



Общероссийский математический портал

В. Н. Родионов, Г. А. Кравцова, А. М. Мандель, Ионизация из короткодействующего потенциала под действием электромагнитных полей сложной конфигурации, *Письма в ЖЭТФ*, 2002, том 75, выпуск 8, 435–439

<https://www.mathnet.ru/jetpl3079>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<https://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.9.169

18 апреля 2025 г., 12:57:34



# Ионизация из короткодействующего потенциала под действием электромагнитных полей сложной конфигурации

В. Н. Родионов<sup>1)</sup>, Г. А. Кравцова\*, А. М. Мандель<sup>1)</sup>

Московская государственная геологоразведочная академия, 118873, Москва, Россия

\* Физический факультет Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова, 119899 Москва, Россия

Поступила в редакцию 7 декабря 2001 г.

После переработки 11 марта 2002 г.

На основе точно решаемой 3D модели короткодействующего потенциала и временной функции Грина в интенсивном электромагнитном поле, представляющем собой комбинацию постоянного магнитного поля и поля циркулярно-поляризованной волны, получено трансцендентное уравнение для комплексной энергии. Рассчитаны параметры квазистационарных состояний электрона в  $\delta$ -потенциале с учетом действия интенсивного внешнего поля сложной конфигурации. Выяснен вопрос о возможности стабилизации распада связанных состояний спинорной и скалярной частиц посредством интенсивного магнитного поля. Установлено, что полученные результаты требуют пересмотра утвердившегося представления о стабилизирующей роли сильного магнитного поля при ионизации атомов.

PACS: 11.10.–z

Хотя изучение ионизации атомов и ионов, а также процессов фотопоглощения кристаллов в интенсивных электромагнитных полях было начато более 35 лет назад [1–6], до сих пор еще отсутствует полная ясность в ряде вопросов, имеющих существенное значение как для атомной физики, так и для физики твердого тела. Это относится, например, к исследованию нелинейных явлений в сильных полях, образующих достаточно сложные конфигурации. В последние годы вновь повысился интерес к изучению подобных явлений [7–12]. Отличительной чертой развиваемых подходов является рассмотрение точно решаемых моделей и проведение анализа получаемых результатов в аналитическом виде для электромагнитных полей произвольной интенсивности.

Среди указанных работ можно выделить публикации, в которых изучалась интересная возможность убывания скорости распада атомов с ростом интенсивности лазерного поля [9, 10] (так называемый режим стабилизации). Аналогичный вопрос об уменьшении ширины квазиэнергетического уровня под действием магнитного поля решался в работе [7]. Важной особенностью цитируемых работ является то, что в них, независимо от типа изучаемых конфигураций электромагнитных полей, рассмотрен лишь случай скалярных заряженных частиц.

Цель настоящей работы – на примере точно решаемой 3D модели короткодействующего потенциа-

ла получить аналитические выражения, описывающие воздействие на состояния электрона интенсивного электромагнитного поля конфигурации Редмонда, представляющего собой комбинацию постоянного магнитного поля и поля циркулярно-поляризованной волны. В частности, рассмотрен вопрос о возможности стабилизации распада связанного состояния в интенсивном магнитном поле для случаев спинорной и скалярной частиц. Основой развиваемого подхода служат известные точные решения квантовых уравнений для заряженных частиц, движущихся в электромагнитном поле описанной выше конфигурации, при распространении волны вдоль направления магнитного поля [13].

Пусть постоянное магнитное поле  $H$  ориентировано по оси  $z$ , а поле волны характеризуется амплитудой  $\varepsilon$ , частотой  $\omega$  и поляризацией  $g = \pm 1$ . Состояние электрона со спином, ориентированным вдоль магнитного поля, можно описать, рассмотрев нерелятивистский предел соответствующих решений, приведенных в монографии [14]. Пропагатор  $G(2, 1)$ , усредненный по поляризациям электрона в магнитном поле, можно представить в виде

$$G(2, 1) = \frac{\text{Tr}}{2} G_{i,j}(2, 1) = \frac{\sqrt{m\omega_H}}{2(2\pi)^2} \sum_{n=0}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dp_2 dp_3 \Psi(2) \hat{\Psi}(1). \quad (1)$$

Не останавливаясь на деталях стандартных расчетов, окончательно запишем

<sup>1)</sup>e-mail: physics@msgpa.msgpa.ru

$$G(r_2, t_2; r_1, t_1) = \left(\frac{m}{2\pi i}\right)^{3/2} \frac{\omega_H}{2\sqrt{t}} \operatorname{ctg} \frac{\varphi_H}{2} e^{iS}, \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} S = & -\frac{m\xi_0^2}{2\delta}t + \frac{m(z_2 - z_1)^2}{2t} + \\ & + m\omega_H \left[ -\frac{1}{2}(y_2 - y_1)(x_2 + x_1) + \right. \\ & \left. + \frac{1}{4}((y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2) \operatorname{ctg} \frac{\varphi_H}{2} \right] - \\ & - \frac{\xi_0^2 m\omega_H}{\omega^2 \delta^2} \frac{\sin(\varphi/2) \sin \frac{(\varphi_H - \varphi)}{2}}{\sin(\varphi_H/2)} + m\xi_0(y_2 - y_1) + \\ & + \frac{\xi_0 m\omega_H}{\omega \delta} \frac{\sin \frac{(\varphi_H - \varphi)}{2}}{\sin(\varphi_H/2)} \times \\ & \times \left[ (y_2 - y_1) \cos \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} - (x_2 - x_1) \sin \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} \right]. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь также введены обозначения

$$\begin{aligned} \varphi_H = t\omega_H, \quad \varphi_1 = t_1\omega, \quad \varphi_2 = t_2\omega, \quad \varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \omega t; \\ \omega_H = eH/m; \quad \xi_0 = e\varepsilon/m\omega; \quad \delta = 1 - g\omega_H/\omega, \end{aligned}$$

и использована система единиц  $\hbar = c = 1$ .

Нетрудно убедиться, что в пределе  $H \rightarrow 0$  формулы (2), (3) дают известное соотношение для функции Грина в поле циркулярно-поляризованной волны [5, 6]. Для этого требуется лишь перейти к случаю  $G(r, t; 0)$ . При  $\omega \rightarrow 0$  из полученных нами выражений следуют результаты, определяющие функцию Грина электрона, движущегося во взаимно перпендикулярных постоянных электрическом и магнитном полях  $\varepsilon$  и  $\mathbf{H}$  при  $\varepsilon \neq \mathbf{H}$ . Отметим, что при переходе к скалярной заряженной частице из (1), (2), мы получаем формулу для  $G(r, t; r', 0)$ , согласующуюся с аналогичным результатом работы [7].

Обобщая известную методику, развитую в работах [5–10] для поля электромагнитной волны, на случай конфигурации Редмонда, можно получить трансцендентное уравнение, связывающее комплексную энергию во внешнем поле  $E$  с невозмущенной энергией  $E_0$  и параметрами внешнего поля  $\varepsilon$ ,  $\omega$  и  $\mathbf{H}$ :

$$\sqrt{\beta} = \sqrt{\beta_0} + \frac{1}{\sqrt{4i\pi}} \int_0^\infty du \exp(-i\beta u) R(u), \quad (4)$$

$$\begin{aligned} R(u) = & \frac{(1 - \delta) \operatorname{ctg}[(1 - \delta)u]}{\sqrt{u}} \times \\ & \times \exp \left[ -i\beta_0 \xi^2 \frac{u}{\delta} \left( 1 - \frac{1 - \delta}{\delta} \frac{\sin u \sin(\delta u)}{u \sin(u(1 - \delta))} \right) \right] - \frac{1}{u^{3/2}}, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $u = \omega t/2$ ;  $\beta_0 = 2(-E_0)/\omega$ ;  $\beta = 2(-E)/\omega$ ;  $\xi = e\varepsilon/\omega\sqrt{2m|E_0|}$  – безразмерная интенсивность волны, связанная с параметром адиабатичности Келдыша простым соотношением  $\gamma = 1/\xi$ .

Легко заметить, что в пределе выключения магнитного поля  $H \rightarrow 0$  из (4) следует уравнение, совпадающее с аналогичной формулой для электромагнитной волны [5, 6]. Устремляя к нулю частоту волны  $\omega \rightarrow 0$ , из (4) можно получить выражение, определяющее комплексную энергию электрона, связанного короткодействующей потенциальной ямой, в постоянном скрещенном электромагнитном поле общего вида  $\varepsilon \perp \mathbf{H}$ ;  $\varepsilon \neq \mathbf{H}$ :

$$\begin{aligned} \alpha = \alpha_0 + \frac{1}{\sqrt{2\pi i}} \times \\ \times \int_0^\infty \frac{dt}{t^{3/2}} e^{iEt} \left\{ v \cdot \operatorname{ctg} v \cdot \exp \left[ -i \frac{\varepsilon^2}{8v^2} (1 - v \cdot \operatorname{ctg} v) t^3 \right] - 1 \right\}, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $v = t\omega_H/2$ ,  $\alpha_0 = \sqrt{-2E_0}$ ,  $\alpha = \sqrt{-2E}$ . Отметим, что при замене функции  $\operatorname{ctg} v$  на  $(\sin v)^{-1}$  в предэкспоненте формулы (6) мы получаем выражение из работы [7]. В этой статье рассмотрен процесс вырывания скалярной частицы из короткодействующей потенциальной ямы скрещенными электрическим и магнитным полями.

Отметим, что важной особенностью процедуры получения уравнений для комплексной энергии  $E = E_r - i\Gamma/2$  методом функций Грина [5–10] является экспоненциальная расходимость интегралов в правой части формул (4)–(6) на верхнем пределе. Тем самым для получения физически обоснованных результатов эти интегралы нуждаются в регуляризации.

Уравнения, аналогичные (4)–(6), были получены другим способом в работе [12], где изучались пороговые явления в интенсивном внешнем электромагнитном поле той же конфигурации. Это было сделано с помощью метода дисперсионных соотношений без непосредственного использования свойств функций Грина. Данный метод требует предварительного доказательства того, что функции распределения энергии, характеризующие сечения взаимодействия частиц, могут быть надлежащим образом продолжены на верхнюю полуплоскость комплексной энергетической переменной. Такое доказательство можно, например, провести, используя связь между поперечным сечением и мнимой частью амплитуды упругого рассеяния вперед, известную под названием оптической теоремы.

Единственное отличие полученных в [12] соотношений от формул (4)–(6) состоит в том, что в их правой части вместо комплексных величин  $\beta$ ,  $\alpha$  и  $E$  сто-

ят только действительные величины  $\beta_0$ ,  $\alpha_0$  и  $E_0$ . Другими словами, эти соотношения явно разрешены относительно комплексной энергии. Их можно рассматривать как первый шаг итерационной процедуры при решении трансцендентных уравнений (4)–(6). Законность такого подхода в нашем случае обоснована тем, что сдвиг уровня  $E_0$ , вообще говоря, имеет физический смысл лишь при выполнении условия

$$|(E - E_0)/E_0| < 1. \quad (7)$$

Тем самым на первом шаге в экспонентах интегралов (4), (6) можно положить  $E_{(1)} = E_0$ , то есть считать, что  $\Gamma_{(1)} = 0$ . В итоге интегралы сходятся и определяют функции, аналитические в верхней полуплоскости комплексной энергетической переменной, что и позволяет определить комплексное значение энергии, зависящее от невозмущенной энергии  $E_0$  и параметров поля.

В интеграл, входящий в (6), основной вклад дает окрестность нулевой точки [15]. Используя метод расчета, подробно описанный в этой работе, и переходя к принятым в атомной физике нормировкам напряженностей и энергии связи

$$\begin{aligned} \varepsilon_a &= \frac{m^2 e^5}{\hbar^4} = 5.14 \cdot 10^9 \text{ В/см}; \\ H_a &= \frac{m^2 e^3 c}{\hbar^3} = 2.35 \cdot 10^9 \text{ Гс}; \\ E_0 &= -\frac{k^2 m e^4}{2\hbar^2}, \end{aligned}$$

получаем для комплексной энергии частиц со спином ( $s = \frac{1}{2}$ ) и без спина ( $s = 0$ ) соответственно следующие выражения:

$$\begin{aligned} \left(\frac{-E}{-E_0}\right)^{1/2} &= 1 + \frac{h}{\pi \varepsilon^{1/3}} \left\{ \frac{1}{2} \text{Ai}(z_0) \text{Bi}(z_0) - \right. \\ &- \frac{\pi}{4z_0^{1/2}} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \text{Ai}(z_n) \text{Bi}(z_n) - \frac{\pi}{2z_n^{1/2}} \right] + \\ &\left. + \frac{i}{2} \text{Ai}^2(z_0) + i \sum_{n=1}^{\infty} \text{Ai}^2(z_n) \right\} + \end{aligned} \quad (8a)$$

$$\begin{aligned} &+ \frac{1}{2} \left(\frac{\hbar}{2\pi}\right)^{1/2} \int_0^{\infty} \frac{dt}{t^{1/2}} \left( \text{ctht} - \frac{1}{t} \right) \exp\left(-\frac{2t}{h}\right), \\ \left(\frac{-E}{-E_0}\right) &= 2 + \frac{h}{\pi \varepsilon^{1/3}} \times \\ &\times \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \text{Ai}(y_n) \text{Bi}(y_n) - \frac{\pi}{2y_n^{1/2}} + i \text{Ai}^2(y_n) \right] - \\ &- \frac{1+h/4}{(1+h/2)^{1/2}} + \frac{1}{2} \left(\frac{\hbar}{2\pi}\right)^{1/2} \times \\ &\times \int_0^{\infty} \frac{dt}{t^{1/2}} \left( \text{ctht} - \frac{1}{t} \right) \exp\left[-t \left(1 + \frac{2}{h}\right)\right], \end{aligned} \quad (8б)$$

Здесь  $\text{Ai}$ ;  $\text{Bi}$  – регулярная и нерегулярная на бесконечности функции Эйри [15], аргументы которых равны

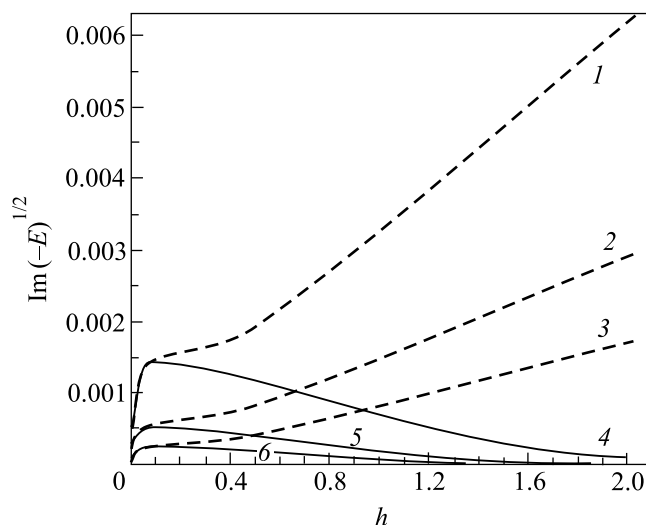
$$z_n = (1 + nh)/\varepsilon^{2/3}; \quad y_n = (1 + h/2 + nh)/\varepsilon^{2/3}$$

и определяются нормированными значениями напряженностей внешних полей

$$\varepsilon = 2\varepsilon/k^3 \varepsilon_a, \quad h = 2H/k^2 H_a. \quad (9)$$

Из формул (8a) и (8б) видно, что сдвиг и ширина уровня определяются всего двумя параметрами  $\varepsilon$  и  $h$ . Подчеркнем, что в выражении (8a) (спинорная частица) аргумент функций Эйри  $z_0$  в первом слагаемом не зависит от  $h$ . В (8б) таких слагаемых нет, что в достаточно сильном магнитном поле приобретает принципиальное значение.

На рисунке приведены графики зависимости мнимой части корня из комплексной энергии  $\text{Im}(-E)^{1/2}$  от  $h$ , рассчитанные по формулам (8). Сплошные кривые соответствуют случаю скалярной частицы, а



Вероятность ионизации как функция магнитного поля  $h$  при различных значениях электрического поля  $\varepsilon$  для скалярной (сплошная) и спинорной (пунктирная) частиц

пунктирные – спинорной. Нормированное электрическое поле  $\varepsilon$  принимает значения: 0.354; 0.414 и 0.544. При фиксированном электрическом поле на уровне  $\varepsilon = 0.1\varepsilon_a$  из (9) следует, что кривые 3 и 6 соответствуют значению  $k = 0.827$  (атомы  ${}^4\text{Be}(2s)$ ;  ${}^{79}\text{Au}(6s)$ ), 2 и 5 –  $k = 0.785$  (атом  ${}^5\text{V}(2p)$ ), а кривые 1 и 4 –  $k = 0.716$  (значения, ближайšie к атому  ${}^{24}\text{Cr}(4s)$ )<sup>2)</sup>. Напротив, если фиксировать энергию

<sup>2)</sup> Данные о характеристиках атомов взяты из работы [7].

связи (например, для “легкоионизируемого” отрицательного иона гелия  $\text{He}(2p)$   $k = 0.075$ ), пара кривых 1 и 4 соответствует значению электрического поля  $\epsilon = 5.9 \cdot 10^5$  В/см, 2 и 5 –  $\epsilon = 4.49 \cdot 10^5$  В/см, а 3 и 6 –  $\epsilon = 3.84 \cdot 10^5$  В/см, что, по-видимому, достижимо в настоящее время в экспериментах с использованием фокусировки лазерных лучей.

Легко видеть, что зависимости  $\sqrt{-E}$  от магнитного поля  $h$  для скалярной и спинорной частиц практически совпадают в слабых внешних полях. Действительно, при  $\epsilon \ll 1$  и  $h \ll 1$  из формул (8а), (8б) независимо от спина частиц можно получить

$$\left(\frac{-E}{-E}\right)^{1/2} = 1 + \frac{\epsilon^2}{32} + \frac{h^2}{48} + \frac{35}{1536}h^2\epsilon^2 + i\left(\frac{\epsilon}{8} + \frac{h^2}{24\epsilon}\right)\exp\left(-\frac{4}{3\epsilon}\right). \quad (10)$$

Это соотношение вполне ожидаемо: вероятность ионизации в слабом электромагнитном поле экспоненциально подавлена, а действительная поправка по энергии описывает квадратичный штарковский сдвиг и квадратичное зееманово смещение уровней энергии.

В сильном магнитном поле мнимая часть корня из энергии частицы без спина, достигнув максимума при  $h \sim 0.03-0.05$ , убывает с ростом  $h$ . Для упомянувшегося уже иона  $\text{He}(2p)$  точка максимума соответствует магнитному полю  $H \sim 6.6 \cdot 10^5$  Гс. Напротив, для частицы со спином при значениях  $h > 0.1$  наблюдается практически линейный рост  $\text{Im}\sqrt{-E}$  с ростом поля.

Из выражения (8а) при  $h \gg \epsilon^{2/3}$ ,  $\epsilon \ll 1$  следует

$$\left(\frac{-E}{-E}\right)^{1/2} = 1 + \frac{h}{4}\left(1 + \frac{5}{32}\epsilon^2\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{h}{2\pi}\right)^{1/2}\ln\left[1 + \left(\frac{h}{2}\right)^{1/2}\right] + i\frac{h}{8}\exp\left(-\frac{4}{3\epsilon}\right), \quad (11a)$$

а формула (8б) в том же пределе дает

$$\left(\frac{-E}{-E}\right)^{1/2} = 2 - 0.302h^{1/2} + \frac{i}{4}(2h)^{1/2}\exp\left(-\frac{2^{1/2}h^{3/2}}{3\epsilon}\right). \quad (11б)$$

Таким образом, полученные результаты требуют пересмотра утвердившегося представления о стабилизирующей роли магнитного поля при ионизации атомов [7]. В терминах квазиклассического приближения режим стабилизации связывается с тем, что магнитное поле “закручивает” подбарьерную траекторию электрона и тем самым удлиняет его путь

внутри потенциального барьера. Выражение (11б) вполне с этим согласуется; в нем мнимая часть подавлена экспоненциально. Однако, согласно соотношению (11а), учитывающему спиновые состояния частицы в магнитном поле, мнимая часть корня из энергии и ширина уровня растут с ростом  $h$ . В наиболее интересном случае слабого электрического поля этот рост приблизительно линейный. При этом заметим, что в слабом поле  $\Gamma \ll (-E_0)$ , и ширина уровня практически совпадает с вероятностью ионизации. В сильном электрическом поле ( $\epsilon \gg 1$ ) рост ширины уровня пропорционален  $(\epsilon\epsilon/m^2)^{2/3}$ , но в этой области  $\Gamma > (-E_0)$ , так что простая связь ширины уровня с вероятностью ионизации теряется. Случай сильного электрического поля рассмотрен в работе [10] и несколько ранее в работе [12]. Полученные результаты, несмотря на различные подходы [10, 12], практически совпадают и сводятся к тому, что уровень энергии полностью “размазывается”, так как его ширина в  $\sqrt{3}$  раз превосходит сдвиг. Это же следует из формул (8).

Очевидно, причина необычного поведения вероятности ионизации в сильном магнитном поле в том, что уровень Ландау с минимальной энергией доступен только спинорной частице со спином, ориентированным против магнитного поля. Квантующее магнитное поле закручивает траекторию и подавляет вклад в ионизацию всех двукратно вырожденных энергетических состояний электронов. Однако определяющий вклад в ширину уровня в сильном магнитном поле дает основное невырожденное состояние. В результате происходит не подавление вероятности ионизации, а ее рост с увеличением интенсивности магнитного поля. Подобные различия в зависимостях сечений реакций с участием спинорных и скалярных частиц в сильном магнитном поле хорошо известны (см., например, [4, 14]). Это, в частности, относится к процессу фоторождения пар  $e^+e^-$  [16], а также фотопоглощению непроводящих кристаллов в квантующем магнитном поле [17].

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант # 02-02-16784), при частичном финансировании Фонда поддержки ведущих научных школ (грант # 00-15-96046) и Фонда фундаментальных исследований при Санкт-Петербургском государственном университете (грант # Е00-3.1-457).

1. Л. В. Келдыш, ЖЭТФ **47**, 1945 (1964).
2. А. М. Переломов, В. С. Попов, М. В. Терентьев, ЖЭТФ **50**, 1393 (1966); **51**, 309 (1966).

3. А. И. Никишов, В. И. Ритус, *ЖЭТФ* **50**, 255 (1966).
4. А. И. Никишов, В. И. Ритус, *Труды ФИАН* **111**, 84 (1979).
5. Н. Б. Делоне, В. П. Крайнов, *Атом в сильном световом поле*, М.: Атомиздат, 1978.
6. Л. П. Рапопорт, Б. А. Зон, Н. П. Манаков, *Теория многофотонных процессов в атомах* М.: Атомиздат, 1978.
7. В. С. Попов, Б. М. Карнаков, В. Д. Мур, *ЖЭТФ* **113**, 1579 (1998).
8. В. Д. Мур, В. С. Попов, Б. М. Карнаков, *ЖЭТФ* **115**, 521 (1999).
9. В. П. Крайнов, М. А. Преображенский, *ЖЭТФ* **103**, 1142 (1993).
10. Н. П. Манаков, М. В. Фролов, Б. Борка, А. Ф. Старасе, *Письма в ЖЭТФ* **52**, 426 (2000).
11. Н. Б. Делоне, В. П. Крайнов, *УФН* **168**, 531 (1998).
12. В. Г. Кадышевский, В. Н. Родионов, *ТМФ* **125**, 432 (2000).
13. P. J. Redmond, *J. Math. Phys.* **6**, 1163 (1965).
14. И. М. Тернов, В. Р. Халилов, В. Н. Родионов, *Взаимодействие заряженных частиц с сильным электромагнитным полем*, М.: МГУ, 1982.
15. В. Н. Родионов, А. М. Мандель, *Вестник МГУ, сер. 3, Физика, астрономия* №3, 25 (2001).
16. В. Н. Родионов, *ЖЭТФ* **113**, 23 (1998).
17. В. Н. Родионов, *Вестник МГУ, Физика, астрономия* №2, 5 (1999).