat{S})} \times$$

$$\times \sum_{a,b,c} (\sqrt{k|S|}(h_0 \hat{S}, S))^{-a} \left(\frac{\nu}{\sqrt{k|S|}}\right)^b (\sqrt{k|S|}k^{-2/3}(2h_0 \hat{S}, \hat{S}))^{2/3} \frac{\partial}{\partial \sigma}^c \times$$

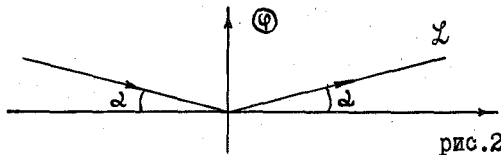
$$\times \sum_{i=0}^t \left\{ P_{iabc} \left(\frac{\partial}{\partial \sigma}, \nu\right) + Q_{iabc} \left(\frac{\partial}{\partial \sigma}, \nu\right) \frac{\partial}{\partial \nu} \right\} \Psi_i(\sigma, \nu) \quad (9)$$

Здесь $P_{iabc}(\rho, \nu)$ - полином от ρ, ν степени не выше $\frac{i+t+b+\mu+2\rho}{2}$, $Q_{iabc}(\rho, \nu)$ - не выше $\frac{i+t+b+\mu+2\rho-1}{2}$. Наконец, $\Psi_i(\sigma, \nu)$ имеют следующий вид:

а) В случае $(h_0 \hat{S}, \hat{S}) < 0$

$$\Psi_i(\sigma, \nu) = \int_{\mathcal{L}} d\varphi e^{i\varphi\sigma} \left(\frac{w_1(\varphi)}{w_1'(\varphi)}\right)^i \frac{w_1(\varphi-\nu)}{w_1'(\varphi)}, \quad (10a)$$

где вид контура \mathcal{L} указан на рис.2



б) В случае $(h_0 \hat{S}, \hat{S}) > 0$

$$\Psi_i(\sigma, \nu) = \int_{\mathcal{L}} d\varphi e^{i\varphi\sigma} \left(\frac{v(\varphi)}{v'(\varphi)}\right)^i \frac{v(\varphi-\nu)}{v'(\varphi)} \quad (10б)$$

где контур \mathcal{L} , указанный на рис.3, состоит из 3^х частей: контуров $\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2, \mathcal{L}_3$: При этом вдоль контура \mathcal{L}_3 интегрируется подынтегральная функция, стоящая в интеграле в формуле (Юб); вдоль контура \mathcal{L}_1 интегрируется подынтегральная функция, получаемая при замене $U(x)$ на $W_2(x)$ в интеграле (Юб); вдоль \mathcal{L}_2 интегрируется функция, представляющая собой разность подынтегральных выражений интеграла вдоль \mathcal{L}_3 и вдоль \mathcal{L}_1 .

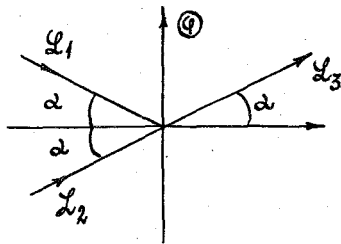


рис.3

Используя леммы I-4 можно показать, что построенный нами формальный ряд (3) обладает асимптотическим характером при $kn\Phi_0^2 \leq \leq Ck^{-\varepsilon}$, $|k| \leq Ck^{-\varepsilon}$ для любого $\varepsilon > 0$.

Замечание I. Если в качестве главной части рассматриваемого эллиптического дифференциального оператора взять оператор $-\frac{\partial^2}{\partial n^2}$

$$-\Delta_S - k^2 + \sum_{\alpha, \beta=1}^{m-1} 2nh_{\alpha\beta} \frac{\partial^2}{\partial s_\alpha \partial s_\beta} + \sum_{\alpha, \beta, \gamma=1}^{m-1} 2nh_{\alpha\beta\gamma} \frac{\partial^2}{\partial s_\alpha \partial s_\beta},$$

где как и прежде $h_{\alpha\beta}$ - матрица второй квадратичной формы поверхности Γ в точке $S=0$, а $h_{\alpha\beta\gamma}$ - это производная по S_γ матрицы второй квадратичной формы поверхности Γ , вычисленная в точке $S=0$, то получившийся оператор можно рассматривать как дифференциальный по n и псевдодифференциальный по S . Для обращения этого оператора, т.е. для решения задачи

$$\left[-\frac{\partial}{\partial n^2} - \Delta_S + 2n \left\{ \sum_{\alpha, \beta=1}^{m-1} h_{\alpha\beta} \frac{\partial^2}{\partial s_\alpha \partial s_\beta} + \sum_{\alpha, \beta, \gamma=1}^{m-1} h_{\alpha\beta\gamma} S_\gamma \frac{\partial^2}{\partial s_\alpha \partial s_\beta} \right\} - k^2 \right] u_0(s, n, k) = 0, \quad n > 0 \quad (II)$$

$$\frac{\partial u_0}{\partial n}(s, 0, k) = \delta(s)$$

можно поступить следующим образом: будем искать $u_0(s, n, k)$ как формальный ряд, старший член которого ищется как решение следующей задачи:

$$\left[-\frac{d^2}{dn^2} + \rho^2 - k^2 - 2n \left\{ \sum_{\alpha, \beta=1}^{m-1} h_{\alpha\beta} \rho_\alpha \rho_\beta + \sum_{\alpha, \beta, \gamma=1}^{m-1} h_{\alpha\beta\gamma} S_\gamma \rho_\alpha \rho_\beta \right\} \right] \hat{u}_0^0(\rho, s, n, k) = 0, \quad n > 0 \quad (I2)$$

$$\frac{d\hat{u}_0^0}{dn} \Big|_{n=0} = 1$$

$$u_0^o(s, n, k) = (2.20) \int_{R^{m-1}} e^{i\langle \rho, s \rangle} \hat{u}_0^o(\rho, s, n, k) d\rho.$$

Выбирая в качестве K оператор Грина неоднородной задачи (I2) можно построить формальный ряд, дающий формальное решение задачи (II). Оказывается этот ряд обладает асимптотическим характером уже при $k|s|^\delta \leq Ck^{-\varepsilon}$. Используя этот ряд, можно построить и формальную коротковолновую асимптотику решения задачи (I), обладающую асимптотическим характером уже в области $kn\Phi_0^2 \leq Ck^{-\varepsilon}$, $k|s|^\delta \leq Ck^{-\varepsilon}$.

Замечание II. С помощью построенной асимптотики решения задачи о точечном источнике, находящемся на границе области, можно, используя формулу Грина и коротковолновую асимптотику решения задачи о точечном источнике в случае отсутствия границы (см. [3]), построить коротковолновую асимптотику функции Грина в случае источника, приподнятого над поверхностью $\Gamma^{-1/4-\delta}$. Построенная т.о. асимптотика будет справедлива при $|x-y| \leq Ck^{-1/4-\delta}$, $\forall \delta > 0$, где x - точка наблюдения, y - источник. Используя тауберову технику, из результатов относительно коротковолновой асимптотики функции Грина можно извлечь асимптотические формулы для спектральной функции рассматриваемого оператора ([4]).

Литература

1. Буслев В.С. Об асимптотическом поведении спектральных характеристик внешних задач для оператора Шредингера - Изв.АН СССР, сер. мат., 1975, т.39, №1, с.149-235.
2. Бабич В.М., Булдырев В.С. Асимптотические методы в задачах дифракции коротких волн. М., 1972, 456 с.
3. Бабич В.М. О коротковолновой асимптотике решения задачи о точечном источнике в неоднородной среде. - Журн. вычисл. мат. и мат. физ., 1965, т.5, №5, с.949-951.
4. Курнлев Я.В. Асимптотика вблизи границы спектральной функции эллиптического дифференциального оператора второго порядка. Функц.анал. и его прилож., 1980, т.14, №3.
5. Бабич В.М. Высокочастотный источник колебаний вблизи вогнутого зеркала. - Зап. научн. семин. ЛОМИ, 1975, т.51, с.5-19.

Kuriljew Ya.V. On the point-source on the domain's boundary.

The article concerns with the shortwave source on the boundary of the domain. An uniform asymptotic expansion in the $K^{-1/4 + \varepsilon}$ - neighbourhood of the point-source for arbitrary geometry of the boundary is obtained.