

Math-Net.Ru

All Russian mathematical portal

E. B. Soboleva, I. A. Kryukov, Numerical simulation of heat and mass transfer in near critical fluid with equation of state in mean-field approximation, *Mat. Model.*, 2000, Volume 12, Number 7, 87–96

<https://www.mathnet.ru/eng/mm960>

Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that you have read and agreed to these terms of use

<https://www.mathnet.ru/eng/agreement>

Download details:

IP: 18.97.9.173

April 24, 2025, 06:11:22



ТЕПЛОМАССООБМЕН В ОКОЛОКРИТИЧЕСКОЙ ЖИДКОСТИ С УРАВНЕНИЕМ СОСТОЯНИЯ В ПРИБЛИЖЕНИИ СРЕДНЕГО ПОЛЯ

© *Е.Б. Соболева, И.А. Крюков*

Институт проблем механики РАН, г. Москва

Рассматриваются сплошные среды вблизи критической точки фазового перехода "жидкость-газ" с уравнением состояния в приближении среднего поля, и определяется влияние коэффициентов уравнения на динамику околокритических сред. Выполнено численное моделирование конвективного течения и теплопереноса в квадратной области с боковым подводом тепла при использовании уравнения состояния с различными коэффициентами: коэффициентами разложения в ряд уравнений Ван-дер-Ваальса, Редлиха-Квонга и экспериментальными значениями. Результаты сравниваются.

NUMERICAL SIMULATION OF HEAT AND MASS TRANSFER IN NEAR CRITICAL FLUID
WITH EQUATION OF STATE IN MEAN-FIELD APPROXIMATION

E.B.Soboleva, I.A.Kryukov

Institute for Problems in Mechanics RAS

Continuous medium near the critical point of "liquid-gas" phase transition with equation of state in mean-field approximation is considered and influence of the equation of state coefficients on dynamics of the medium is defined. Numerical simulation of convective flow and heat transfer in cavity with one-sided heating was performed using the equation of state with various coefficients sets: Van-der-Waals, Redlich-Kwong and experimental. Comparison of results is presented.

1. Введение

Сплошные среды вблизи термодинамической критической точки существенно отличаются от идеального газа и характеризуются большой сжимаемостью, аномальным ростом теплоемкости и коэффициента теплового расширения [1, 2]. Для описания таких сред предлагались различные уравнения состояния.

В данной работе развивается математическая модель, направленная, главным образом, на описание экспериментов по теплопереносу в околокритической жидкости (CO_2 или SF_6), которые проводились в земных и в космических условиях [3, 4, 5] и ограничивались приближением по температуре $T - T_c \geq 0.1\text{K}$. Согласно другим экспериментам, поставленным для CO_2 [6], на расстояниях такого порядка (а именно, в диапазоне от нескольких десятых до нескольких единиц градуса) зависимость p от ρ , T может быть аппроксимирована уравнением состояния среднего поля с точностью в несколько процентов.

Опираясь на эти данные, выполнено численное моделирование конвективного течения и теплопереноса в околокритической жидкости в рамках механики сплошных сред с уравнением состояния среднего поля с различными коэффициентами.

2. Модель сплошной среды

Для описания медленных течений газа вблизи критической точки используется модель существенно дозвуковых течений реального однокомпонентного газа

с произвольным двупараметрическим уравнением состояния, предложенная в [7]. В этой модели полное давление p' представляется в виде суммы термодинамической составляющей p'_e и акустической добавки p'_1 . Здесь и далее размерные величины отмечены штрихом, безразмерные – без штриха. Использование соотношения $p'_e \gg p'_1$ позволяет исключить зависимость плотности в уравнении состояния от акустической составляющей и, следовательно, "отфильтровать" акустические эффекты.

В этом приближении систему уравнений, описывающую дозвуковые течения вязкого сжимаемого газа с произвольным двупараметрическим уравнением состояния, можно представить в следующем безразмерном виде [7]

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{U}) = 0, \quad (1)$$

$$\rho \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \rho (\mathbf{U} \nabla) \mathbf{U} = -\nabla p_1 + \frac{1}{\text{Re}} \left[2\nabla(\mu \dot{D}) - \nabla \left(\left(\frac{2}{3}\mu - \zeta \right) \nabla \mathbf{U} \right) \right] + \frac{1}{\text{Fr}} (\rho - \rho_e) \mathbf{g}, \quad (2)$$

$$\rho \frac{\partial T}{\partial t} + \rho (\mathbf{U} \nabla) T = -(\gamma - 1) T \left(\frac{\partial p_e}{\partial T} \right)_p \nabla \mathbf{U} + \frac{\gamma}{\text{Pr Re}} \nabla(\lambda \nabla T), \quad (3)$$

$$p_e = p_e(\rho, T), \quad (4)$$

где \mathbf{U} – вектор скорости; ρ – плотность; ρ_e – равновесное значение плотности; T – температура; p_e, p_1 – термодинамическая и акустическая составляющие давления; μ – коэффициент сдвиговой вязкости; ζ – коэффициент объемной вязкости; λ – коэффициент теплопроводности; \dot{D} – тензор скоростей деформации; \mathbf{g} – вектор силы тяжести.

При приведении к безразмерному виду использовались характерные масштабы длины L'_R , скорости U'_R , времени L'_R/U'_R , скорости деформации U'_R/L'_R , ускорения массовой силы g' , плотности ρ'_c , температуры T'_c (критические значения), давления $B' \rho'_c T'_c$ (для термодинамической составляющей) и $\rho'_c U'^2_R$ (для акустической составляющей), коэффициента теплопроводности λ'_R , вязкости μ'_R и теплоемкости при постоянном объеме $(c'_V)_R$.

Показатель адиабаты совершенного газа γ , числа Маха M , Рейнольдса Re , Фруда Fr и Прандтля Pr , входящие в уравнения (1)–(4), определяются соотношениями

$$\begin{aligned} \gamma &= 1 + \frac{B'}{(c'_V)_R}, & M &= \frac{U'_R}{\sqrt{\gamma B' T'_c}}, & \text{Re} &= \frac{\rho'_c U'_R L'_R}{\mu'_R}, \\ \text{Fr} &= \frac{U'^2_R}{g' L'_R}, & \text{Pr} &= \frac{((c'_V)_R + B') \mu'_R}{\lambda'_R}, & B' &= \frac{R'}{m'}, \end{aligned} \quad (5)$$

где R' – универсальная газовая постоянная; m' – молекулярный вес газа.

Распределения равновесных плотности ρ_e и давления p_e соответствуют распределениям плотности и давления в неподвижной стратифицированной среде и определяются по параметрам среды ρ^*, p^* и T^* в некоторой точке \mathbf{r}^* , где \mathbf{r} – радиус-вектор точки в пространстве. В линейном приближении эти распределения описываются соотношениями [7]

$$\rho_e = \rho^* \left(1 + \left(\frac{\partial \rho^*}{\partial p^*} \right)_{T^*} \epsilon_g \mathbf{g}(\mathbf{r} - \mathbf{r}^*) \right),$$

$$p_e = p^* + \rho^* \epsilon_g \mathbf{g}(\mathbf{r} - \mathbf{r}^*), \quad \epsilon_g = \frac{g' L'_R}{BT_c}. \quad (6)$$

Система (1)–(4) дополняется уравнениями для ρ^* , p^* и T^* , получаемыми из интегральных балансов массы и энергии, соотношениями для коэффициентов переноса μ , ζ и λ и конкретным уравнением состояния.

3. Уравнение состояния

Исходя из представлений теории фазовых переходов второго рода, в окрестности критической точки можно выделить две области. Если флуктуации плотности достаточно малы, то применима модель среднего (самосогласованного) поля, предложенная Л.Д. Ландау [8]. Эту область называют обычно гидродинамической или регулярной. В теории Ландау полагается, что радиус действия сил между частицами велик, и на каждую частицу со стороны других действует некоторое усредненное поле. Однако при дальнейшем приближении к критической точке растущие флуктуации искажают это поле и такой подход уже неприменим. В этой области, которая называется непосредственно критической, развита флуктуационная теория [9]. Она базируется на гипотезе масштабной инвариантности (скейлинга), то есть на предположении, что единственным характерным масштабом в системе является радиус корреляции, а околоскритическая среда – это "газ" капель, размер которых (равный радиусу корреляции) растет по мере приближения к критической точке. Уравнение состояния, полученное с использованием гипотезы скейлинга, называется масштабным и применимо только в малой окрестности критической точки.

Чтобы расширить диапазон применимости и связать критическую область с регулярной, используются так называемые кроссоверные уравнения состояния [10]. Введение различных эмпирических переключающих функций придает этим уравнениям довольно сложный вид, что затрудняет их практическое использование.

В дальнейшем в данной работе будем рассматривать только регулярную область, в которой уравнение состояния имеет вид

$$\pi = a_0 \epsilon + a \epsilon t + b \epsilon t^2 + c t^3, \quad (7)$$

где

$$t = \rho - \rho_c, \quad \epsilon = T - T_c, \quad \pi = p - p_c, \quad (8)$$

отклонения плотности, температуры и давления от критических значений; a_0 , a , b , c – константы, зависящие от конкретного вещества. Уравнение (7) имеет асимптотический характер и применимо при $\epsilon \ll T_c$, $t \ll \rho_c$.

Уравнение состояния (7) можно получить из уравнения состояния общего вида

$$p = p(\rho, T), \quad (9)$$

учитывая, что в регулярной области флуктуации параметра порядка малы и следовательно уравнение (9) можно разложить в ряд Тейлора по малым параметрам ϵ и m . Если в найденном выражении учесть два условия в критической точке

$$\left. \frac{\partial p}{\partial \rho} \right|_{\rho_c T_c} = 0, \quad \left. \frac{\partial^2 p}{\partial \rho^2} \right|_{\rho_c T_c} = 0, \quad (10)$$

то оно сведется к уравнению состояния среднего поля (7), коэффициенты которого определяются через производные:

$$a_0 = \left. \frac{\partial p}{\partial T} \right|_{\rho_c T_c}, \quad a = \left. \frac{\partial^2 p}{\partial \rho \partial T} \right|_{\rho_c T_c}, \quad b = \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^3 p}{\partial \rho^2 \partial T} \right|_{\rho_c T_c}, \quad c = \frac{1}{6} \left. \frac{\partial^3 p}{\partial \rho^3} \right|_{\rho_c T_c}. \quad (11)$$

Естественно, при этом предполагается, что выполняются условия разложимости функции $p(\rho, T)$ в ряд Тейлора, то есть существование и конечность всех частных производных по ρ и T при $\epsilon, m \rightarrow 0$. При выполнении этого требования любое уравнение состояния вида (9) в регулярной области представимо (с определенной точностью) в виде уравнения среднего поля (7) с коэффициентами (11).

Рассмотрим уравнение Ван-дер-Ваальса, которое является классическим уравнением состояния реального газа,

$$p = \frac{\rho T}{1 - b_w \rho} - a_w \rho^2, \quad (12)$$

где $a_w = 9/8$ и $b_w = 1/3$. Вычислив производные, легко получить численные значения коэффициентов:

$$a_0 = 1.5, \quad a = 2.25, \quad b = 1.125, \quad c = 0.5625. \quad (13)$$

Известны многочисленные модификации уравнения Ван-дер-Ваальса (такие как уравнения Бергло, Дитеричи и др. [11]). Отметим уравнение Редлиха-Квонга

$$p = \frac{\rho T}{1 - b_r \rho} - a_r \frac{\rho^2}{\sqrt{T}(1 + b_r \rho)}, \quad (14)$$

которое точнее отражает связь термодинамических параметров в более широком диапазоне их изменения при значениях констант $a_r = 1/(3(2^{1/3} - 1))$ и $b_r = 2^{1/3} - 1$. Для этого уравнения коэффициенты (11) равны

$$a_0 \approx 1.860, \quad a \approx 2.739, \quad b \approx 0.9618, \quad c \approx 0.3575. \quad (15)$$

Сравним полученные значения с экспериментальными значениями коэффициентов уравнения среднего поля для CO_2 в диапазоне параметров $1.6 \cdot 10^{-3} \leq \epsilon \leq 1.2 \cdot 10^{-1}$, $1.5 \cdot 10^{-2} \leq m \leq 2.5 \cdot 10^{-1}$ [6]

$$a_0 \approx 1.915, \quad a \approx 1.858, \quad b \approx 1.012, \quad c \approx 0.05903. \quad (16)$$

Сравнение (13)–(16) показывает, что коэффициенты a_0 , a , b , полученные по уравнениям состояния Ван-дер-Ваальса и Редлиха-Квонга и из эксперимента, близки между собой. Заметно отличаются лишь значения коэффициента c .

4. Характерные временные масштабы околоскритической среды

Особенностью околоскритической среды в замкнутом объеме является ее способность к быстрому равномерному прогреву в результате так называемого "поршневого эффекта" [7, 12, 13, 14]. Анализ уравнения теплового баланса показывает, что этот эффект связан, главным образом, с ростом давления. Тепловой импульс от нагревателя приводит к локальному росту давления в пограничном слое, которое выравнивается внутри области благодаря распространению звуковых волн и в модели с "фильтрацией акустики" происходит мгновенно. Равномерное по области увеличение давления обеспечивает равномерный рост температуры. При мгновенном скачке температуры на нагревателе характерное время поршневого эффекта τ'_{pe} оценивается выражением [12]:

$$\tau'_{pe} = \frac{L'^2 \rho'_c}{\lambda'} \frac{c'_p c'^2_V}{(c'_p - c'_V)^2}. \quad (17)$$

Другим временным масштабом является характерное диффузионное время τ'_d , связанное с тепловой релаксацией посредством теплопроводности:

$$\tau'_d = \frac{L'^2 \rho'_c c'_p}{\lambda'}. \quad (18)$$

В идеальном газе временные масштабы τ'_{pe} и τ'_d близки по величине. Однако при приближении к критической точке значения c'_p и λ' асимптотически растут (причем c'_p быстрее). Поэтому характерные времена оказываются величинами разного порядка: $\tau'_{pe} \ll \tau'_d$.

Переходя к безразмерным переменным получим

$$\tau_{pe} = \frac{1}{\lambda} \frac{c_p}{(c_p - 1)^2} \frac{\text{Re Pr}}{\gamma}, \quad \tau_d = \frac{c_p}{\lambda} \frac{\text{Re Pr}}{\gamma}. \quad (19)$$

Используя уравнение состояния (7), по термодинамическим соотношениям легко можно получить асимптотическое выражение $c_p \sim (\gamma - 1)k\epsilon^{-1}$, $k = a_0^2/a$ при приближении к критической точке. Коэффициент теплопроводности тоже расходится $\lambda \sim \Lambda \epsilon^{-\psi}$, где Λ – константа порядка единицы, а $\psi \approx 0.4 \div 0.7$ [1, 2].

Следовательно, временные масштабы (19) в асимптотическом приближении к критической точке приобретают вид

$$\tau_{pe} = \frac{1}{\gamma(\gamma - 1)k\Lambda} \text{Re Pr} \epsilon^{1+\psi}, \quad \tau_d = \frac{k(\gamma - 1)}{\gamma\Lambda} \text{Re Pr} \epsilon^{-1+\psi}. \quad (20)$$

Для уравнения состояния Ван-дер-Ваальса (13) коэффициент k равен 1, для уравнения Редлиха-Квонга (13) $k = 1.263$, а экспериментальное значение – $k = 1.973$. Видно, что все три варианта дают достаточно близкие значения коэффициента k . Следовательно, близки по величине и характерные временные масштабы.

5. Результаты численного моделирования

В двумерной квадратной ячейке со стороной 1 см находится двуокись углерода CO_2 , которая в начальный момент неподвижна и равномерно нагрета (начальное превышение температуры над критической составляет 1К). Три границы области адиабатические, на четвертой левой границе температура линейно возрастает в течение 1 с со скоростью 0.01К/с, затем фиксируется. Таким образом моделируется подвод тепла, который выводит среду из состояния покоя.

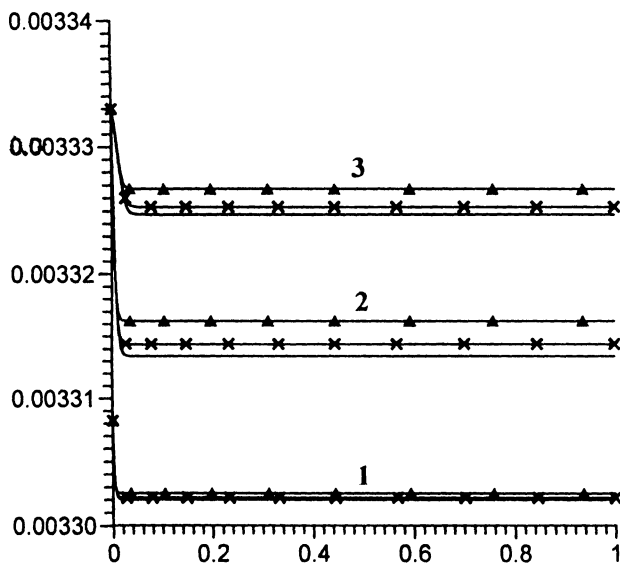


Рис. 1. Относительная температура $\epsilon(x, 0.5)$ в центральном горизонтальном сечении в моменты времени $t = 7.1$ (1); 28,4 (2); 128 (3) в средах I (кривые без маркеров), II (кривые с крестами), III (кривые с треугольниками).

Динамика неидеального газа описывается системой уравнений (1)–(6), в которой коэффициент теплопроводности λ зависит от температуры: $\lambda = 1 + \Lambda(T - 1)^{-\psi}$, коэффициент сдвиговой вязкости постоянен: $\mu = \text{const}$, а объемной вязкости равен нулю: $\zeta = 0$.

В начальный момент задаются граничные условия на верхней поверхности:

$$T^* = 1 + \epsilon^*, \quad \rho^* = 1 + m^*, \quad p^* = p(\rho^*, T^*).$$

Внутри области плотность и давление меняются с высотой (6), температура постоянна.

Нагрев левой границы происходит в течение времени $t \in [0, t_h]$ по закону $T = T^* + c_h t$ до температуры $T^* + \Theta$.

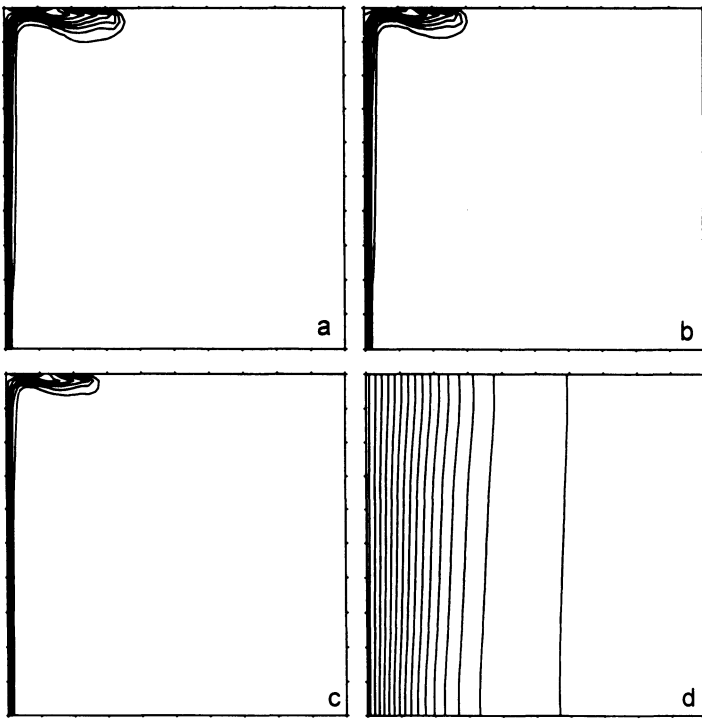


Рис. 2. Изотермы относительной температуры ϵ в момент времени $t = 128$

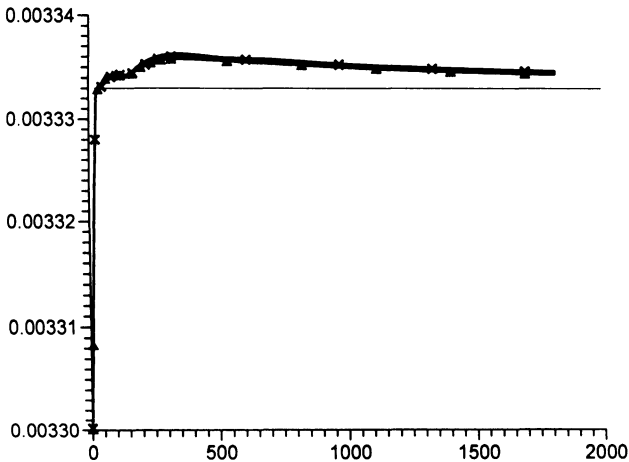


Рис. 3. Временная зависимость максимальной по области относительной температуры ϵ_{\max} в средах I (кривые без маркеров), II (кривые с крестами), III (кривые с треугольниками). Тонкая линия соответствует относительной температуре на левой границе.

Сформулированная задача аналогична рассмотренной в [7, 13] и описывается теми же безразмерными комплексами:

$$Re = 3.85 \cdot 10^4, Pr = 2.27, Fr = 0.82, \gamma = 1.4$$

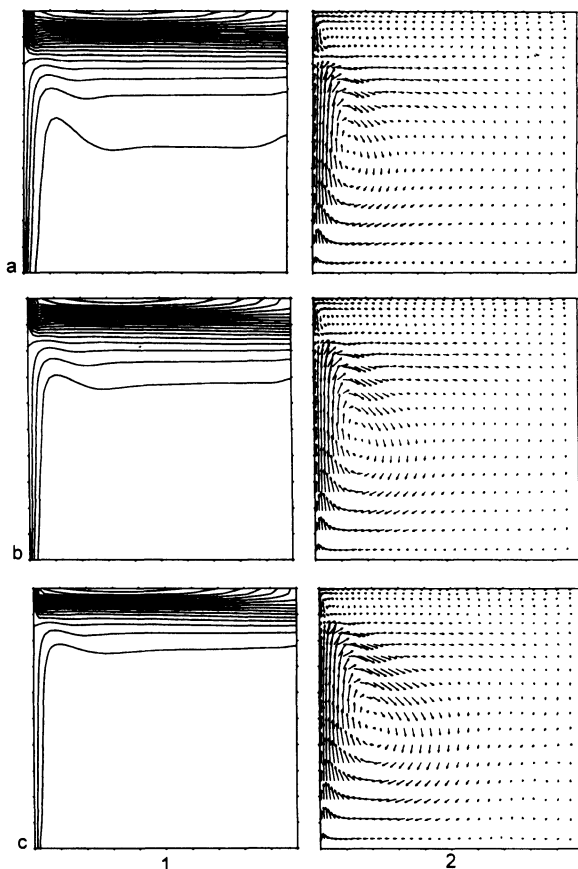


Рис. 4. Изотермы относительной температуры ϵ (1) и поля скоростей (2) в момент времени $t = 1.82 \cdot 10^3$.

$$\begin{aligned}
 \epsilon_g &= 1.71 \cdot 10^{-6}, \quad \mathbf{g} = (0, -1), \quad \Lambda = 0.75, \quad \psi = 0.5, \\
 \epsilon^* &= 3.3 \cdot 10^{-3}, \quad m^* = 0, \quad c_h = 1.16 \cdot 10^{-6}, \\
 t_h &= 28.4, \quad (\Theta = 3.3 \cdot 10^{-5}),
 \end{aligned}
 \tag{21}$$

построенными по характерной скорости $U'_R = Mc'$, соответствующей $M = 10^{-3}$.

Однако в отличие от [7, 13], где исследовался газ Ван-дер-Ваальса, в данной работе выполнено моделирование трех сред, которые описываются уравнением состояния среднего поля с коэффициентами разложения уравнения Ван-дер-Ваальса (13) – среда I, Редлиха-Квонга (15) – среда II и экспериментальными значениями (16) – среда III.

Решение системы уравнений (1)–(6) получено численно с помощью неявного конечно-разностного метода на разнесенной сетке в естественных переменных. Уравнения баланса импульса и энергии решались последовательно, давление находилось из уравнения Пуассона. Использовалась прямоугольная неравномерная сетка 101×41 со сгущением в направлении левой и верхней границ; коэффициент сгущения по горизонтали – 15.9, по вертикали – 9.2.

В [7, 13] при численном моделировании получено, что при подводе тепла в газ Ван-дер-Ваальса в развивающемся динамическом процессе можно выделить две стадии. На первой стадии, продолжительность которой характеризуется временем τ_{pe} , происходит быстрый равномерный нагрев области в результате поршневого эффекта. На второй длительной стадии (с характерным временем τ_d) наблюдается двухвихревая "изотермическая" конвекция с медленным затуханием и приближением к состоянию термодинамического равновесия.

Результаты данной работы показывают, что в околокритической области при выбранных параметрах поведение среды I полностью совпадает с поведением газа Ван-дер-Ваальса на всем временном интервале. Однако в средах II и III появляются незначительные отличия. Так в начале процесса они прогреваются несколько быстрее (рис. 1), поскольку характерные времена поршневого эффекта τ_{pe} оказываются меньше и имеют значения $\tau_{pe} = 31.2$ (среда II); 20.0 (среда III) в отличие от величины $\tau_{pe} = 39.4$ (среда I).

На этой стадии температура внутри области оказывается одинаковой везде, за исключением узкого пограничного слоя около нагревателя. Здесь газ более нагрет и разрежен, поэтому возникает сила Архимеда и формируется естественноконвективное подъемное течение (рис. 2) с максимальной скоростью $|U|_{max} = 9.29 \cdot 10^{-3}$ (a); $8.79 \cdot 10^{-3}$ (b); $8.32 \cdot 10^{-3}$ (c) в момент времени $t = 128$. Поскольку градиенты температуры в пограничном слое из-за более быстрого нагрева в средах II и III оказываются несколько меньше (рис. 1), то и подъем струи в них оказывается чуть менее интенсивным. Для сравнения на рис. 2.d приведены изолинии относительной температуры в идеальном газе в тот же момент времени.

В левом верхнем углу области происходит торможение сформировавшейся в пограничном слое струи. При этом часть кинетической энергии струи переходит в тепло и наблюдается превышение температуры на верхней границе над температурой нагревателя [7]. На рис. 3 представлена временная зависимость максимальной по области относительной температуры. Видно, что перегрев практически одинаков для всех трех сред.

На больших временах характер теплопереноса меняется – наблюдается медленная диффузия тепла сверху вниз (рис. 4). Характерные диффузионные времена τ_d в средах II и III больше, чем в среде I и имеют значения $\tau_d = 5.80 \cdot 10^5$ (I); $7.32 \cdot 10^5$ (II); $1.14 \cdot 10^6$ (III), поэтому, как видно по расположению изотерм, выравнивание температуры в них происходит медленнее. В этот период в картине течения начинают проявляться черты второй стадии процесса – складывается двухвихревая структура с образованием встречного вихревого потока около верхней границы (рис. 4), причем в средах II и III нижний вихрь охватывает несколько большую область. В момент времени $t = 1.82 \cdot 10^{-3}$ интенсивность течения характеризуется максимальной скоростью $|U|_{max} = 1.22 \cdot 10^{-3}$ (a); $1.12 \cdot 10^{-3}$ (b); $1.10 \cdot 10^{-3}$ (c). Со временем размер верхнего вихря увеличивается, нижнего уменьшается, течение замедляется и за время порядка τ^d затухает.

Таким образом, результаты моделирования трех выбранных сред показывают, что их поведение вблизи критической точки качественно похоже и имеет лишь незначительные количественные отличия. Это значит, что приближенные уравнения Ван-дер-Ваальса и Редлиха-Квонга передают особенности околокритического теплопереноса в реальной среде.

6. Заключение

Рассмотрены сплошные среды вблизи критической точки с уравнением состояния в рамках модели среднего поля, которое является асимптотическим приближением произвольного двухпараметрического уравнения состояния с некоторыми условиями на производные. Выполнено численное моделирование конвективного течения и теплопереноса в квадратной области с боковым подводом тепла, причем в первом случае в качестве уравнения состояния использовалось приближенное уравнение Ван-дер-Ваальса, во втором – Редлиха-Квонга, в третьем – экспериментальная зависимость. Получено, что во всех трех случаях результаты моделирования качественно совпадают.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Стенли Г. Фазовые переходы и критические явления. – М.: Мир, 1973, 420с.
2. Анисимов М.А. Критические явления в жидкостях и жидких кристаллах. – М.: Наука, 1987, 270.
3. Moldover M.R. Low-gravity experiments in critical phenomena // In: Opportunities for academic research in a low-gravity environment. Progress in Astronautics and Aeronautics, 1986, v.108, p.57.
4. Горбунов А.А., Емельянов В.М., Полежаев В.И. Конвективные течения околокритических жидкостей в условиях микрогравитации: концепция и результаты моделирования. – Препринт N 631, М.: Ин-т пробл. механ. РАН, 1998, 36с.
5. Avdeev S.V., Ivanov A.I., Kalmykov A.V. at al. Experiments in the far and near critical fluid aboard Mir station with the use of the "Alice-1" instrument // In: Proceedings of the Joint X-th European and VI-th Russian symposium on physical science in microgravity, St. Peterburg, Russia, 15-21 June 1997, v.1, p.333–340.
6. Мартынец В.Г., Матизен Э.В. Определение параметров уравнения состояния Мигдала // Журнал экспер. и теор. физики, 1974, т.67, № 2(8), с.607–614.
7. Соболева Е.Б., Крюков И.А. Моделирование тепломассопереноса в околокритических средах в приближении малых чисел Маха // Мат. модел., 2000 (в печати).
8. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Статистическая физика. Часть I. – М.:Наука, 1976, 584с.
9. Паташинский А.З., Покровский В.Л. Флуктуационная теория фазовых переходов. – М.: Наука, 1975, 256с.
10. Киселев С.Б. Масштабное уравнение состояния индивидуальных веществ и бинарных растворов в широкой окрестности критических точек. – Обзоры по теплофизическим свойствам веществ. – М.:ИВТАН, 1989, № 2(76), с.150.
11. Уейлес С. Фазовые равновесия в химической технологии. – М.: Мир, 1989, т.1, с.304.
12. Onuki A., Hao H., Ferrel R.A. Fast adiabatic equilibration in a single-component fluid near the liquid-vapor critical point // Phys. Rev., 1990, A 41, p.2256–2259.
13. Zappoli B., Amiroudine S., Carles P., Quazzani J. Thermoacoustic and buoyancy-driven transport in a square side-heated cavity filled with a near-critical fluid // J. Fluid Mech., 1996, v.316, p.53–72.
14. Ермаков М.К. Тепломассообмен в сверхкритических жидкостях на основе одномерных уравнений Навье-Стокса // Мат. модел., 1997, т.9, № 12, с.31–42.