

УДК 532.135:536.242:678:065

НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЕ ДИССИПАТИВНОЕ ТЕЧЕНИЕ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ В ПОРИСТОМ КАНАЛЕ

© 2017 г. А. В. Баранов

Российский государственный университет нефти и газа

им. И.М. Губкина, Москва, Россия

E-mail: alexvbaranov@yahoo.co.uk

Поступила в редакцию 08.03.2015 г.

Исследуется стационарное неизотермическое течение вязкой ньютоновской жидкости в плоском канале, заполненном пористым материалом. В качестве уравнения движения используется уравнение Бринкмана. Вязкость считается зависящей от температуры. При записи уравнения энергии применяется однотемпературная модель. Учитываются диссипативные тепловыделения. Задача решена для температурных граничных условий первого рода.

DOI: 10.7868/S0040364417030012

ВВЕДЕНИЕ

В последние годы в мировой литературе появилось значительное число работ, посвященных исследованию конвективного теплообмена при течении жидкостей в каналах, полностью или частично заполненных пористым материалом. Это объясняется широким использованием таких видов течений в самых различных технологических процессах [1, 2]. В первую очередь можно отметить работы [3–8], посвященные моделированию течения вязкой жидкости через канал, частично заполненный пористым материалом. В области текущей жидкости течение описывалось уравнением Навье–Стокса, а в пористом слое использовались, как правило, уравнение Бринкмана или закон Форхгеймера. В [3–5] на стенках канала устанавливались как симметричные, так и несимметричные граничные условия второго рода (заданный тепловой поток). При этом одна из стенок могла быть адиабатической. Следует отметить, что на границе жидкость–пористый слой авторы этих работ ставили условие скачка касательных напряжений. Расчеты в основном сводились к вычислению критерия Нуссельта. В [6] предложена модель конвективного теплообмена, в соответствии с которой температура на границе жидкость–пористый слой определяется из условия равенства тепловых потоков, а скорость на этой границе – из условия равенства касательных напряжений. В работе [7] численно исследуется ламинарная вынужденная конвекция при течении в трубе. Рассматривалось три случая частичного заполнения трубы пористым материалом. В первом случае пористый материал имел цилиндрическую форму и размещался на центральной линии трубы. Во втором он имел кольцевую фор-

му, а в третьем – цилиндрическую и размещался на некотором расстоянии от входа в трубу. Для описания течения жидкости в свободной области использовалось уравнение Навье–Стокса, а в пористой среде принимался закон Форхгеймера. Решение тепловой задачи основывалось на модели с одним уравнением энергии, что предполагало локальное тепловое равновесие между жидкой и твердой фазами. Изучено влияние в широком диапазоне числа Дарси на профили скорости, локальное и среднее число Нуссельта, а также на перепад давления. В [8] проведена оценка эффективности теплопереноса при вынужденной конвекции в нагреваемой трубе для двух ситуаций: пористая среда в центральной зоне трубы и труба, стенка которой покрыта слоем пористой среды. Исследовалась применимость допущения локального теплового равновесия. Определены условия, когда при заполнении пористой средой центральной зоны трубы эффективность теплопереноса выше, чем при покрытии стенок слоем пористой среды.

В последние годы появился также целый ряд работ, в которых рассматривается теплообмен при течении жидкости через канал, полностью заполненный пористым материалом [9–25]. Первоначально следует отметить публикации, в которых задача решается без учета диссипации энергии [9–14]. Так, в [9, 10] на основе модели Бринкмана–Форхгеймера рассмотрен теплообмен при течении степенной жидкости в плоском канале при тепловых граничных условиях первого [10] и второго рода [9]. При решении использовался классический интегральный метод Кармана–Польхаузена для профиля скорости. Расчеты в основном сводились к вычислению локальных

чисел Нуссельта. Однако в работе [9] исследовано также влияние различных параметров (индекс течения, число Дарси и т.д.) на профиль скорости. В [11] подобная задача решена уже на основе модели Бринкмана для ньютоновской жидкости. Рассматривались тепловые граничные условия первого рода как для плоского, так и для круглого каналов. Применялась классическая методология, используемая при решении задачи Гретца. Авторы опять же основной упор сделали на расчетах локального и среднего числа Нуссельта, а также на анализе влияния на него различных параметров. В [12] исследована справедливость предположения о локальном термическом равновесии при вынужденном конвективном течении степенной жидкости. На основании многочисленных расчетов установлены границы, в пределах которых предположение о локальном термическом равновесии приемлемо. Отмечена в этом отношении роль критериев Пекле и Био, индекса течения жидкости и других параметров. В [13] исследована полностью развитая вынужденная конвекция при течении жидкости в прямоугольных каналах. В качестве уравнения движения использовалось уравнение Бринкмана. Решение, построенное в рядах Фурье, позволило получить профили температуры и скорости. Использовались тепловые граничные условия первого рода. Авторами [14] моделировался стационарный полностью развитый конвективный теплоперенос при течении ньютоновской жидкости в плоском канале при асимметричных граничных условиях второго рода. Использовалось уравнение Бринкмана. Приведены численные расчеты чисел Нуссельта на верхней и нижней стенках канала при различных числах Дарси. Показано соотношение тепловых потоков на верхней и нижней стенках, когда число Нуссельта терпит разрыв и меняет знак.

Дальнейшим шагом в развитии теории теплообмена в пористых каналах явилось включение в математическую модель члена, описывающего диссипативное тепловыделение [15–25]. При этом в [15–17] показано, что в зависимости от различных теоретических предположений диссипативная функция в уравнении энергии может быть записана по-разному. Приводятся три различные формы записи диссипативного члена. При этом отмечается, что при малых числах Дарси все три модели дают идентичные результаты. Для больших чисел Дарси необходимо использовать экспериментальные данные, чтобы установить, какая из моделей больше подходит для данных конкретных условий течения. Так, в [15, 16] на основании уравнения Бринкмана рассматривается течение и теплообмен в плоском канале. В [15] используются только тепловые граничные условия первого рода, но при этом в уравнении энергии учтена осевая теплопроводность. В [16]

рассматриваются тепловые граничные условия как первого, так и второго рода. В обеих работах получены выражения и проведены расчеты по распределению локального числа Нуссельта по безразмерной длине канала при различных значениях чисел Дарси, Пекле и Бринкмана. Отражено очевидное влияние эффекта диссипации на характеристики теплообмена. Аналогичная задача, но для прямоугольного канала решена при граничных условиях первого и второго рода в [18]. Уравнение энергии решалось расширенным методом взвешенных остатков с привлечением функций Грина. Расчеты коэффициента теплоотдачи показали, что полностью развитый тепловой режим течения может быть недостижимым на практике для очень узких каналов при граничных условиях второго рода. В [19] методом разделения переменных решена задача о конвективном теплообмене в круглой трубе при граничных условиях второго рода. При вычислении собственных функций численно решались обыкновенные дифференциальные уравнения методом Рунге–Кутты. Результаты расчетов профилей температуры показали, что учет диссипации энергии вносит заметный вклад в решение даже при малых значениях числа Бринкмана. Показаны также изменения температуры стенки и числа Нуссельта по длине трубы. В отличие от работ [15–19], посвященных изучению теплообмена с учетом диссипации для ньютоновских жидкостей, в работе [20] рассмотрено течение степенной жидкости в плоском канале при тепловых граничных условиях второго рода. Решение сводилось к численному интегрированию системы обыкновенных дифференциальных уравнений методом Рунге–Кутты. Приведены интересные результаты расчетов поперечных профилей температуры и скорости, а также изменения локального числа Нуссельта по длине канала. Работа [21] посвящена исследованию роли диссипации энергии на потерю устойчивости при течении в плоском пористом канале при асимметричных тепловых граничных условиях. Температура верхней границы постоянна, нижняя граница теплоизолирована. Течение описывается уравнением Бринкмана. Кроме того, показано, что результаты, полученные в рамках модели Бринкмана, в предельном случае стремления параметра Дарси к бесконечности (свободная жидкость) отличаются от результатов решения соответствующей задачи в рамках модели Навье–Стокса. В частности, первая модель дает завышенные значения температуры по всей толщине слоя, за исключением граничных точек. Авторы работы [22] привели аналитическое решение для диссипативного полностью развитого гидродинамического и теплового течений очень вязкой ньютоновской жидкости в кольцевом канале. Использовалась форма записи диссипативного члена, которая является совме-

стимой с предельным случаем течения чистой (свободной) жидкости при бесконечно больших числах Дарси.

Все работы, учитывающие диссипативное тепловыделение [15–22], основывались на так называемой однотемпературной модели, использующей одно уравнение энергии и предполагающей локальное термическое равновесие. В этом случае внутренний теплообмен между жидкостью и твердым скелетом происходит достаточно быстро. В публикациях [23–25] при описании теплообмена в пористых каналах используется модель, включающая два уравнения энергии: одно описывает температурное поле в жидкости, другое (уравнение теплопроводности) – распределение температуры внутри твердой фазы. Такие модели применяются в тех случаях, когда низкая теплопередача на границе раздела жидкой и твердой фаз приводит к заметной разнице температур в этих фазах. Очевидно, это приводит к значительному усложнению математической модели и громоздким вычислениям.

Как видно из приведенного выше краткого литературного обзора, практически все опубликованные работы посвящены теплообмену в пористых каналах при постоянных физических свойствах жидкости, включая вязкость. Однако общеизвестным является тот факт, что именно температурная зависимость вязкости является наиболее существенной практически для всех видов жидкостей. Огромное число технологических процессов как раз и основывается на сильной зависимости вязкости от температуры. Поэтому постановка и решение задач теплообмена при течениях жидкостей в каналах в предположении постоянной вязкости может рассматриваться только как первое, весьма грубое, приближение. Количество работ, посвященных неизомермическому (т.е. с переменной вязкостью) течению жидкостей в пористых каналах, явно недостаточно. Одним из примеров таких немногочисленных публикаций может являться [26]. Авторами данной работы получено аналитическое решение стационарной задачи вынужденной конвекции в прямоугольном канале при граничных условиях второго рода. Вязкость считалась обратно пропорциональной температуре. В качестве уравнения движения использовалось уравнение Дарси, а градиент давления принимался постоянным. Все это делает математическую модель [26] достаточно далекой от реальности.

В данной работе предпринята попытка восполнить имеющийся пробел в области моделирования неизомермического течения жидкости в пористом канале с учетом диссипации энергии и зависимости вязкости от температуры.

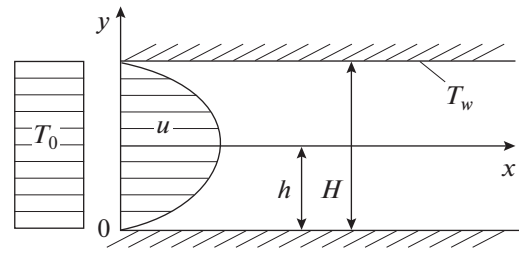


Рис. 1. Схема течения.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

При формулировании математической модели принимается ряд общепринятых допущений, которые ранее уже использовались при описании течения свободной жидкости в каналах [27–29]. Вязкость жидкости считается достаточно высокой, так что течение характеризуется малыми значениями критерия Рейнольдса ($Re \leq 0.01$). В результате гидродинамический начальный участок практически отсутствует и профиль скорости на входе в канал можно считать развитым. Кроме того, в уравнении движения это позволяет пренебречь инерционными членами. Рассматриваются жидкости с низкой теплопроводностью. В данном случае при течениях в канале выполняется условие для критерия Пекле $Pe \geq 100$. Это позволяет пренебречь переносом тепла теплопроводностью вдоль оси канала по сравнению с переносом за счет конвекции. Температура стенки канала считается постоянной T_w . Предполагается, что температура жидкости на входе в канал распределена по сечению равномерно и равна T_0 (рис. 1).

Математическая модель переноса энергии основывается на так называемой однотемпературной модели, когда используется одно уравнение энергии [9–22]. Такой подход предполагает локальное тепловое равновесие между жидкой и твердой фазами.

В качестве уравнения движения применяется уравнение Бринкмана

$$-\frac{\mu}{k}u + \frac{\partial}{\partial y}\left(\eta \frac{\partial u}{\partial y}\right) = \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (1)$$

где под эффективной вязкостью η понимается вязкость жидкой фазы в пористой среде, которая используется для определения вязких касательных напряжений в уравнении Бринкмана; k – коэффициент проницаемости; u – осевая скорость фильтрации; p – давление в канале; x, y – осевая и поперечная координаты соответственно; μ – вязкость жидкости.

Уравнение неразрывности в предположении одномерности потока вырождается в уравнение постоянства расхода:

$$\bar{u} = \frac{1}{h} \int_0^h u dy. \quad (2)$$

Уравнение энергии имеет вид

$$\rho c_p u \frac{\partial T}{\partial x} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \Phi(x, y).$$

Здесь h – полувысота канала; T – температура; λ , ρ , c_p – теплопроводность, плотность и теплоемкость среды соответственно; \bar{u} – средняя скорость. Эффективное значение теплопроводности гетерогенной композитной среды λ может быть определено различными способами [11, 30]. В данной работе λ вычислялась следующим образом [31]:

$$\lambda = \lambda_b \left(\varepsilon^2 \zeta + \frac{4\zeta\varepsilon(1-\varepsilon)}{1+\zeta} + (1-\varepsilon)^2 \right),$$

где ε – пористость, $\zeta = \lambda_f/\lambda_b$ (λ_f , λ_b – теплопроводность жидкости и твердого скелета соответственно).

Функция $\Phi(x, y)$ отражает диссипативное тепловыделение и может быть записана в различном виде [17]. В данной работе диссипативный член записывается в виде, который является совместимым с предельным случаем течения чистой (свободной) жидкости при бесконечно больших числах Дарси:

$$\Phi = \frac{\mu u^2}{k} + \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2.$$

Уравнения (1) и (2) дополняются уравнением, описывающим температурную зависимость вязкости:

$$\mu(T) = \mu_w \exp[b(T_w - T)]. \quad (3)$$

Гидродинамические и тепловые граничные условия записываются следующим образом:

$$y = h, \quad u = 0, \quad T = T_w, \quad (4)$$

$$y = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial y} = 0. \quad (5)$$

Решение уравнения (1) предполагает знание величины η/μ , которая зависит от ряда факторов, в том числе от структуры пористого слоя. Это является отдельной самостоятельной задачей, поэтому в данной работе, как и во многих других публикациях [3, 4], просто принимается $\eta/\mu = 1$. Тогда уравнение (1) будет иметь вид

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{1}{k} u = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{1}{\mu} \frac{\partial \mu}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial y}. \quad (6)$$

Решение уравнения (6) строится по итерационной схеме. Согласно этой процедуре значения функций $u(x, y)$ и $\mu(x, y)$, стоящих в правой части (6), берутся с предыдущей итерации. Тогда решение (6) будет иметь следующий вид:

$$u_{i+1} = C_1 e^{y/\sqrt{k}} + C_2 e^{-y/\sqrt{k}} + \frac{\partial p}{\partial x} \sqrt{k} \int_0^y \frac{1}{\mu_i} \operatorname{sh} \frac{y-y'}{\sqrt{k}} dy' - \sqrt{k} \int_0^y \frac{1}{\mu_i} \frac{\partial \mu_i}{\partial y} \frac{\partial u_i}{\partial y} \operatorname{sh} \frac{y-y'}{\sqrt{k}} dy',$$

где C_1 и C_2 определяются из граничных условий (4) и (5):

$$C_1 = C_2 = \frac{-\frac{\partial p}{\partial x} \sqrt{k} \int_0^h \frac{1}{\mu_i} \operatorname{sh} \frac{y-y'}{\sqrt{k}} dy' + \sqrt{k} \int_0^h \frac{1}{\mu_i} \frac{\partial \mu_i}{\partial y} \frac{\partial u_i}{\partial y} \operatorname{sh} \frac{y-y'}{\sqrt{k}} dy'}{2 \operatorname{ch}(h/\sqrt{k})}.$$

Необходимо отметить, что при решении уравнения (6) предполагалось незначительное изменение производной $\partial p/\partial x$ по высоте канала.

Решение уравнения энергии также проводилось по итерационной схеме, на каждом шаге которой применялся метод коллокаций [32–34]. Согласно этому методу, температурный профиль в безразмерном виде для полувысоты канала задавался следующим образом:

$$\theta = (1-Y) \sum_{k=0}^N G_k(X) Y^k. \quad (7)$$

Граничное условие (4) в (7) уже учтено, а для выполнения граничного условия (5) требуется

выполнение условия $G_0 = G_1$. Неизвестные функции $G_k(Y)$ находятся из решения системы N обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, которая получается после подстановки (7) в уравнение энергии, записанное в безразмерном виде:

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} = \frac{1}{\operatorname{Pe}} \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} + \frac{\operatorname{Br}}{\operatorname{Pe} \operatorname{Da}} U^2 + \frac{\operatorname{Br}}{\operatorname{Pe}} \bar{\mu} \left(\frac{\partial U}{\partial Y} \right)^2,$$

где $Y = y/h$, $X = x/h$, $U = u/\bar{u}$, $\bar{\mu} = \mu/\mu_0$, $\theta = \frac{T - T_w}{T_0 - T_w}$,

$\operatorname{Pe} = \frac{\bar{u} h}{a}$ – число Пекле, $\operatorname{Br} = \frac{\mu_w \bar{u}^2}{\lambda(T_0 - T_w)}$ – число

Бринкмана, $Da = \frac{k}{h^2}$ – число Дарси, a – коэффициент температуропроводности.

После этого переменной Y на интервале $0 \leq Y \leq 1$ поочередно присваиваются значения координат коллокационных точек, в которых уравнение энергии удовлетворяется точно. Число таких точек должно равняться числу неизвестных функций $G_k(Y)$. В результате получается система N обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, решение которой строилось методом Кутты–Мерсона. Число неизвестных функций $G_k(Y)$ и, соответственно, коллокационных точек выбиралось таким образом, чтобы дальнейшее увеличение числа N не приводило к изменениям температуры более чем на 3%. Данный метод коллокаций представляется наиболее простой и в то же время эффективной процедурой.

Значение среднемассовой температуры среды в размерном и безразмерном видах определяется следующим образом:

$$T_m = \frac{1}{h\bar{u}} \int_0^h T u dy, \quad \theta_m = \int_0^1 \theta U dY.$$

После вычисления функций $G_k(X)$ нетрудно найти локальное число Нуссельта, отнесенное к местной (локальной) разности температур:

$$Nu_m = \frac{2h\alpha_m}{\lambda} = \frac{-2}{\theta_m} \left(\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)_{Y=1} = \frac{2}{\theta_m} \sum_{k=0}^N G_k.$$

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

С целью оценки влияния температурной зависимости вязкости и диссипации энергии на основные закономерности конвективного теплообмена в плоском канале, полностью заполненном пористым материалом, на основании полученных зависимостей были проведены расчеты для числа Дарси $Da = 0.1$. Анализ результатов, представленных на рис. 2 и 3, позволяет выявить влияние этих факторов, учитываемых вместе и по отдельности, на распределение среднемассовой температуры и локального числа Нуссельта в зависимости от безразмерной осевой координаты X . При отсутствии вязкой диссипации ($Bg = 0$) безразмерная температура θ падает по мере продвижения жидкости в канале независимо от условий $T_0 > T_w$ или $T_0 < T_w$. При наличии диссипации рассматривался случай $T_0 < T_w$ ($Bg < 0$), при котором диссипативное тепловыделение усиливает эффект нагревания от горячих стенок канала, что ускоряет падение среднемассовой температуры. Видно, что игнорирование диссипации приводит к ошибке, возрастающей по мере увеличения безразмерной длины канала. Влияние же температурной зависимости вязкости более ярко прояв-

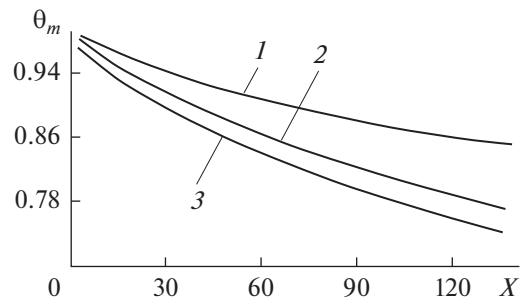


Рис. 2. Распределение среднемассовой температуры по длине канала: 1 – $Bg = 0, b = 0.008 \text{ град.}^{-1}$; 2 – $Bg = -1, b = 0.008 \text{ град.}^{-1}$; 3 – $Bg = -1, b = 0$.

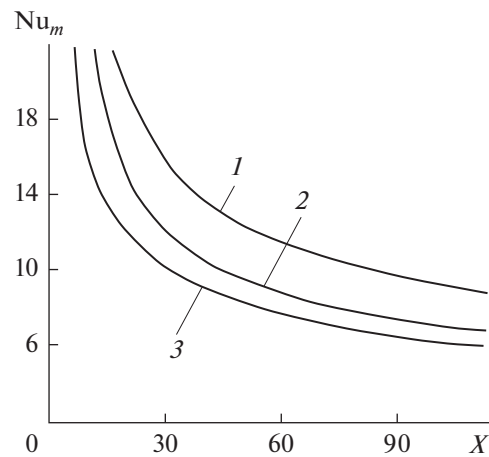


Рис. 3. Распределение локального числа Нуссельта по длине канала: обозначения кривых как на рис. 2.

ляется вблизи входа в канал. Неизотермический характер процесса описывается так называемым параметром неизотермичности $\psi = b(T_0 - T_w)$, где b – эмпирическая константа, определяемая экспериментальным путем. Параметр неизотермичности в данном виде появляется в математической модели в тот момент, когда температурная зависимость вязкости (3) приводится к безразмерному виду:

$$\frac{\mu}{\mu_w} = \exp(-\psi\theta).$$

В результате можно сделать вывод, что пренебрежение любым из этих факторов может привести к заметным ошибкам.

Характер влияния температурной зависимости вязкости на профиль скорости отражен на рис. 4. Здесь показана трансформация профиля скорости на начальном тепловом участке вблизи входа в канал при различных значениях безразмерной приведенной длины $Z = \frac{x}{h} \frac{1}{Pe}$. На входе в канал профиль скорости является полностью раз-

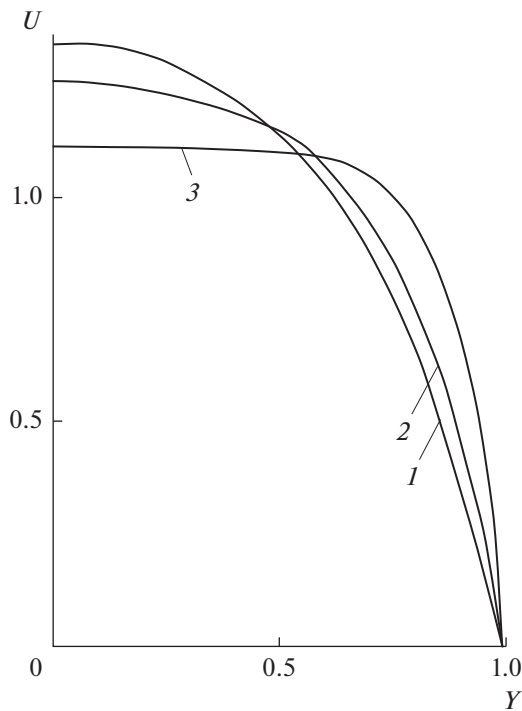


Рис. 4. Трансформация профиля скорости по длине канала: 1 – $Z = 0$, 2 – 2×10^{-3} , 3 – 7×10^{-3} .

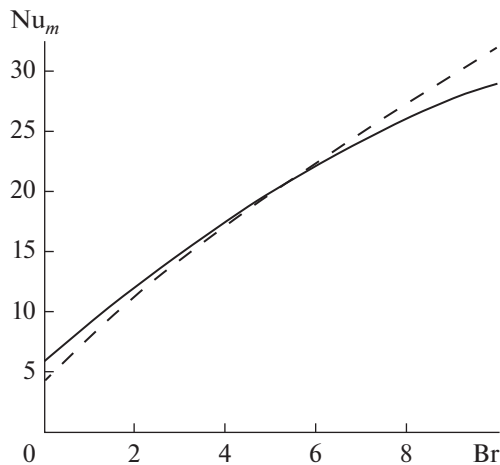


Рис. 5. Зависимость локального числа Нуссельта от числа Бринкмана для фиксированного значения $Da = 1$: сплошная линия – результаты данной работы, штриховая – [16].

витым и соответствует однородному распределению температуры на входе, т.е. изотермическим условиям. В дальнейшем профиль скорости трансформируется вследствие температурной зависимости вязкости. Пристеночные слои нагреваются от более горячей стенки. Диссипативная функция также имеет свои максимальные значения в узкой области, прилегающей к стенке. Все это приводит к снижению вязкости в данной об-

ласти. В результате скорость вблизи стенки возрастает, а в середине канала соответственно уменьшается и профиль скорости становится более плоским. Вследствие этого увеличивается градиент скорости на стенке, что, в свою очередь, изменяет интенсивность теплоотдачи.

Для проверки адекватности предложенной модели было проведено сопоставление результатов настоящего расчета с данными, приведенными в работе [16]. Так, на рис. 5 показана зависимость локального числа Нуссельта от числа Бринкмана для области термически развитого течения (на достаточно большом расстоянии от входа в канал) для случая $b = 0$ и граничных условий первого рода с заданной температурой стенки канала. Видно достаточно хорошее совпадение результатов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Впервые поставлена и решена приближенным методом задача неизоэтермического течения жидкости в плоском канале, полностью заполненном пористым материалом. Температура на входе в канал может сильно отличаться от температуры стенки канала, что сразу делает фактор неизоэтермичности определяющим в данном процессе. Математическая модель учитывает температурную зависимость вязкости и диссипацию энергии. Полученные результаты показали, что пренебрежение любым из этих факторов может приводить к существенным искажениям реальной картины течения и теплообмена в канале.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Nield D.A., Bejan A.* Convection in Porous Media. N.Y.: Springer, 2006.
2. *Vafai K.* Porous Media: Applications in Biological Systems and Biotechnology. Tokyo: CRC Press, 2010.
3. *Kuznetsov A.V.* Fluid Mechanics and Heat Transfer in the Interface Region between a Porous Medium and a Fluid Layer: a Boundary Layer Solution // *J. Porous Media*. 1999. V. 3. № 3. P. 309.
4. *Xiong M., Kuznetsov A.V.* Forced Convection in a Couette flow in a Composite Duct: an Analysis of Thermal Dispersion and non-Darcian Effects // *J. Porous Media*. 2000. V. 3. № 3. P. 245.
5. *Kuznetsov A.V., Nield D.A.* The Effect of Transition Layer between a Fluid and Porous Medium: Forced Convection in a Channel // *Trans. ASME. J. Heat Transfer*. 2008. V. 130. № 9. 094504.
6. *Min Jung Yim, Kim Sung Jin.* A Novel Methodology for Thermal Analysis of a Composite System Consisting of a Porous Medium and Adjacent Fluid Layer // *Trans. ASME. J. Heat Transfer*. 2005. V. 127. № 6. P. 648.
7. *Teamah M.A., El-Mghlany W.M., Dawood M.M.Kh.* Numerical Simulation of Laminar Forced Convection in Horizontal Pipe Partially or Completely Filled with Porous Material // *Int. J. Therm. Sci.* 2011. V. 50. № 8. P. 1512.

8. *Yang Chen, Nakayama Akira., Liu Wei.* Heat Transfer Performance Assessment for Forced Convection in a Tube Partially Filled with a Porous Medium // *Int. J. Therm. Sci.* 2012. V. 54. P. 98.
9. *Chen G., Hadim H.A.* Forced Convection of a Power-Law Fluid in a Porous Channel – Integral Solutions // *J. Porous Media.* 1999. V. 2. P. 59.
10. *Nield D.A., Kuznetsov A.V.* Thermally Developing Forced Convection in a Channel Occupied by a Porous Medium Saturated by a non-Newtonian Fluid // *Int. J. Heat Mass Transfer.* 2005. V. 48. № 6. P. 1214.
11. *Nield D.A., Kuznetsov A.V., Ming Xiong.* Thermally Developing Forced Convection in a Porous Medium: Parallel-Plate Channel or Tube with Isothermal Walls // *J. Porous Media.* 2004. V. 7. № 1. P. 19.
12. *Khashan S.A., Al-Nimr M.A.* Validation of the Local Thermal Equilibrium Assumption in Forced Convection of non-Newtonian Fluids through Porous Channels // *Transp. Porous Media.* 2005. V. 61. № 3. P. 291.
13. *Haji-Sheikh A.* Fully Developed Heat Transfer to Fluid Flow in Rectangular Passages Filled with Porous Materials // *Trans. ASME. J. Heat Transfer.* 2006. V. 128. № 6. P. 550.
14. *Cekmer O., Mobedi M., Ozerdem B., Pop I.* Fully Developed Forced Heat Transfer in a Porous Channel with Asymmetric Heat Flux Boundary Conditions // *Transp. Porous Media.* 2011. V. 90. P. 791.
15. *Nield D.A., Kuznetsov A.V., Ming Xiong.* Thermally Developing Forced Convection in a Porous Medium: Parallel Plate Channel with Walls at Uniform Temperature, with Axial Conduction and Viscous Dissipation Effects // *Int. J. Heat Mass Transfer.* 2003. V. 46. P. 643.
16. *Nield D.A., Kuznetsov A.V., Ming Xiong.* Effects of Viscous Dissipation and Flow on Forced Convection in a Channel Filled by a Saturated Porous Medium // *Transp. Porous Media.* 2004. V. 56. P. 351.
17. *Nield D.A.* The Modeling of Viscous Dissipation in a Saturated Porous Medium // *Trans. ASME. J. Heat Transfer.* 2007. V. 129. P. 1459.
18. *Haji-Sheikh A., Nield D.A., Hooman K.* Heat Transfer in the Thermal Entrance Region for Flow Through Rectangular Porous Passages // *Int. J. Heat Mass Transfer.* 2006. V. 49. P. 3004.
19. *Tada S., Ichimiya K.* Analysis of Laminar Dissipative Flow and Heat Transfer in a Porous Saturated Circular Tube with Constant Wall Heat Flux // *Int. J. Heat Mass Transfer.* 2007. V. 50. P. 2406.
20. *Chen G.M., Tso C.P.* Effects of Viscous Dissipation on Forced Convective Heat Transfer in a Channel Embedded in a Power-Law Fluid Saturated Porous Medium // *Int. Commun. Heat Mass Transfer.* 2011. V. 38. P. 57.
21. *Barletta A., Rossi di Schio E., Celli M.* Instability and Viscous Dissipation in the Horizontal Brinkman Flow Through a Porous Medium // *Transp. Porous Media.* 2011. V. 87. № 1. P. 105.
22. *Coelho P.M., Pinho F.T.* Fully Developed Heat Transfer in Annuli with Viscous Dissipation // *Int. J. Heat Mass Transfer.* 2006. V. 49. P. 3349.
23. *Chen G.M., Tso C.P.* Forced Convection with Viscous Dissipation Using a Two-Equation Model in a Channel Filled by a Porous Medium // *Int. J. Heat Mass Transfer.* 2011. V. 54. P. 1791.
24. *Chen G.M., Tso C.P.* A Two-Equation Model for Thermally Developing Forced Convection in Porous Medium with Viscous Dissipation // *Int. J. Heat Mass Transfer.* 2011. V. 54. P. 5406.
25. *Barletta A., Celli M.* Local Thermal Non-Equilibrium Flow with Viscous Dissipation in a Plane Horizontal Porous Layer // *Int. J. Therm. Sci.* 2011. V. 50. № 1. P. 53.
26. *Hooman K., Gurgenci H.* Effects of Temperature-Dependent Viscosity Variation on Entropy Generation, Heat and Fluid Flow Through a Porous-Saturated Duct of Rectangular Cross-Section // *Appl. Math. Mech. Eng. Ed.* 2007. V. 28. № 1. P. 69.
27. *Тябин Н.В., Дахин О.Х., Баранов А.В.* Влияние температуры и давления на течение реологически сложных сред в плоском канале // *ТВТ.* 1982. Т. 20. № 1. С. 81.
28. *Дахин О.Х., Баранов А.В., Тябин Н.В.* Теплообмен при течении неньютоновской жидкости с переменными физическими свойствами // *ТВТ.* 1983. Т. 21. № 4. С. 740.
29. *Малкин А.Я., Баранов А.В., Тябин Н.В.* Течение отверждаемой неньютоновской жидкости в канале при наличии пристенного скольжения // *ТОХТ.* 1991. Т. 25. № 1. С. 72.
30. *Энов М.И., Терехов В.И., Низовцев М.И., Шурина Э.П.* Эффективная теплопроводность дисперсных материалов с контрастными включениями // *ТВТ.* 2015. Т. 53. № 1. С. 48.
31. *Malkin A.Ya., Baranov A.V., Timofeev S.V.* Molding of Resins with Impregnation of a Reinforcing Layer // *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 1994. V. 54. P. 489.
32. *Malkin A.Ya., Baranov A.V., Dakhin O.Kh.* Non-Isothermal Dispersive Flow of a Rubber Mixture Inside an Internal Rotor Mixer // *Int. Polym. Proc.* 1995. V. 10. № 2. P. 99.
33. *Malkin A.Ya., Baranov A.V., Dakhin O.Kh.* Modeling Non-Isothermal Mixing in a Rotor Mixer // *Int. Polym. Proc.* 1999. V. 14. № 2. P. 115.
34. *Baranov A.V., Dakhin O.Kh.* Processes of Heat Transfer and Dispersion Inside an Internal Rotor Mixer // *Composites: Mech., Comput. Appl. Int. J.* 2014. V. 5. № 2. P. 159.