УДК 532.5

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ОСЕСИММЕТРИЧНОГО ДВИЖЕНИЯ ГАЗА

А. В. Ильющенко, С. А. Холин

(Москва)

Рассмотрен вопрос об устойчивости сжатия и расширения осесимметричной массы газа с постоянной по пространству плотностью. В [1] рассмотрена аналогичная задача для сферически-симметричного случая.

В качестве невозмущениого движения возьмем автомодельное решение

$$\rho = \rho_0 t_0^2/t^2, \quad u = r/t,$$

где r — эйлерово расстояние до оси z; ρ_0, t_0 — константы; $t \to +\infty$ при расширении; $t \to -0$ при сжатии.

В дальнейшем движение считаем адиабатическим с показателем адиабаты $\gamma > 1$. Такое невозмущенное движение соответствует цилиндрическому сжатию (или расширению) столба газа с давлением на границе газа, меняющимся по степенному закону

$$p = A\rho^\gamma = p_0(t_0/t)^{2\gamma}.$$

Качественно неустойчивость возникает из-за того, что в задаче есть две скорости: скорость газа $u = r/t$, зависящая от радиуса, и скорость звука c, постоянная по пространству. Возмущенное движение представим в виде

$$\rho = \rho_0 \left(t_0^2/t^2\right)[1 + \omega(r, t)],\ u = (r/t)[1 + v(r, t)].$$

Будем также считать возмущение малым и в уравнениях оставим только члены, линейные по ω и v. Если в уравнении непрерывности и Эйлера

$$\partial\rho/\partial t + \operatorname{div}\rho u = 0, \quad \partial u/\partial t + (u\nabla)u = -(1/\rho)\nabla p$$

перейти к лагранжевым координатам t, $R = r/t$, то для возмущения плотности и скорости получим следующие выражения:

$$t\partial v/\partial t + v = -(c^2/R)\partial\omega/\partial R, \quad t\partial\omega/\partial t + (1/R)\partial R^2 v/\partial R = 0.$$

Комбинируя эти уравнения, можно получить одно уравнение для $\omega(R, t)$

$$t^2\partial^2\omega/\partial t^2 + 2t\partial\omega/\partial t - c^2\{\partial^2\omega/\partial R^2 + (1/R)\partial\omega/\partial R\} = 0,$$

решение которого разложим в ряд по функциям Бесселя

$$\omega(R, t) = \sum_k \omega(k, t) J_0(kR).$$

Функция $\omega(k, t)$ удовлетворяет уравнению

$$t^2\partial^2\omega/\partial t^2 + 2t\partial\omega/\partial t + c^2k^2\omega = 0.$$

Так как в данном уравнении $c^2 = c_0^2|t|^{-2(\gamma-1)}$, где c_0 — константа, то при $\gamma \neq 1$ его решение имеет вид $\omega(k, t) = |t|^{-1/2}\{AJ_\nu(x) + BJ_{-\nu}(x)\}$, где $\nu = 1/2(\gamma - 1)$; $x = (c_0k/(\gamma - 1)|t|^{-(\gamma-1)}$; A, B, D — константы.

При $t \to -0$

$$\omega(k, t) \to D|t|^{(1/2)(\gamma-2)}\cos(x + \pi\nu/2 - \pi/4).$$

Отсюда видно, что при сжатии, если $\gamma < 2$, движение неустойчиво. Амплитуда стоячей волны, колеблясь, растет. При $\gamma > 2$ движение устойчиво.

В изотермическом случае ($\gamma = 1$) $\omega(k, t)$ зависит от времени степенным образом:

$$\omega(k, t) = C_1 t^{\alpha_1} + C_2 t^{\alpha_2},$$

где $\alpha_{1.2} = 1/2 \pm \sqrt{1/4 - c_0^2k^2}$; C_1 и C_2 — константы. Когда значение α

комплексно, то $C_1 = \bar{C}_2$. В изотермическом случае движение неустойчиво, и рост амплитуды зависит от длины волны.

Если выразить рост возмущений через величину относительного сжатия ρ/ρ_0, то имеем

$$(\Delta\rho/\rho)/(\Delta\rho/\rho)_0 \leqslant (\rho/\rho_0)^{(1/4)(2-\gamma)} < (\rho/\rho_0)^{1/4},$$

так как для реальных газов $1 \leqslant \gamma \leqslant 2$.

Поступила 20 III 1981

ЛИТЕРАТУРА

1. **Холин С. А.** К исследованию устойчивости движения сжимаемого газа.— ПМТФ, 1965, № 6.

УДК 532.593 : 532.529

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЗМУЩЕНИЙ ДАВЛЕНИЯ КОНЕЧНОЙ АМПЛИТУДЫ В ПУЗЫРЬКОВОЙ ПАРОЖИДКОСТНОЙ СРЕДЕ

В. Е. Накоряков, Б. Г. Покусаев, Н. А. Прибатурин, И. Р. Шрейбер

(Новосибирск)

Изучение проблемы распространения возмущений давления в жидкости, насыщенной паровыми пузырьками, приводит к двум различным моделям, описывающим этот процесс. В [1] эволюция волн рассматривается с точки зрения термодинамически равновесной модели, в которой характерная скорость звука рассчитывается в виде [2]

$$c_+ = \mu r p_0/\left(B\rho_1 T_0 \left(c_{p_1} T_0\right)^{1/2}\right),$$

где p, T — давление и температура среды; ρ — плотность; c_p — теплоемкость; r — скрытая теплота фазового перехода; B — газовая постоянная; μ — молекулярный вес. Здесь и далее индексы 1 и 2 относятся к жидкости и пару соответственно, а 0 — к невозмущенному состоянию. Однако из экспериментов [3—5] следует вывод о том, что газодинамика парожидкостной среды пузырьковой структуры должна строиться на основе неравновесного подхода. В [6] предложена модель распространения возмущений давления, учитывающая нестационарный характер тепломассообмена на межфазной границе пузырек — жидкость во время прохождения импульса давления. За характерную скорость в этой модели принята «замороженная» скорость звука c_0, значение которой может быть найдено из выражения

$$\frac{1}{c_0^2} = \frac{(1-\varphi_0)^2}{c_1^2} + \frac{\varphi_0(1-\varphi_0)\rho_1}{\gamma p_0},$$

где φ_0 — начальное паросодержание; γ — показатель адиабаты для пара. Как показали эксперименты [5], используемая в [6] модель теплообмена парового пузырька с жидкостью хорошо описывает динамику пузырьков при произвольном изменении внешних условий (давления или температуры). Эти же эксперименты показывают также, что поведение пузырьков в волне давления существенно отражается на структуре и эволюции волн. Ранее [4] было обнаружено, что в определенных условиях, кроме межфазного тепломассообмена, на формирование возмущения давления в жидкости с пузырьками пара могут влиять нелинейные и дисперсионные эффекты, характерные для пузырьковой газожидкостной среды [7].