

АЛЕКСЕЙ АЛЕКСЕЕВИЧ МИЛЮТИН

20 апреля 2001 г. на 76-м году жизни скоропостижно скончался выдающийся российский математик Алексей Алексеевич Милютин. Обладая ярким талантом исследователя, А. А. Милютин всю свою жизнь посвятил беззаветному служению науке. Жажда познания нового, а также незаурядные воля и “искра божья” позволяли ему постоянно двигаться вперед, без устали осваивая новые и новые территории в той области математики, которая стала делом его жизни: в теории экстремума и – в наибольшей мере – в теории оптимального управления. Напряженная работа не прекращалась вплоть до самой последней его минуты: сердечный приступ случился во время выступления Алексея Алексеевича на семинаре по оптимальному управлению, постоянным руководителем которого он являлся около 40 лет.

А. А. Милютин родился 27 июля 1925 г. в Москве. Среднее образование, естественное развитие которого было нарушено войной, Алексей Алексеевич завершил на специальных курсах при Московском государственном университете. В 1943 г. он поступает на механико-математический факультет Московского университета. Успешно окончив его в 1948 г., А. А. Милютин получает рекомендацию в аспирантуру того же факультета.

Тогда же он начинает и преподавательскую работу – в 1951 г. он ведет упражнения по математическому анализу на первом курсе механико-математического факультета. Его студенты того года до сих пор рассказывают легенды о своем увлеченном наставнике, засиживавшимся порой со студентами до глубокой ночи, возвращающемся домой пешком по замершей Москве в сопровождении нескольких учеников (жил он в “доме на набережной”). Научная самостоятельность Милютина проявилась очень рано. В частности, он сам выбрал себе тему кандидатской диссертации. Она возникла из обсуждавшегося в университетских коридорах вопроса о том, являются ли линейно изоморфными пространства непрерывных функций на отрезке и на квадрате. А. А. Милютин дал положительный ответ на этот вопрос в 1951 году. Он вошел в качестве одного из результатов в его кандидатскую диссертацию.

Автор не подозревал, что тем самым он решил одну из известных проблем Банаха. Диссертация была защищена в том же году; оппонентами по ней были И. М. Гельфанд и Л. А. Люстерник. Удивительно, но и они не осознали, что диссертантом решена давно стоявшая знаменитая проблема. В результате решение осталось неопубликованным и еще 15 лет неизвестным математикам, пытавшимся решить эту проблему. Вопрос вновь был поднят на Международном математическом конгрессе в Москве в 1966 г. (во время доклада А. Пелчинского). К счастью, экземпляр диссертации сохранился в библиотеке факультета, и результат был представлен на конгрессе, а позднее, благодаря инициативе и стараниям московских, харьковских и польских математи-



ков, полностью опубликован (в сб. “Теория функций, функциональный анализ и их приложения”, Харьков, 1966, № 2). Этот результат занимает весьма почётное место в общей теории банаховых пространств.

В диссертации А. А. Милютина было также доказано, что не существует линейного изоморфизма между пространствами непрерывных функций на отрезке и на квадрате, который бы переводил C^1 -функции двух переменных в C^1 -функции одного переменного. Это доказательство основано на вычислении и сравнении числа точек ε -сетей компактов C^1 -функций в равномерных нормах. Идеи Милютина были переоткрыты несколько лет спустя А. Г. Витушкиным и А. Н. Колмогоровым.

В 1950-х годах, занимаясь проблемой различения банаховых пространств C^1 -функций одного и нескольких переменных, А. А. Милютин ввел в рассмотрение весьма мощный инвариант – “рост пространства”, связанный со свойствами его вложения в универсальное пространство. Эти идеи были позднее использованы Г. М. Хенкиным для различения банаховых пространств C^1 -функций одного и нескольких комплексных переменных.

В 1954 г. вместе с другими молодыми выпускниками мехмата МГУ А. А. Милютин был привлечен к работе в вычислительной группе Института физических проблем, созданной при академике Л. Д. Ландау и обслуживающей оборонную проблематику. В последующие годы, уже будучи сотрудником Института химической физики, А. А. Милютин продолжал много и успешно заниматься численным решением различных прикладных задач. Но все же основные его математические интересы лежали в области теории.

Принцип максимума Понтрягина, полученный в конце 50-х годов, определил судьбу многих математиков, в том числе А. А. Милютина и его коллеги и товарища А. Я. Дубовицкого. Продумывание вопросов, связанных с задачами оптимального управления и доказательством принципа максимума, привело А. Я. Дубовицкого и А. А. Милютина к новому осмыслению всей проблематики теории экстремальных задач. Эта концепция была изложена ими в статье “Задачи на экстремум при наличии ограничений” (опубликованной в “Журнале вычислительной математики и математической физики”, № 3 за 1965 г.), ставшей программной как для самих авторов, так и для многочисленных последователей, благодаря необычайной ясности, простоте и эффективности заложенных в ней идей (так называемая схема Дубовицкого–Милютина). В свое время появление этой концепции было большой сенсацией. Ей сразу воспользовались не только прямые специалисты, но и работавшие более широкой области: эти идеи, в частности, позволили распространить принцип максимума на новые классы задач, в том числе на задачи с фазовыми ограничениями.

Первый итог проведенным исследованиям по принципу максимума был подведен А. А. Милютиным в его докторской диссертации, защищенной в 1966 г. в Институте прикладной математики АН СССР. Помимо общих результатов в диссертации содержался первый пример так называемого четтеринга – экстремали, у которой при “посадке” на границу фазового ограничения наблюдается счетное число контактов с границей.

Далее, в конце 60-х и в 70-е годы в серии работ А. Я. Дубовицкий и А. А. Милютин строят теорию принципа максимума для задач с регулярными и нерегулярными смешанными ограничениями. Их замечательным достижением явился “локальный принцип максимума” для нерегулярных смешанных ограничений (т.е. совместных ограничений общего вида на фазовые переменные и управления), опубликованный в монографии “Необходимые условия экстремума в общей задаче оптимального управления”, М., Наука, 1971.

Дальнейшие усилия авторов были направлены на получение “интегрального” принципа максимума для задач с нерегулярными смешанными ограничениями. А. А. Милютину удалось найти новую форму (первоначальная содержалась в его совместных работах с А. Я. Дубовицким) представления условий принципа максимума, отражающую множественность и иерархию этих условий в общей задаче, а также новые пути их получения. Изложение этого материала составило содержание книги А. А. Милютина по теории принципа максимума, вышедшей в Физматлите в 2001 году.

В конце 60-х годов А. А. Милютин начинает работать на кафедре Общих проблем управления механико-математического факультета МГУ. Он был одним из первых лекторов курса “Оп-

тимальное управление” на факультете, что оказало большое влияние на многие последующие книги по этому предмету. На семинаре, проводившемся совместно с Е. С. Левитиным, Алексей Алексеевич начинает интенсивные исследования по теории условий высших порядков. Он ставит вопрос о получении в оптимальном управлении необходимых условий второго порядка для задач с ограничениями типа неравенств, связанных с достаточными условиями столь же тесно, как это имеет место в задачах анализа и вариационного исчисления. Исследования привели к созданию абстрактной теории условий высших порядков в задачах с ограничениями, опубликованной в статье Е. С. Левитина, А. А. Милютина и Н. П. Осмоловского в УМН, 1978, т. 33, № 6. Абстрактная теория дала совершенно новые подходы к получению условий высших порядков в оптимальном управлении и позволила ученикам А. А. Милютина построить полную теорию квадратичных условий как в случае неособых (Н. П. Осмоловский), так и в случае особых (А. В. Дмитрук) оптимальных режимов.

В конце 70-х годов А. А. Милютиным была доказана замечательная “теорема о конечной размерности” (сб. “Методы теории экстремальных задач в экономике”, М., Наука, 1981), вскрывшая истинный смысл целой серии результатов других авторов по необходимым условиям высших порядков для особых режимов в оптимальном управлении.

В эти же годы А. А. Милютин нашел удачное обобщение известной теоремы Люстерника о касательном подпространстве на произвольные метрические пространства, представив ее как теорему о накрытии (УМН, 1980, т. 35, № 6). Эта трактовка приобрела широкую популярность среди специалистов по нелинейному анализу.

Примерно с середины 80-х А. А. Милютина все больше занимают проблемы, связанные не с получением новых условий экстремума, а с тем, как сделать эти условия рабочим аппаратом для исследования задач оптимального управления. Так появляются теоремы об отсутствии скачков и сингулярных составляющих у мер – множителей Лагранжа при фазовых ограничениях в условиях принципа максимума, вошедшие в монографию “Необходимое условие в оптимальном управлении”, М., Наука, 1990.

С помощью принципа максимума исследуются особенности экстремалей типа четтеринга, возникающие при посадке на границу фазового ограничения и при переходе с неособого режима на особый. Полученные результаты изложены в монографиях В. В. Дикусара и А. А. Милютина “Качественные и численные методы в принципе максимума”, М., Наука, 1989, и А. А. Милютина, А. Е. Илюговича, Н. П. Осмоловского и С. В. Чуанова “Оптимальное управление в линейных системах”, М., Наука, 1993. При помощи квадратичных условий А. А. Милютин исследует свойство жесткости траекторий управляемых систем (Труды ММО, 1999, т. 60) и особые геодезические относительно субримановых метрик.

В теории квадратичных условий возник вопрос о возможности приближения произвольного векторного поля в конечномерном пространстве градиентными полями. А. А. Милютин находит формулу двойственности, которая связывает нормированную циркуляцию векторного поля с расстоянием от этого поля до множества градиентных векторных полей (Russian J. Math. Phys., 1995, v. 3, № 1).

Исследования по теории экстремума привели А. А. Милютина и его коллег к новым идеям и глубоким нетривиальным результатам в таких областях как математическая теория вибраций (Russian J. Math. Phys., 1997, v. 5, № 2, совм. с В. Л. Бодневой), асимптотический метод Крылова–Боголюбова (УМН, 1987, т. 42, № 3, совм. с В. Л. Бодневой), двойственность в задаче Монжа–Канторовича о перемещении масс (УМН, 1979, т. 34, № 3, совм. с В. Л. Левиным), принцип максимума для дифференциальных включений, дифференциальные уравнения с разрывной правой частью, интегральные квадратичные формы на бесконечном интервале. А. А. Милютину удалось переосмыслить идеи вариационного исчисления и распространить их на новый тип минимума – так называемый понтрягинский минимум, – характерный для задач оптимального управления. Построенная теория изложена в монографии А. А. Милютина и Н. П. Осмоловского “Вариационное исчисление и оптимальное управление” (Providence, RI: Amer. Math. Soc., 1998).

В исследованиях А. А. Милютина, во многом опередивших свое время, содержатся и плодотворные идеи, и глубокие теоремы, и большое число ярких примеров, являющихся свидетельством его выдающегося дара и творческой силы.

Алексей Алексеевич был безусловным лидером в области оптимального управления, оказавшим стимулирующее влияние на многих исследователей в разных областях математики. Он был незаурядной личностью и прожил свою жизнь честно и бескомпромиссно. Его внезапная смерть явилась полной неожиданностью для всех, кто его знал – учеников, коллег и близких. Светлая память об Алексее Алексеевиче навсегда сохранится в наших сердцах.

*В. Л. Боднева, В. Г. Болтянский, И. М. Гельфанд,
В. В. Дикусар, А. В. Дмитриук, А. Д. Иоффе,
В. Л. Левин, Я. М. Каждан, Н. П. Осмоловский, В. М. Тихомиров, Г. М. Хенкин*