Я. М. Назиев, Влияние переменности характеристик веществ при определении теплофизических свойств методом периодического нагрева, *ТВТ*, 2001, том 39, выпуск 6, 921–924

ТЕПЛОФИЗИКА ВЫСОКИХ ТЕМПЕРАТУР, 2001, том 39, № 6, с. 921–924

УДК 536.2.001.24

ВЛИЯНИЕ ПЕРЕМЕННОСТИ ХАРАКТЕРИСТИК ВЕЩЕСТВ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ МЕТОДОМ ПЕРИОДИЧЕСКОГО НАГРЕВА

© 2001 г. Я. М. Назиев

Азербайджанский технический университет, г. Баку

Поступила в редакцию 25.10.2000 г.

Решено нелинейное дифференциальное уравнение теплопроводности при использовании метода периодического нагрева. Решение выполнено методом последовательного приближения. Определены поправки к основному расчетному уравнению, связанные с влиянием переменности тепловых параметров для случаев плоского и цилиндрического зондов. Дан анализ полученных результатов. Приведены примеры вычисления указанных поправок. Показано, что величина поправок для случая проволочного датчика меньше таковой для плоского датчика. Выполнен также расчет толщины активного слоя для ундецилового спирта.

ВВЕДЕНИЕ

В последнее время для измерения теплофизических свойств широко применяются экспериментальные методы нестационарного температурного поля: регулярного охлаждения, монотонного режима, периодического нагрева, мгновенного линейного источника [1–7]. Одним из популярных нестационарных методов является метод периодического нагрева плоского или цилиндрического зонда малых размеров [2, 4, 5].

Нестационарные методы обладают рядом преимуществ перед стационарными, среди которых можно отметить быстроту измерения и универсальность. Однако нестационарные методы имеют и общий недостаток – необходимость учета поправок, связанных с зависимостью тепловых параметров исследуемого слоя и металлического ядра от температуры.

Ранее для методов регулярного режима первого рода [8], монотонного режима [3, 9] и импульсного нагрева нагреваемой проволоки [10] были выведены расчетные уравнения теплопроводности с учетом переменности теплофизических параметров. До сих пор для метода периодического нагрева отсутствует анализ влияния переменности тепловых характеристик среды, поэтому в данной работе проведен анализ влияния переменности тепловых параметров и получены уравнения для расчета температуры изучаемой жидкой среды.

Суть метода периодического нагрева заключается в следующем. Малоинерционный тонкий датчик, находящийся в исследуемой среде, нагревается переменным током звуковой частоты. Электрическое сопротивление датчика пульсирует с удвоенной частотой, а периодическое изменение сопротивления в цепи переменного напряжения приводит к появлению компоненты переменного тока утроенной частоты.

Тепловая активность жидкости определяется по амплитуде пульсации температуры плоской фольги толщиной 2–10 мкм или тонкой проволоки диаметром $(2–10) \times 10^{-6}$ м. Толщина слоя жидкости составляет менее 10^{-4} м, что важно для исключения конвекции и упрощения вычисления теплового излучения через слой жидкости.

В настоящей работе в результате решения нелинейного дифференциального уравнения теплопроводности учитывается эффект переменности тепловой мощности W_0, тепловой активности b, теплопроводности λ, температуропроводности a жидкости и площади поверхности зонда s. Погрешность метода – 1.5% для λ, 2% для a, 2% для b.

Решение задачи теплопроводности для случая плоского зонда. В [5, 11] для линейного дифференциального уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} = \frac{1}{a}\frac{\partial\theta}{\partial\tau} \tag{1}$$

получено решение в нулевом приближении

$$\theta_0 = |\theta_0|\cos(2\omega\tau - \mu x)\exp(-\mu x). \tag{2}$$

Здесь $|\theta_0|$, ω – амплитуда и круговая частота колебания переменного напряжения; $\mu = \sqrt{\omega/a} = \sqrt{2\pi\nu/a}$ (ν – частота колебания, τ – текущее время, x – переменная толщина слоя).

Амплитуда пульсации температуры равна

$$|\theta_0| = \frac{W_0}{\sqrt{2\omega}sb}1/\sqrt{1 + \frac{d}{b} + \frac{d^2}{2b^2}}. \tag{3}$$

Для $d/b \ll 1$ получаем

$$|\theta_0| = \frac{W_0}{\sqrt{2\omega}sb} = M, \tag{4}$$

где W_0 – тепловая мощность на одной половине фольги; $b = \lambda/\sqrt{a}$ – тепловая активность жидкости; $d = c_1\rho_1\sqrt{\omega}h$ – тепловая инерция зонда; s – площадь одной стороны фольги; $c_1\rho_1$, h – объемная теплоемкость материала зонда и его толщина.

Для тепловой активности приближенно имеем

$$b = \frac{W_0}{\sqrt{2\omega}s|\theta_0|} = N. \tag{5}$$

Уравнения (2) и (5) с учетом переменности тепловых параметров приобретают вид

$$\theta = M_0\cos(2\omega\tau - \mu x)\exp(-\mu x)(1+\varepsilon), \tag{6}$$

$$b = N_0(1-\varepsilon). \tag{7}$$

В (6), (7)

$$M_0 = \frac{W_0^0}{s_0 b_0\sqrt{2\omega}}, \quad N_0 = \frac{W_0^0}{s_0\sqrt{2\omega}|\theta_0|},$$

$\varepsilon = \varepsilon_w + \varepsilon_a + \varepsilon_\lambda + \varepsilon_s$; ε_w, ε_a, ε_λ, ε_s – поправки, учитывающие переменность параметров W, a, λ, s соответственно.

Для определения ε необходимо решить нелинейное дифференциальное уравнение теплопроводности

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} = \frac{1}{a}\frac{\partial\theta_0}{\partial\tau} - k_\lambda\left(\frac{\partial\theta_0}{\partial x}\right)^2. \tag{8}$$

Решение уравнения (8) находится в виде

$$\theta = \theta_0 + \theta_1, \tag{9}$$

где θ_0 – решение в нулевом приближении; θ_1 – поправка к нулевому приближению.

Из (8) получаем

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} = \frac{-M2\omega}{a}\sin(2\omega\tau - \mu x)\times \\ \times\exp(-\mu x) - k_\lambda\left(\frac{\partial\theta_0}{\partial x}\right)^2. \tag{10}$$

Разность температур необходимо отсчитывать от начала координат, где величины W, s, a, λ, b разлагаются в ряд Тейлора.

Здесь целесообразно ограничиваться малыми величинами первого порядка, пренебрегая величинами второго порядка малости. Для дополнительной функции θ_1 из (10) получаем

$$\frac{\partial^2\theta_1}{\partial x^2} = -\frac{M_0 2\omega}{a_0}k\theta_0\sin(2\omega\tau - \mu x)\times \\ \times\exp(-\mu x) - k_\lambda\left(\frac{\partial\theta_0}{\partial x}\right)^2, \tag{11}$$

где $k = k_{w,r} - k_s - k_a - k_b$; $k_{w,r}$, k_s, k_a, k_b, k_λ – коэффициенты для W_0, s, a, b, λ.

Следует отметить два важных обстоятельства, вытекающих из анализа структуры уравнения (11). Первое: в уравнении нет свободного члена, характеризующего влияние объемной теплоемкости исследуемого вещества. Это означает, что объемная теплоемкость не искажает температурное поле в слое, тогда как для других методов регулярного теплового режима влияние объемной теплоемкости составляет 2–3%. Второе: влияние переменности a в (11) учитывается в знаменателе и величине μ в показателе и аргументе синуса. Влияния противоположны и равны, следовательно, влиянием переменной a в (11) можно пренебречь. Таким образом, величина $k = k_{w,r} - k_s - k_b$, а поскольку $b = \lambda/\sqrt{a}$, то $k_b = k_\lambda - 1/2k_a$. Следовательно, $k = k_{w,r} - k_s - k_\lambda + 1/2k_a$.

Здесь $k_{w,r} = k_{w,\tau} - k_a$, но если выразить $k_{w,r}$ через $k_{w,\tau}$, то $k = k_{w,\tau} - k_s - k_\lambda - 1/2k_a$.

Решение уравнения (11) осуществляется методом последовательных приближений, имеющим быструю сходимость при простой структуре уравнения [3].

Подставляя значение θ_0 из (2) в (11) и решив его при граничных условиях

$$\left(\frac{\partial\theta_1}{\partial x}\right)_{x=0} = 0, \quad (\theta_1)_{x=\infty} = 0, \tag{12}$$

получим

$$\theta_1 = \frac{M_0^2}{8}\{(k-k_\lambda)[\cos^2(2\omega\tau - \mu x) - \\ -\sin^2(2\omega\tau - \mu x)] - 2k_\lambda\}\exp(-2\mu x). \tag{13}$$

Из (13) для поправок к амплитуде колебаний при $x = 0$ и $\tau = 0$ имеем

$$|\theta_1| = (1/8k - 3/8k_\lambda)|\theta_0|^2, \tag{14}$$

$$\varepsilon = (1/8k - 3/8k_\lambda)|\theta_0|. \tag{15}$$

Решение задачи теплопроводности для случая цилиндрического зонда. Здесь решение аналогично предыдущему. Решение в нулевом приближении получается из линейного дифференциального уравнения теплопроводности в цилиндрических координатах

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\theta}{\partial r}\right) = \frac{1}{a}\left(\frac{\partial\theta}{\partial\tau}\right). \tag{16}$$

Решение, полученное в работе [4], имеет вид

$$\theta_0 = |\theta_0|\frac{K_0(z)}{K_0(z_0)}e^{2i\omega\tau}, \tag{17}$$

где $z = r\sqrt{-\frac{2\omega}{a}i}$; $z_0 = r_1\sqrt{-\frac{2\omega}{a}i}$; K_0 – функция Кельвина первого рода нулевого порядка [12].

Амплитуда пульсации температуры проволоки равна

$$|\theta_0| = \frac{W_0}{s\sqrt{\omega}\sqrt{2b^2\left|\frac{K_1(z_1)}{K_0(z_1)}\right|^2 + 2\sqrt{2}bd\left|\frac{K_1(z_1)}{K_0(z_1)}\right|\cos\psi + d^2}} = MU, \tag{18}$$

где $z_1 = r_1\sqrt{\frac{2\omega}{a}}$, $d = c_1\rho_1 r_1\sqrt{\omega}$, $b = \sqrt{\lambda c_p\rho}$, $\psi = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2}(\eta_0 - \eta_1)$; K_1 – функция Кельвина первого рода первого порядка.

Величины K_1, K_0 и $\eta_0 - \eta_1$ приведены в [12].

Для приближенных расчетов при $d/b \ll 1$ можно принять

$$|\theta_0| = M\frac{K_0(z_1)}{K_1(z_1)}. \tag{19}$$

Проводить расчеты по формулам (17)–(19) для случая переменности теплофизических характеристик весьма затруднительно из-за сложности функций Кельвина. Решению (17) придадим аналогично (2) простой вид, используя понятие “коэффициента кривизны” слоя.

Из [9] известно, что коэффициент кривизны слоя определяется выражениями: для плоского слоя $m = 1$, для цилиндрического $m = r/(r - r_1)\ln r/r_1$, для сферического $m = r/r_1$. Тогда для случая плоского зонда в уравнении (2) имеем $\mu(r - r_1)m = \mu(r - r_1) = \mu x$. Для проволочного зонда $\mu(r - r_1)m = \mu r\ln r/r_1$. Таким образом, уравнению (17) можно придать удобный вид

$$\theta_0 = MU\cos(2\omega\tau - \mu y)\exp(-\mu y), \tag{20}$$

где $y = r\ln r/r_1$.

Для определения влияния переменности теплофизических характеристик имеем нелинейное уравнение

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\theta_1}{\partial r}\right) = \frac{1}{a}\frac{\partial\theta_0}{\partial\tau} - k_\lambda\left(\frac{\partial\theta_0}{\partial r}\right)^2 \tag{21}$$

и граничные условия

$$\left(\frac{\partial\theta_1}{\partial r}\right)_{r=r_1} = 0, \quad (\theta_1)_{r=\infty} = 0. \tag{22}$$

После подстановки величины θ_0 из (20) в (21) получим

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\theta_1}{\partial r}\right) = -\frac{M_0U_0 2\omega}{a_0}k\theta_0 \times \times\sin(2\omega\tau - \mu y)\exp(-\mu y) - k_\lambda\left(\frac{\partial\theta_0}{\partial r}\right)^2, \tag{23}$$

где обозначения μ, k, k_λ аналогичны (11).

Решив дифференциальное уравнение (23) для дополнительной функции θ_1, находим

$$\begin{aligned}\theta_1 = {} & \frac{1}{12}kM_0^2U_0^2[\cos^2(2\omega\tau - \mu y^2) - \sin^2(2\omega\tau - \mu y^1)] \times \\ & \times\exp(-2\mu y^1) - \frac{1}{6}k_\lambda M_0^2U_0^2 \times \\ & \times\left\{\left(\frac{2y^1}{r_1} + 1\right) + \mu y^1[\cos^2(2\omega\tau - \mu y^1) - \right. \\ & \left. - \sin^2(2\omega\tau - \mu y^1)]\exp(-2\mu y^1)\right\},\end{aligned} \tag{24}$$

где $y^1 = 1.5r_1\ln r/r_1$.

Для дополнительной амплитуды при $r = r_1$ и $\tau = 0$ уравнение (24) принимает вид

$$|\theta_1| = \left(\frac{1}{12}k - \frac{1}{6}k_\lambda\right)|\theta_0|^2. \tag{25}$$

Следовательно,

$$\varepsilon = \left(\frac{1}{12}k - \frac{1}{6}k_\lambda\right)|\theta_0|. \tag{26}$$

Здесь в качестве базовой температуры принята температура пассивного, т.е. практически ненагреваемого слоя.

Необходимо отметить, что тепловая мощность W_0 в процессе периодического нагревания системы изменяется как вследствие пульсаций электрического сопротивления R, так и за счет переменности объемной теплоемкости $c_1\rho_1$ материала зонда. Влияние изменения $c_1\rho_1$ чрезвычайно мало ($d/b \ll 1$).

Следовательно, можно считать, что

$$W_0 = W_0^0(1-\beta t), \tag{27}$$

где $\beta = 1/R_0 dR/dt$ – первый температурный коэффициент сопротивления; W_0 – половина тепловой мощности, выделяемой плоским зондом.

Приведем пример расчета поправок на переменность тепловых параметров. Допустим, что $|\theta_0| = 2$ K, h, $r_1 = 5 \times 10^{-6}$ м, материал датчика–платина, исследуемая жидкость–ундециловый спирт с давлением 0.1 МПа, температурой 301.55 K. Для данного вещества известны: $\lambda = 0.1675$ Вт/(мК), $c_p = 2.4 \times 10^3$ Дж/(кг K), $c_p\rho = 1.92 \times 10^6$ Дж/(м^3 K), $a = 8.4 \times 10^{-8}$ м^2/с, $k_\lambda = -3.0 \times 10^{-3}$ 1/K, $k_a = -4.5 \times \times 10^{-3}$ 1/K, а также $W_0/s = 565.78$ Вт/м^2, $W_0/l = 1.7765$ Вт/м (для проволоки), $k_{w,\tau} = -\beta = -3.93 \times \times 10^{-3}$ 1/K; $k_s = 2 \times 0.009 \times 10^{-3} = 0.018 \times 10^{-3}$ 1/K, $\nu = 50$ Гц, $\gamma = 9.8 \times 10^{-8}$ Ом м, $d/b = 4.28 \times 10^{-5}$.

В случае плоского зонда из уравнения (15) находим величину $\varepsilon = +0.2576\%$, для проволочного зонда из (26) $\varepsilon = +0.1218\%$, что значительно меньше, чем для метода импульсного нагрева. Следует подчеркнуть, что с увеличением амплитуды колебаний температуры эти поправки будут пропорционально повышаться.

Аналогичным образом можно вычислить ε для воды при параметрах $p = 0.1$ МПа, $T = 303$ K и при условиях $k_a = 2.64 \times 10^{-3}$ 1/K, $k_\lambda = 2.3 \times 10^{-3}$ 1/K. Для плоского зонда $\varepsilon = -0.361\%$, для проволочного зонда $\varepsilon = -0.203\%$. Из анализа величин ε можно заключить, что влияние переменности характеристик тем сильнее, чем меньше кривизна слоя жидкости.

Для оценки вклада теплового излучения и конвекции в слое необходимо знание эффективной толщины активного слоя жидкости. Активный слой жидкости – это слой, где происходит заметное изменение температуры.

Если допустить погрешность, равную 1%, при оценке температуры на наружной поверхности активного слоя, то по формуле (2) можно определить величину $\delta = 0.1534$ мм для случая плоского зонда и по (20) $\delta = 0.075$ мм – для случая проволочного зонда, а при погрешности 0.1% соответственно $\delta = 0.230$, 0.113 мм. С уменьшением частоты пульсации ω толщина активного слоя увеличивается, т.е. медленнее затухает тепловая волна. Так, например, если $\nu = 12.5$ Гц, толщина слоя для плоской фольги увеличивается в 2 раза.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Назиев Я.М.* Исследование теплопроводности углеводородов при высоких давлениях и некоторые особенности методов ее измерения. Дис. ... докт. техн. наук. М.: ЭНИН, 1970. 52 с.
2. *Горшков Ю.А., Уманский А.С.* Измерение теплопроводности газов М.: Энергоиздат, 1982. 224 с.
3. *Платунов Е.С.* Теплофизические измерения в монотонном режиме Л.: Энергия, 1973. 144 с.
4. *Новиков И.И., Эльдаров Ф.Г.* Измерение тепловой активности жидкостей методом пульсации температуры // Измерительная техника. 1970. № 1. С. 50.
5. *Нефедов С.Н.* Метод исследования комплекса теплофизических свойств жидкостей: Дис. ... канд. физ.-мат. наук. М.: МГУ, 1980. 19 с.
6. *Nisto de Castro C.A., Calado J.C., Wakeham W.A., Dix M.* An Apparatus tu Measure the Thermal Conductivity of Liquids // J. Phys. 1976. V. 9. P. 1073.
7. *Тарзиманов А.А., Габитов Ф.Р., Шарафутдинов Р.А.* Применение метода импульсного нагрева тонкой проволоки для измерения теплопроводности жидкостей и газов. В сб.: Тепло- и массообмен в химической технологии. Межвуз. сб. Казань: КХТИ, 1985. С. 14.
8. *Назиев Дж.Я., Мехрабов А.О., Назиев Я.М., Швахвердиев А.Н.* Расчет поправок на переменность характеристик жидкостей и газов при исследованиях в регулярном тепловом режиме первого рода // Изв. вузов. Приборостроение. 1988. Т. 31. № 7. С. 92.
9. *Назиев Я.М.* Теоретические основы определения теплофизических свойств веществ шаровым калориметром в монотонном режиме при переменных характеристиках материала // ТВТ. 1988. Т. 26. № 5. С. 965.
10. *Назиев Я.М.* Влияние переменности теплофизических характеристик материала при определении теплопроводности импульсным методом // ТВТ. 1990. Т. 28. № 1. С. 175.
11. *Лыков А.В.* Теория теплопроводности. М.: Гостехтеориздат, 1952. 392 с.
12. *Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф.* Специальные функции. М.: Наука, 1968. 344 с.