

Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Б. Р. Абайдуллин, Ю. Г. Назмеев, Моделирование теплообмена и течения обобщенной ньютоновской жидкости на начальном участке коаксиального канала при аррениусовском источнике тепловыделений, *ТВТ*, 2008, том 46, выпуск 2, 312–316

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.14.89

19 марта 2025 г., 09:51:37



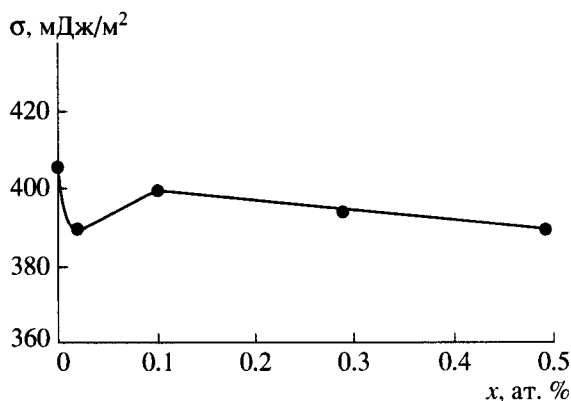


Рис. 2. Концентрационная зависимость поверхностного натяжения индий-натриевых расплавов при температуре 800°C.

ная к единице длины периметра смачивания, равна [5]:

$$\Delta\sigma = (\sigma_{тг} - \sigma_{тж}) - \sigma_{жг} \cos \theta_d, \quad (4)$$

где θ_d – динамический краевой угол, зависящий от времени контакта твердого тела с жидкостью; $\sigma_{жг}$, $\sigma_{тг}$, $\sigma_{тж}$ – поверхностные натяжения на границе жидкость – газ, твердое тело – газ и твердое тело – жидкость соответственно.

Рис. 1 показывает, что углы смачивания стали марки 12X18H9T расплавами системы In–Na разной концентрации близки по своим значениям. Поэтому в соответствии с уравнением (1) при снижении $\sigma_{жг}$ увеличивается движущая сила растекания, что и приводит к смещению порога смачивания для расплава с концентрацией 0.02 ат. % Na.

УДК 532.135

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛООБМЕНА И ТЕЧЕНИЯ ОБОБЩЕННОЙ НЬЮТОНОВСКОЙ ЖИДКОСТИ НА НАЧАЛЬНОМ УЧАСТКЕ КОАКСИАЛЬНОГО КАНАЛА ПРИ АРРЕНИУСОВСКОМ ИСТОЧНИКЕ ТЕПЛОТЫДЕЛЕНИЙ

© 2008 г. Б. Р. Абайдуллин, Ю. Г. Назмеев

Исследовательский центр проблем энергетики Казанского НЦ РАН

Поступило в редакцию 19.02.2007 г.

PACS: 47.50.-d ; 47.15. Rq

ВВЕДЕНИЕ

В последнее время наметился рост объемов производства на промышленных предприятиях, где в качестве рабочего тела используются не-ньютоновские жидкости. В связи с тем, что за-

Наличие же самих порогов можно объяснить частичным растворением подложки в жидких металлах [1–3]. Края образующей лунки служат барьером для растекания. С ростом температуры движущая сила $\Delta\sigma$ растет до некоторой критической величины, достаточной для преодоления этого барьера.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 05-08-18038).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алчагиров Б.Б., Новосадов В.С., Радковский С.Г., Хоконов Х.Б. Смачивание меди индием в условиях сверхвысокого вакуума, газовой среды (аргон, азот) при различных давлениях. В кн.: Физическая химия границ раздела контактирующих фаз. Киев: Наукова думка, 1976. С. 103.
2. Найдич Ю.В. Контактные явления в металлических расплавах. Киев: Наукова думка, 1972. 196 с.
3. Новосадов В.С., Петрунин И.Е., Шейн Ю.Ф., Конвишер Б.С. Кинетика растекания металлов по железу, меди, никелю в зависимости от степени вакуумирования. В кн.: Смачиваемость и поверхностные свойства расплавов и твердых тел. Киев: Наукова думка, 1972. С. 53.
4. Александров Б.Н., Далакова Н.В. Влияние примесей щелочных и щелочноземельных металлов на остаточное электросопротивление нормальных металлов // ФММ. 1987. Т. 64. № 3. С. 464.
5. Сумм Б.Д., Горюнов Ю.В. Физико-химические основы смачивания и растекания. М.: Химия, 1976. 231 с.

частую для интенсификации рабочих процессов применяются проточные трубчатые реакторы, рабочие поверхности которых представляют собой коаксиальные каналы. исследование критических режимов теплообмена (т.е. режимов, при которых происходят явления резкого не-

контролируемого нарастания температуры) при течении высоковязких жидкостей весьма актуально. В силу специфичности свойств не-ньютоновских жидкостей задача определения условий, при которых могут наблюдаться явления прогрессивного нарастания температуры в рабочих каналах промышленных установок, сильно усложняется.

Критические режимы теплообмена могут приводить к возникновению аварийных ситуаций на производстве. В литературе известно небольшое количество работ, посвященных исследованию данных режимов. Так, в [1] рассматривается задача теплообмена при критических режимах течения структурно-вязкой жидкости в бесконечной трубе с учетом химических и механических источников тепла. В [2] исследуется задача теплообмена при течении вязкой жидкости между соосными цилиндрами с учетом только диссипативного источника тепловыделения.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ

При построении математической модели для рассматриваемой области удобно принять цилиндрическую систему координат с независимыми координатами r, φ, z .

При математическом моделировании теплообмена в коаксиальном канале принимаются следующие допущения: течение ламинарное, стационарное, осесимметричное; массовые силы, такие, как сила тяжести, пренебрежимо малы; источниками тепловыделений являются химический (химическая реакция нулевого порядка) и диссипативный источники; теплофизические характеристики, такие, как плотность, теплоемкость и теплопроводность, изменяются в рассматриваемом диапазоне температур незначительно. В уравнении сохранения энергии пренебрегается частной производной второго порядка от температуры по продольной координате, так как для рассматриваемых типов жидкостей перенос тепла вдоль направления движения за счет теплопроводности много меньше вынужденного.

В силу принятых допущений система уравнений в цилиндрической системе координат после преобразований будет выглядеть следующим образом:

$$\left\{ \begin{aligned} &\rho \left(v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial r} \left(-P + 2\mu \frac{\partial v_r}{\partial r} \right) + \\ &+ \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \left(\frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) \right) - \frac{1}{r^2} (2\mu v_r) + \frac{1}{r} \left(2\mu \frac{\partial v_r}{\partial r} \right), \\ &\rho \left(v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu \left(\frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) \right) + \\ &+ \frac{\partial}{\partial z} \left(-P + 2\mu \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) + \frac{1}{r} \left(\mu \left(\frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) \right), \\ &\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (v_r r) + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0, \\ &v_r \frac{\partial T}{\partial r} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \\ &+ \frac{\mu I_2}{\rho c_p} + \frac{Q_0 k_0}{c_M} e^{-\frac{E}{RT}}. \end{aligned} \right. \quad (1)$$

Здесь $r_1 \leq r \leq r_2, 0 \leq z \leq L, Q_0$ – тепловой эффект химической реакции; k_0 – константа скорости химической реакции; E – энергия активации химической реакции; a – температуропроводность; $\mu = \mu(T, I_2)$ – динамическая вязкость; ρ – плотность жидкости; R – универсальная газовая постоянная; c_p – удельная изобарная теплоемкость; c_M – удельная молярная теплоемкость; T – температура; v_z, v_r – компоненты вектора скорости v ; P – давление; r_1, r_2 – внутренний и внешний радиусы коаксиального канала; L – длина канала; I_2 – второй инвариант тензора скоростей деформации. Последняя величина представляется следующим выражением:

$$I_2 = \left(\frac{\partial v_z}{\partial r} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v_r}{\partial r} \right)^2 + 2 \left(\frac{v_r}{r} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v_z}{\partial z} \right)^2. \quad (2)$$

Для системы, состоящей из уравнений (1), граничные условия задаются в виде

$$\begin{aligned} 1. & v_z|_{r=r_1} = 0, \quad v_r|_{r=r_1} = 0, \quad T|_{r=r_1} = T_0; \\ 2. & v_z|_{r=r_2} = 0, \quad v_r|_{r=r_2} = 0, \quad T|_{r=r_2} = T_0; \\ 3. & T|_{z=0} = T^0, \quad v_r|_{z=0} = 0, \quad v_z|_{z=0} = v_{z_0}(r). \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь T_0 – температура окружающей среды, T^0 – температура на входе в коаксиальный канал.

На входе в канал профиль компоненты v_z вектора скорости v (т.е. функция $v_{z_0}(r)$) является решением задачи вида

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) = \frac{\partial P}{\partial z}.$$

При этом предполагается, что $T|_{z=0} = T^0$, а составляющая градиента давления $\frac{\partial P}{\partial z}$ в направлении оси z определяется из следующего выражения:

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\frac{1}{Q} \int_0^{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} \mu(T, I_2) \left(\frac{\partial v_z}{\partial r} \right)^2 r dr d\varphi,$$

где Q – расход жидкости в канале.

Для описания реологических свойств жидкости и соответственно для построения математических моделей было использовано реологическое уравнение состояния (РУС) дифференциального типа

$$\mathbf{T} = -P \cdot \mathbf{I} + 2\mu(T, I_2) \cdot \mathbf{D},$$

где \mathbf{T} – тензор напряжений, \mathbf{D} – тензор скоростей деформации, \mathbf{I} – единичный тензор. Здесь рассматривается одна из форм зависимости динамической вязкости $\mu(T, I_2)$ от температуры и второго инварианта тензора скоростей деформации – модель Кутателадзе–Хабахпашевой [3]

$$\varphi_* = \exp(-\tau_*),$$

$$\text{где } \varphi_* = \frac{\varphi_\infty - \varphi}{\varphi_\infty - \varphi_0}, \quad \tau_* = \Theta \frac{\tau}{\varphi_\infty - \varphi_0}. \quad (4)$$

Температурные зависимости параметров реологической модели представляются в аррениусовском виде

$$\varphi_0 = A_0 \exp\left(-\frac{B}{RT}\right); \quad \varphi_\infty = A_\infty \exp\left(-\frac{B}{RT}\right);$$

$$\Theta = \Theta_0 \exp\left(-\frac{B}{RT}\right).$$

Здесь Θ – мера структурной стабильности жидкости; A_0, A_∞, Θ_0 – константы; B – энергия активации вязкого течения; $\varphi_\infty, \varphi_0$ – текучесть при $\tau \rightarrow \infty, \tau \rightarrow 0$, где $\tau = \mu(T, I_2) \sqrt{I_2}$ – интенсивность касательных напряжений сдвига; $\varphi = \frac{1}{\mu}$ – текучесть.

Универсальность реологической модели Кутателадзе–Хабахпашевой заключается в том, что она, в зависимости от значения Θ , описывает реологическое поведение неньютоновских обобщенно-вязких сред со свойствами псевдопластичности ($\Theta > 0$) и дилатансии ($\Theta < 0$). Кроме того, при $\Theta = 0$ она описывает ньютоновскую вязкую жидкость.

ПЕРЕХОД К БЕЗРАЗМЕРНОМУ ВИДУ И АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ

В силу сложности решения задачи (1)–(3) поиск решений проводился с помощью численных методов. При этом алгоритм поиска был построен на базе итерационных методов. Основная идея такого метода состоит в разбиении канала на слои путем введения равномерной сетки с шагом h_z по оси z . Тогда допущение о том, что профиль скорости мгновенно подстраивается под профиль температуры, позволяет поочередно решать уравнения энергии и гидродинамики на каждом слое. Перед решением система уравнений (1) приводится к безразмерному виду при помощи следующих безразмерных комплексов:

$$C_0 = \frac{A_\infty}{A_0}, \quad C_1 = \frac{2\pi\Theta_0(r_2 - r_1)}{QA_0} e^{\frac{B}{RT_0}} - \text{реологические}$$

параметры; $\beta = \frac{RT_0}{E}$ – число Аррениуса; $\alpha = \frac{B}{E}$ – параметр отношения энергии активации вязкого течения к энергии активации химической реакции;

$$\theta = \frac{E}{RT_0^2}(T - T_0) - \text{температура; } \tilde{W} = \frac{2\pi(r_2 - r_1)^2}{Q} v_z -$$

компонента вектора скорости \mathbf{v} вдоль оси z ; $\tilde{V} = \frac{2\pi L(r_2 - r_1)}{Q} v_r -$ компонента вектора скорости \mathbf{v}

вдоль оси r ; $\tilde{r} = \frac{r - r_1}{r_2 - r_1}$ – поперечная координата;

$$\tilde{\mu} = \mu \frac{1}{A_0} \exp\left(\frac{B}{RT_0}\right) - \text{динамическая вязкость; } \tilde{I}_2 = \frac{(2\pi)^2 (r_2 - r_1)^6}{Q^2} I_2 - \text{второй инвариант тензора}$$

скоростей деформации; $\delta = \frac{Q_0 k_0 (r_2 - r_1)^2 E}{ac_M RT_0^2} \times$

$\times \exp\left(-\frac{E}{RT_0}\right)$ – параметр Франк-Каменецкого, характеризующий интенсивность тепловыделения

от химической реакции; $\xi = \frac{(r_2 - r_1)^2}{L^2}$; $\gamma =$

$$= \frac{Q}{2\pi La}; \quad \tilde{z} = \frac{z}{L} - \text{продольная координата; } \chi =$$

$= \frac{Q^2 E}{4\pi^2 A_0 a r c_p RT_0^2 (r_2 - r_1)^4} \exp\left(\frac{B}{RT_0}\right)$ – параметр, характеризующий интенсивность тепловыделе-

ния от вязкого течения; $\sigma = \frac{r_1}{r_2 - r_1}$ – параметр, отвечающий за геометрию канала.

Градиент давления $\frac{\partial P}{\partial z}$ приводится к безразмерному виду следующим образом:

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\frac{Q}{2\pi(r_2 - r_1)^4 A_0} \times \exp\left(\frac{B}{RT_0}\right) \int_0^1 \tilde{\mu} \left(\frac{\partial \tilde{W}}{\partial \tilde{r}}\right)^2 (\sigma + \tilde{r}) d\tilde{r}.$$

Приведя (4) к безразмерному виду, получим

$$\varphi = \frac{1}{\tilde{\mu}} = A_0 \exp\left(-\frac{B}{RT_0}\right) \tilde{\varphi},$$

$$\tilde{\varphi} = \left\{ \frac{A_\infty}{A_0} - \left(\frac{A_\infty}{A_0} - 1\right) \exp(-c_1 \tilde{\mu} \sqrt{\tilde{I}_2}) \right\} \exp\left(\frac{\alpha\theta}{1 + \beta\theta}\right).$$

Окончательно запишем

$$\tilde{\mu} = \exp\left(-\frac{\alpha\theta}{1 + \beta\theta}\right) \frac{1}{c_0 - (c_0 - 1) \exp(-c_1 \tilde{\mu} \sqrt{\tilde{I}_2})}, \quad (5)$$

где $\tilde{I}_2 = \left(\frac{\partial \tilde{W}}{\partial \tilde{r}}\right)^2 + 2\xi \left(\left(\frac{\partial \tilde{V}}{\partial \tilde{r}}\right)^2 + \frac{\tilde{V}^2}{(\sigma + \tilde{r})^2} + \left(\frac{\partial \tilde{W}}{\partial \tilde{z}}\right)^2\right).$

После перехода к безразмерным параметрам, подстановки (5) в (1) и сделанных выше допущений (в том числе учитывая, что числа $Pr \gg 1$ и изменения температуры вдоль оси z малы), на каждом слое по \tilde{z} решается уравнение переноса с безразмерными параметрами вида

$$\gamma(\sigma + \tilde{r}) \left(\tilde{V} \frac{\partial \theta}{\partial \tilde{r}} + \tilde{W} \frac{\partial \theta}{\partial \tilde{z}} \right) = \frac{\partial}{\partial \tilde{r}} \left((\sigma + \tilde{r}) \frac{\partial \theta}{\partial \tilde{r}} \right) + \delta(\sigma + \tilde{r}) \exp\left(\frac{\theta}{1 + \beta\theta}\right) + \chi(\sigma + \tilde{r}) \tilde{\mu} \tilde{I}_2 \quad (6)$$

и уравнения гидродинамики в безразмерных переменных

$$\frac{\partial}{\partial \tilde{r}} \left((\sigma + \tilde{r}) \tilde{\mu} \frac{\partial \tilde{W}}{\partial \tilde{r}} \right) = -(\sigma + \tilde{r}) \int_0^1 \tilde{\mu} \left(\frac{\partial \tilde{W}}{\partial \tilde{r}}\right)^2 (\sigma + \tilde{r}) d\tilde{r}, \quad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial \tilde{r}} \left((\sigma + \tilde{r}) \tilde{V} \right) + (\sigma + \tilde{r}) \frac{\partial \tilde{W}}{\partial \tilde{z}} = 0. \quad (8)$$

В безразмерном виде граничные условия первого рода (2) запишутся как

$$1. \tilde{W}|_{\tilde{r}=0} = 0, \quad \tilde{V}|_{\tilde{r}=0} = 0, \quad \theta|_{\tilde{r}=0} = 0;$$

$$2. \tilde{W}|_{\tilde{r}=1} = 0, \quad \tilde{V}|_{\tilde{r}=1} = 0, \quad \theta|_{\tilde{r}=1} = 0; \quad (9)$$

$$3. \theta|_{\tilde{z}=0} = 0, \quad \tilde{V}|_{\tilde{z}=1} = 0.$$

На входе профиль для компоненты скорости \tilde{W} является решением задачи вида

$$\frac{\partial}{\partial \tilde{r}} \left((\sigma + \tilde{r}) \tilde{\mu} \frac{\partial \tilde{W}}{\partial \tilde{r}} \right) = -(\sigma + \tilde{r}) \int_0^1 \tilde{\mu} \left(\frac{\partial \tilde{W}}{\partial \tilde{r}}\right)^2 (\sigma + \tilde{r}) d\tilde{r},$$

при этом предполагается, что $\theta|_{\tilde{z}=0} = 0$.

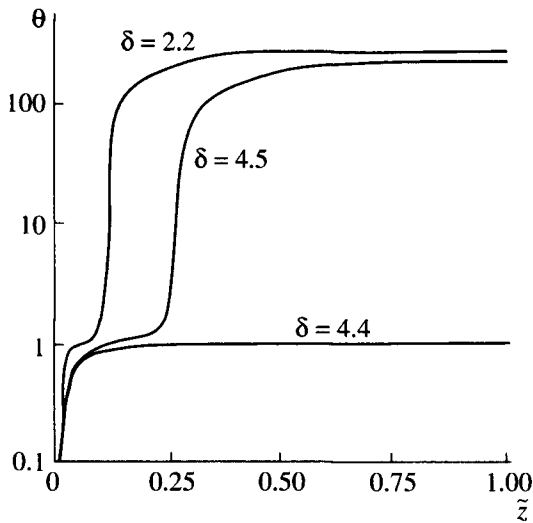
Для решения уравнений (6)–(8) с граничными условиями (9) используется итерационный алгоритм, который включает в себя решение соответствующих трехточечных разностных уравнений методом прогонки с пересчетом всех коэффициентов уравнений, зависящих от искомого функций, [4]. Вследствие нелинейности уравнений (6)–(8) и неявного вида функции вязкости были введены дополнительные итерации по вязкости и нелинейному свободному члену.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ И ОЦЕНКА АДЕКВАТНОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Результаты решения уравнений (6)–(8) представлены в виде графиков зависимостей распределения безразмерной температуры θ при $\tilde{r} = 0.5$ по длине (рисунок). Зависимости получены при параметре ($\delta = 4.4; 4.5; 5.2$) и фиксированных значениях остальных определяющих безразмерных параметров: $\chi = 0.01; \sigma = 1; c_0 = 5; c_1 = 0.01; \alpha = 1.421; \beta = 0.1565; \gamma = 25$.

В литературе принято считать критическим то значение параметра δ , при котором в рассматриваемой области канала происходит сильное (на 1–2 порядка) изменение температуры. В данном случае тепловыделение от химической реакции превышает теплоотвод, поэтому происходит сильный разогрев.

Согласно принятому в литературе определению значение $\delta^* = 4.5$, при котором начальный участок заканчивается при $\tilde{z} \approx 0.25$, является критическим значением параметра δ . При $\delta > \delta^*$ возникает посткритический режим теплообмена, при $\delta < \delta^*$ (например, $\delta = 4.4$) наблюдается предкритический режим, и при некотором удалении от начала коаксиального канала максимальная температура принимает какое-то фиксированное значение и больше не растет, в силу того что на стенках заданы граничные условия 1-го рода. При данном значении параметра δ критический режим не может возникнуть. Таким образом, участок коаксиального канала с низкотемпературным режимом, длина которого важна для нормальной рабо-



Зависимости безразмерной температуры θ от координаты \bar{z} в точке $\bar{r} = 0.5$, при разных δ .

ты, например, реактора, сокращается с увеличением значения параметра δ , что видно из рисунка.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе численного решения полученной системы уравнений найдены критические значения безразмерного определяющего параметра δ , который отвечает за интенсивность тепловыделения

от химической реакции. При этом в моделирующей системе уравнений присутствуют нелинейные свободные члены, учитывающие как тепловыделение от химической реакции, так и от диссипации. Анализ полученных распределений температуры, продольной скорости и вязкости по длине коаксиального канала при различных интенсивностях химического источника показали, что при уменьшении интенсивности химического источника участок прогрессивного нарастания температуры сдвигается к концу коаксиального канала.

Работа выполнена при финансовой поддержке Федерального агентства по науке и инновациям (госконтракт № 02.434.11.5009), Президиума РАН (программа П-09) и РФФИ (грант № 05-08-50043).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Назмеев Ю.Г., Миненков В.А., Мумладзе А.И. Тепловой взрыв при течении нелинейно-вязких сред в круглой трубе // ИФЖ. 1988. Т. 5. № 2. С. 212.
2. Каганов С.А. Течение жидкости между вращающимися соосными цилиндрами с учетом теплоты трения и зависимости вязкости от температуры // ИФЖ. 1965. Т. 8. № 1. С. 307.
3. Кутателадзе С.С., Хабахнашева Е.М., Попов В.И. К гидродинамике жидкостей с переменной вязкостью // ПМТФ. 1966. № 1. С. 45.
4. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1977. С. 31.