Доклады Академии наук СССР
1978. Том 238, № 1

УДК 538.115 *ФИЗИКА*

Ю. М. ГУФАН, А. С. ПРОХОРОВ, Е. Г. РУДАШЕВСКИЙ

О СПОСОБАХ ОПИСАНИЯ ЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКИ АНТИФЕРРОМАГНЕТИКОВ

(Представлено академиком А. М. Прохоровым 12 X 1977)

Одной из актуальных задач в теории магнитоупорядоченных диэлектриков в настоящее время является описание однородных низкочастотных колебаний магнитной подсистемы (магнитного резонанса) в веществах, у которых число магнитных подрешеток больше одной и вклад орбитального магнетизма в номинальную намагниченность не мал. Квантовомеханические вычисления собственных частот в рамках различных моделей весьма сложны и без определенных упрощений, существенно снижающих ценность расчетов, практически до конца не реализуемы ([1]).

Феноменологический подход ([2]) позволяет получать выражения для частот магнитного резонанса, используя только симметрию магнетика. При таком подходе, однако, возникает вопрос о виде уравнений движения для магнитной подсистемы и о возможности экспериментального определения необходимого числа статических и динамических параметров, описывающих конкретный магнетик ([3]). Магнитный резонанс в магнитоупорядоченных диэлектриках в рамках феноменологического подхода можно описывать как уравнениями неравновесной термодинамики ([4]), справедливыми при любых температурах, так и уравнениями движения Лагранжа ([5], [6]), строго справедливыми только при $T=0°$ K. Оба феноменологических подхода должны совпадать при $T=0°$ K. Представляет интерес найти количественные соотношения между динамическими феноменологическими параметрами обоих подходов путем непосредственного сравнения уравнений движения.

Рассмотрение уравнений движения будем проводить на примере хорошо исследованного экспериментально тетрагонального «легкоплоскостного» антиферромагнетика NiF_2 (D_{4h}^{14}, $T_N=73{,}2°$ K), считая, что его магнитные свойства можно описать двумя локализованными спиновыми плотностями M_1 и M_2. Термодинамические уравнения движения для двухподрешеточного антиферромагнетика имеют вид ([4])

$$\left\| \begin{matrix} \dot{\mathbf{m}} \\ \dot{\mathbf{l}} \end{matrix} \right\| = \hat{\gamma} \left\| \begin{matrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{N} \end{matrix} \right\|, \tag{1}$$

где $\mathbf{m}=\mathbf{M}-\mathbf{M}^0$, $\mathbf{l}=\mathbf{L}-\mathbf{L}^0$ — отклонения векторов $\mathbf{M}(\mathbf{M}=\mathbf{M}_1+\mathbf{M}_2)$ и $\mathbf{L}(\mathbf{L}=\mathbf{M}_1-\mathbf{M}_2)$ от равновесных значений $\mathbf{M}^0$ и $\mathbf{L}^0$ соответственно, $\mathbf{F}=\partial\Delta\Phi/\partial\mathbf{m}$, $\mathbf{N}=\partial\Delta\Phi/\partial\mathbf{l}$, $\Delta\Phi$ — добавка к термодинамическому потенциалу Ландау при отклонении магнитной подсистемы от положения равновесия, $\hat{\gamma}$ — антисимметричная матрица.

Матрицу $\hat{\gamma}$ для тетрагональных антиферромагнетиков запишем с точностью до линейных по равновесным спиновым плотностям членов ([7]):

$$
\left\|\begin{matrix}
0 & -\gamma_1(1+\tau_1)M_z^0 & \gamma_1(M_y^0+\tau_2L_x^0+\\ +\tau_3M_y^0) & \gamma_2\tau_4M_z^0 & -\gamma_2(1+\tau_5)L_z^0 & \gamma_2(L_y^0+\tau_6M_x^0+\\ +\tau_7L_y^0) \\
0 & -\gamma_1(M_x^0+\\ +\tau_2L_y^0+\\ +\tau_3M_x^0) & \gamma_2(1+\\ +\tau_5)L_z^0 & -\gamma_2\tau_4M_z^0 & -\gamma_2(L_x^0+\\ +\tau_6M_y^0+\\ +\tau_7L_x^0) \\
 & 0 & -\gamma_2(L_y^0+\\ +\tau_8M_x^0+\\ +\tau_9L_y^0) & \gamma_2(L_x^0+\\ +\tau_8M_y^0+\\ +\tau_9L_x^0) & 0 \\
 & & 0 & -\gamma_3(1+\\ +\tau_{10})M_z^0 & \gamma_3(M_y^0+\tau_{11}L_x^0+\\ +\tau_{12}M_y^0) \\
 & & & 0 & -\gamma_3(M_x^0+\\ +\tau_{11}L_y^0+\\ +\tau_{12}M_x^0) \\
 & & & & 0
\end{matrix}\right\| . \quad (2)
$$

Если в уравнениях Лагранжа ограничиться той же точностью, что и в выражениях (1), (2), то функция Лагранжа для спиновой волны с $\mathbf{q}=0$ ($\mathbf{q}$ — волновой вектор) в случае тетрагональных антиферромагнетиков имеет вид

$$
\begin{gathered}
\mathscr{L}={}^1/_2\rho_1\mathbf{M}^0[\mathbf{m}\times\dot{\mathbf{m}}]+\rho_2\mathbf{L}^0[\mathbf{l}\times\dot{\mathbf{m}}]+{}^1/_2\rho_3\mathbf{M}^0[\mathbf{l}\times\dot{\mathbf{l}}]+\\
+\delta_1(\dot{\mathbf{m}}_x[\mathbf{L}^0\times\mathbf{m}]_y+\dot{\mathbf{m}}_y[\mathbf{L}^0\times\mathbf{m}]_x)+\delta_2(\dot{\mathbf{m}}_x[\mathbf{l}\times\mathbf{M}^0]_y+\dot{m}_y[\mathbf{l}\times\mathbf{M}^0]_x)+\\
+\delta_3(M_x^0[\mathbf{l}\times\dot{\mathbf{m}}]_y+M_y^0[\mathbf{l}\times\dot{\mathbf{m}}]_x)+\delta_4([\mathbf{L}^0\times\mathbf{l}]_x\dot{l}_y+[\mathbf{L}^0\times\mathbf{l}]_y\dot{l}_x)+\\
+\delta_5([\dot{\mathbf{l}}\times\mathbf{l}]_xL_y^0+[\dot{\mathbf{l}}\times\mathbf{l}]_yL_x^0)+\delta_6([\mathbf{M}^0\times\mathbf{m}]_x\dot{l}_y+[\mathbf{M}^0\times\mathbf{m}]_y\dot{l}_x)+\\
+\delta_7([\dot{\mathbf{m}}\times\mathbf{m}]_xL_y^0+[\dot{\mathbf{m}}\times\mathbf{m}]_yL_x^0)+\delta_8\dot{m}_z[\mathbf{L}^0\times\mathbf{l}]_z+\delta_9\dot{m}_z[\mathbf{M}^0\times\mathbf{m}]_z+\\
+\delta_{10}M_z^0[\dot{\mathbf{l}}\times\mathbf{l}]_z+\delta_{11}M_z^0[\dot{\mathbf{m}}\times\mathbf{m}]_z+\delta_{12}\dot{l}_z[\mathbf{L}^0\times\mathbf{m}]_z+\delta_{13}\dot{l}_z[\mathbf{M}^0\times\mathbf{l}]_z+\\
+\delta_{14}L_z^0[\dot{\mathbf{m}}\times\mathbf{l}]_z-f, \qquad (3)
\end{gathered}
$$

где f — потенциальная энергия, равная $\Delta\Phi$ в (1) при $T\to 0°$ K. Соответствующие уравнения движения Лагранжа для тетрагональных антиферромагнетиков можно записать аналогично (1):

$$
\hat{\rho}\left\|\begin{matrix}\dot{\mathbf{m}}\\ \dot{\mathbf{l}}\end{matrix}\right\|=\left\|\begin{matrix}\mathbf{F}\\ \mathbf{N}\end{matrix}\right\|, \qquad (4)
$$

где $\hat{\rho}$ — антисимметричная матрица,

$$
\left\|\begin{matrix}
0 & -\rho_1(1+t_1)M_z^0 & \rho_1(M_y^0+t_2L_x^0+\\ +t_3M_y^0) & \rho_2t_4M_z^0 & -\rho_2(1+t_5)L_z^0 & \rho_2(L_y^0+t_6M_x^0+\\ +t_7L_y^0) \\
0 & -\rho_1(M_x^0+\\ +t_2L_y^0+t_3M_x^0) & \rho_2(1+\\ +t_5)L_z^0 & -\rho_2t_4M_z^0 & -\rho_2(L_x^0+\\ +t_6M_y^0+t_7L_x^0) \\
 & 0 & -\rho_2(L_y^0+\\ +t_8M_x^0+\\ +t_9L_y^0) & \rho_2(L_x^0+\\ +t_8M_y^0+\\ +t_9L_x^0) & 0 \\
 & & 0 & -\rho_3(1+t_{10})M_z^0 & \rho_3(M_y^0+\\ +t_{11}L_x^0+\\ +t_{12}M_y^0) \\
 & & & 0 & -\rho_3(M_x^0+\\ +t_{11}L_y^0+\\ +t_{12}M_x^0) \\
 & & & & 0
\end{matrix}\right\|,
$$

$$t_1 = -2\delta_{11}/\rho_1, \quad t_2 = -(\delta_1 + 2\delta_7)/\rho_1, \quad t_3 = \delta_9/\rho_1, \quad t_4 = -(\delta_2 + \delta_6)/\rho_2,$$
$$t_5 = -\delta_{14}/\rho_2, \quad t_6 = (\delta_2 + \delta_3)/\rho_2, \quad t_7 = \delta_{12}/\rho_2, \quad t_8 = (\delta_3 - \delta_6)/\rho_2,$$
$$t_9 = \delta_8/\rho_2, \quad t_{10} = -2\delta_{10}/\rho_3, \quad t_{11} = -(\delta_4 + 2\delta_5)/\rho_3, \quad t_{12} = \delta_{13}/\rho_3.$$

Феноменологические параметры γ_i, ρ_j, i, $j=1, 2, 3$, носят обменный характер, а τ_k, t_n, k, $n=1, 2, \ldots, 12$,— анизотропный.

При $T \to 0°$ К уравнения (1) и (2) должны совпадать, т. е.

$$\hat{\gamma}^{-1}\big|_{T=0} = \hat{\rho}, \qquad \hat{\rho}^{-1} = \hat{\gamma}\big|_{T=0}$$

(так как $\det\hat{\gamma} \neq 0$ и $\det\hat{\rho} \neq 0$ при $\tau_k \neq 0$ и $t_n \neq 0$, такое сравнение возможно). Приравнивая соответствующие элементы матриц $\hat{\gamma}^{-1}$ и $\hat{\rho}$, получаем 15 уравнений связей между 15 динамическими феноменологическими параметрами γ_i, τ_k и ρ_j, t_n, i, $j=1, 2, 3$; k, $n=1, 2, \ldots, 12$. Среди этих соотношений наибольший интерес представляют те, которые связывают феноменологические параметры ρ_1 и ρ_2 с γ_1 и γ_2, поскольку именно эти параметры определяют в обменном приближении низкочастотную ветвь антиферромагнитного резонанса в легкоплоскостных антиферромагнетиках. Для случая $\mathbf{M}^0 \| \mathbf{H} \| \mathbf{U}_2 \| \mathbf{Y}$, $\mathbf{L}^0 \perp \mathbf{M}^0$, $\mathbf{L}^0 \perp \mathbf{C}_4 \| \mathbf{Z}$, реализуемого в NiF_2 при $T=4{,}2°$ К ([8]), такие соотношения, если в них оставить старшие члены по степеням $M_y^0/L_x^0 \ll 1$, $\tau_k \ll 1$, $t_n \ll 1$, принимают вид

$$\begin{gathered}\frac{1}{\gamma_1 L_x^0}\,\frac{1}{\tau_{11}-\tau_2+\tau_4\gamma_2^2/\gamma_1\gamma_3} = \rho_1(M_y^0+t_2L_x^0),\\ \frac{1}{\gamma_2 L_x^0}\,\frac{M_y^0/L_x^0+\tau_2-\tau_4\gamma_2^2/\gamma_1\gamma_3}{\tau_{11}-\tau_2+\tau_4\gamma_2^2/\gamma_1\gamma_3} = \rho_2 L_x^0.\end{gathered} \tag{5}$$

Из (5) следует, что

$$\rho_2/\rho_1 = (\gamma_1/\gamma_2)K, \quad K = (M_y^0/L_x^0+\tau_2-\tau_4\gamma_2^2/\gamma_1\gamma_3)\,(M_y^0/L_x^0+t_2). \tag{6}$$

Так как в коэффициент K входят отношения статических и динамических величин анизотропного происхождения к обменным, то для NiF_2 значение $K \ll 1$. Устремив τ_2, τ_4 и t_2 к нулю, получим

$$\rho_2/\rho_1 = (\gamma_1/\gamma_2)\,(M_y^0/L_x^0)^2, \tag{7}$$

которое характеризует связь между динамическими константами лагранжевых и термодинамических уравнений движения, записанных в обменном приближении. Следовательно, если предположить, что в NiF_2 величины γ_1 и γ_2 одного порядка ($\gamma_1/\gamma_2 \approx 1$), то $\rho_2 \ll \rho_1$, и наоборот. Вопрос об относительной величине γ_i и ρ_j выходит за рамки феноменологической теории. Если при вычислении резонансных частот априори предположить, что в NiF_2 $(\rho_1/\rho_2) \approx 1$ ([9]), то из (6) следует $\gamma_2 \ll \gamma_1$. Однако при $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3$, $\tau_k = 0$ уравнения (1) переходят в линеаризованные уравнения Ландау — Лифшица, которые в приближении хаотических фаз нетрудно получить из гамильтониана Гайзенберга. Следовательно, если исходить из гамильтониана Гайзенберга как нулевого приближения, то необходимо принять, что для антиферромагнетиков типа NiF_2 *

$$(\gamma_1/\gamma_2) \approx 1 \quad (\rho_1 \gg \rho_2).$$

Соотношение (7) имеет место и для ромбоэдрических антиферромагнетиков с анизотропией типа легкая плоскость.

---

* Гамильтониан Гайзенберга ранее использовался нами в качестве нулевого приближения в работах ([3], [7], [10]).

Таким образом, относительная величина феноменологических параметров лагранжевой механики спиновой волны существенно зависит от основного состояния антиферромагнетика. Число феноменологических параметров в лагранжевом и неравновесно-термодинамическом подходах одинаково.

Физический институт им. П. Н. Лебедева
Академии наук СССР
Москва

Поступило
10 X 1977

ЛИТЕРАТУРА

[1] *Б. Г. Кухаренко,* ЖЭТФ, т. 69, 632 (1975). [2] *Е. А. Туров,* Физические свойства магнитоупорядоченных кристаллов, Физматгиз, 1963. [3] *Л. В. Великов, Ю. М. Гуфан и др.,* ДАН, т. 219, 1341 (1974). [4] *Ю. М. Гуфан,* Препринт ВНИИФТРИ, № 42, 1970; ЖЭТФ, т. 60, 1537 (1971). [5] *В. М. Цукерник,* ФТТ, т. 10, 1006 (1968). [6] *И. Е. Дзялошинский, Б. Г. Кухаренко,* ЖЭТФ, т. 70, 2360 (1976). [7] *Ю. М. Гуфан, К. Н. Кочарян и др.,* ЖЭТФ, т. 66, 1155 (1974). [8] *А. С. Боровик-Романов, А. Н. Бажан, Н. М. Крейнес,* ЖЭТФ, т. 64, 1367 (1973). [9] *Б. Г. Кухаренко,* Канд. дисс., ИТФ им. Л. Д. Ландау АН СССР, 1976. [10] *Ю. М. Гуфан, А. С. Прохоров, Е. Г. Рудашевский,* Тез. Всесоюзн. конфер. по физике магнитных явлений, Баку, 1975, стр. 104.