

УДК 536.24:536.423.4

ТЕПЛООБМЕН ПРИ КОНДЕНСАЦИИ НАСЫЩЕННОГО ПАРА НА ВЕРТИКАЛЬНЫХ ТРУБАХ С ПРОТОКОМ ЖИДКОСТИ

© 1994 г. С. Г. Черкасов

Научно-исследовательский институт тепловых процессов

Поступила в редакцию 27.04.93г.

Исследуется теплообмен при пленочной конденсации насыщенного пара на внешней поверхности вертикальных труб при течении жидкости внутри трубы. Получены аналитические решения, учитывающие влияние на теплообмен изменения температуры поверхности трубы по ее длине.

Распространенным элементом различных технологических и энергетических установок является теплообменник, в котором осуществляется нагрев жидкости в вертикальных трубах за счет конденсации на внешней поверхности труб насыщенного пара, находящегося в межтрубном пространстве. Для расчета теплообменников такого типа используются методики [1], основу которых составляют классические результаты, полученные Нуссельтом и широко представленные в различных справочниках и монографиях по теплообмену (например в [2, 3]). Эти результаты получены на основе рассмотрения задачи о пленочной конденсации пара на поверхности с постоянной температурой. В [4] рассмотрен теплообмен при переменной, но заранее заданной температуре поверхности. В данной работе проведено теоретическое исследование, основанное на более сложной математической модели, учитывающей изменение температуры на внешней поверхности трубы и связь этой температуры с температурой жидкости в трубе. При этом задача об определении теплопритоков к жидкости в трубе и задача об определении прогрева этой жидкости решаются в сопряженной постановке.

Рассматривается стационарная задача о теплообмене при конденсации насыщенного пара с температурой T_s на внешней поверхности вертикальной трубы длиной L , диаметром d_w и с толщиной стенки δ_w . Внутри трубы либо сверху вниз, либо снизу вверх прокачивается жидкость, которая прогревается за счет тепла, поступающего извне. На внутренней поверхности трубы может присутствовать твердый слой, например отложения солей, толщиной δ_s . На внешней поверхности трубы имеется ламинарная пленка стекающего конденсата переменной толщины δ_f . Обозначим через λ , λ_w и λ_s коэффициенты теплопроводности жидкости в пленке конденсата, материала стенки трубы и твердого слоя внутри трубы, через α – коэффициент теплоотдачи жидкости в трубе и

через T – ее температуру. Представим удельный тепловой поток к жидкости в трубе в виде

$$q = (T_s - T) \left(\frac{\delta_f}{\lambda} + \gamma \right)^{-1}, \quad (1)$$

$$\gamma = \frac{\delta_w}{\lambda_w} + \frac{\delta_s}{\lambda_s} + \frac{1}{\alpha}.$$

Используя традиционные для рассматриваемого класса задач [2, 3] допущения, представим уравнение движения и граничные условия для пленки конденсата в форме

$$\rho g + \mu \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = 0, \quad (2)$$

$$v|_{y=0} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial y}|_{y=\delta_f} = 0. \quad (3)$$

Здесь y – координата, нормальная к стенке трубы; ρ , v , μ – плотность, скорость и динамический коэффициент вязкости конденсата; g – ускорение свободного падения. Интегрируя (2) с учетом (3), получим

$$v = \frac{\rho g}{\mu} \left(\delta_f y - \frac{1}{2} y^2 \right). \quad (4)$$

Используя (4), найдем массовый расход через пленку конденсата, отнесенный к длине окружности трубы

$$G_f = \int_0^{\delta_f} \rho v dy = \frac{1}{3} \frac{\rho^2 g}{\mu} \delta_f^3. \quad (5)$$

Будем считать, что все тепло конденсации поступает внутрь трубы. Тогда

$$q = r \frac{dG_f}{dz}. \quad (6)$$

Здесь r – удельная теплота конденсации; z – координата, направленная вертикально вниз и от-

считываемая от верхнего края трубы. Введем новую вертикальную координату z_1 , направленную по течению жидкости в трубе ($z_1 = z$, если жидкость течет вниз, и $z_1 = L - z$, если жидкость течет вверх). Обозначая теперь через G и c_p соответственно массовый расход жидкости в трубе и ее удельную теплоемкость, представим уравнение энергии для жидкости в трубе в виде

$$Gc_p \frac{dT}{dz_1} = \pi d_w q. \quad (7)$$

Уравнения (1), (5) - (7) образуют замкнутую систему для четырех неизвестных функций: T , q , δ_f , G_f . Исключая из этой системы q и G_f , получим

$$\frac{Gc_p dT}{\pi d_w dz_1} = \frac{\rho^2 g r}{\mu} \delta_f^2 \frac{d\delta_f}{dz}, \quad (8)$$

$$\frac{\rho^2 g r}{\mu} \delta_f^2 \frac{d\delta_f}{dz} = (T_s - T) \left(\frac{\delta_f}{\lambda} + \gamma \right)^{-1}. \quad (9)$$

Эту систему из двух обыкновенных дифференциальных уравнений необходимо решать с граничными условиями

$$\delta_f|_{z=0} = 0, \quad T|_{z_1=0} = T_1, \quad (10)$$

где T_1 - температура жидкости на входе в трубу.

Соотношения (8) - (10) удобно привести к безразмерному виду. Отметим, что при увеличении длины трубы температура жидкости на выходе из трубы приближается к предельной температуре $T = T_s$.

Из уравнения (8) можно получить, что максимальная толщина пленки конденсата при этом также приближается к предельной величине

$$\delta_\infty = \left[\frac{3Gc_p (T_s - T_1) \mu}{\pi \rho^2 g r d_w} \right]^{1/3}.$$

Введем безразмерную толщину пленки конденсата $\delta = \delta_f / \delta_\infty$. Введем также безразмерную температуру θ и безразмерные координаты x и x'

$$\theta = \frac{T - T_1}{T_s - T_1}, \quad x = \frac{z}{M}, \quad x' = \frac{z_1}{M},$$

$$M = \frac{3\delta_\infty Gc_p}{\pi d_w \lambda}.$$

Вводя обозначение $\beta = \lambda \gamma / \delta_\infty$, преобразуем задачу (8) - (10) к следующему простому виду:

$$\frac{d\theta}{dx'} = \frac{d\delta^3}{dx}, \quad (11)$$

$$(\delta^3 + \beta \delta^2) \frac{d\delta}{dx} = 1 - \theta, \quad (12)$$

$$\delta|_{x=0} = 0, \quad \theta|_{x'=0} = 0. \quad (13)$$

Рассмотрим сначала случай течения жидкости в трубе сверху вниз ($x' = x$). Интегрируя (11) с учетом (13), получим

$$\theta = \delta^3. \quad (14)$$

Обозначим через x_L безразмерную длину трубы, через θ_L - безразмерную температуру на выходе из трубы, через δ_L - безразмерную толщину пленки конденсата в крайнем нижнем сечении $x = x_L$. Интегрируя (12) по x от нуля до x_L и используя (13) и (14), получим

$$x_L = x_1 + x_2, \quad (15)$$

$$x_1 = \frac{1}{6} \ln \frac{\theta_L^{2/3} + \theta_L^{1/3} + 1}{(1 - \theta_L^{1/3})^2} - \theta_L^{1/3} +$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\arctg \frac{2\theta_L^{1/3} + 1}{\sqrt{3}} - \arctg \frac{1}{\sqrt{3}} \right), \quad (16)$$

$$x_2 = \beta \varphi, \quad \varphi = \frac{1}{3} \ln \frac{1}{1 - \theta_L}. \quad (17)$$

Для случая течения жидкости в трубе снизу вверх $x' = x_L - x$. Интегрируя (11) с учетом (13), получим

$$\theta = \delta_L^3 - \delta^3. \quad (18)$$

Подставляя (18) в (12) и интегрируя, вновь получим, что

$$x_L = x_1 + x_2,$$

где x_2 описывается формулами (17), а x_1 определяется выражением

$$x_1 = \frac{(1 - \theta_L)^{1/3}}{6} \times$$

$$\times \ln \frac{\theta_L^{2/3} - (1 - \theta_L)^{1/3} \theta_L^{1/3} + (1 - \theta_L)^{2/3}}{(\theta_L^{1/3} + (1 - \theta_L)^{1/3})^2} +$$

$$+ \theta_L^{1/3} - \frac{(1 - \theta_L)^{1/3}}{\sqrt{3}} \times$$

$$\times \left(\arctg \frac{2\theta_L^{1/3} - (1 - \theta_L)^{1/3}}{\sqrt{3}(1 - \theta_L)^{1/3}} + \arctg \frac{1}{\sqrt{3}} \right). \quad (19)$$

Полученные формулы (15) - (17), (19) связывают безразмерную длину трубы x_L с безразмерной температурой жидкости на выходе из трубы θ_L . Особенностью этих формул является тот факт, что они позволяют явно вычислить длину x_L , если задана величина прогрева θ_L . Однако при заданной длине трубы эти же формулы представляют собой трансцендентные уравнения для определения прогрева жидкости в трубе. Поэтому при анализе полученных результатов будем исходить из того, что заданной величиной является прогрев жидкости θ_L .

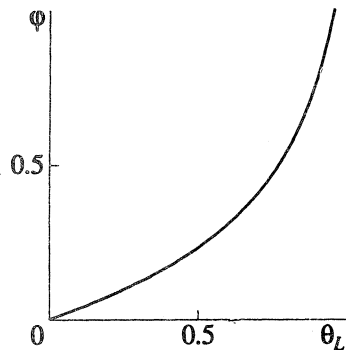


Рис. 1.

Отметим, прежде всего, что длина трубы x_L , необходимая для достижения заданного прогрева жидкости θ_L , складывается из двух частей x_1 и x_2 , причем длина x_1 не зависит от параметра β , а длина x_2 , одинаковая для обоих направлений течения жидкости, зависит от β линейно. Параметр β представляет собой отношение суммарного теплового сопротивления стенки трубы, твердого слоя и пристеночного слоя жидкости в трубе к характерному тепловому сопротивлению пленки конденсата. При достаточно большой величине параметра β , когда тепловое сопротивление пленки конденсата мало по сравнению с другими тепловыми сопротивлениями, тепловой поток к жидкости не зависит от толщины пленки и поэтому направление течения жидкости не оказывает влияния. В этом режиме $x_L = x_2 = \beta\phi$ (функция ϕ показана на рис. 1).

Рассмотрим другой крайний случай: $\beta = 0$. Физически это означает, что температура внешней поверхности трубы равна температуре жидкости. В этом режиме $x_L = x_1$. На рис. 2 показаны зависимости $x_1(\theta_L)$ для течения жидкости вниз (кривая 1) и вверх (кривая 2). Видно, что при $\theta_L < 0.5$ кривые практически совпадают. Однако при больших значениях θ_L направление течения жидкости оказывает существенное влияние. В частности, при стремлении θ_L к единице длина x_1 при течении жидкости вниз стремится к бесконечности, а при течении вверх — к конечной величине $x_1 = 1$. В целом при одинаковой величине θ_L длина x_1 при течении жидкости вниз больше, чем при течении вверх. Поскольку длина x_2 не зависит от направления течения, то и полная длина трубы x_L будет больше при течении жидкости вниз. Отметим также, что при одинаковой величине θ_L одинаков и интегральный тепловой поток, подведенный к жидкости. Поэтому полученные результаты указывают, что интенсивность теплообмена (суммарный тепловой поток, отнесенный к длине трубы) будет выше при течении жидкости вверх, т. е. когда направление движения жидкости в трубе противоположно направлению течения пленки конденсата.

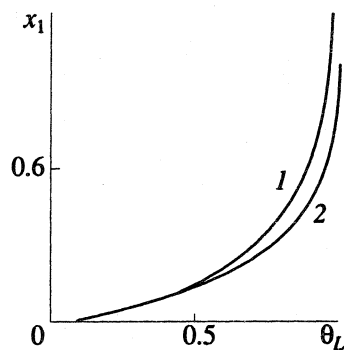


Рис. 2.

Представим отношение x_2/x_1 в виде

$$x_2/x_1 = \beta\psi, \quad \psi = \phi/x_1.$$

Отметим, что функция ψ зависит только от прогрева жидкости θ_L . На рис. 3 показаны значения функции ψ для течения жидкости вниз (кривая 1) и вверх (кривая 2). При стремлении θ_L к нулю функция ψ стремится к бесконечности независимо от направления течения жидкости в трубе, а при стремлении θ_L к единице функция ψ стремится к бесконечности при течении жидкости вверх и к единице при течении вниз. Однако в диапазоне прогрева $0.1 \leq \theta_L \leq 0.99$ значения функции ψ для обоих направлений течения жидкости лежат в диапазоне $1 \leq \psi \leq 3$. Поэтому для оценки по порядку величины соотношения длин x_1 и x_2 в указанном диапазоне прогрева можно использовать следующую формулу:

$$x_2/x_1 = \beta.$$

Рассмотрим задачу определения прогрева жидкости по заданной длине трубы x_L . Для этого необходимо решить полученные выше трансцендентные уравнения. Такое решение может быть проведено численно с любой требуемой точностью. Если же высокая точность не требуется, то возможен другой подход к данной проблеме, основанный на аппроксимации полученных выше зависимостей $x_1(\theta_L)$, $\phi(\theta_L)$ более простыми формулами. Главная трудность при этом состоит в том, что данные формулы должны иметь такой вид, чтобы после подстановки в уравнение (15) можно было явно выразить θ_L через x_L и β . Ясно, что описанный приближенный подход может быть реализован различными способами, в том числе следующим. Отметим, что точное выражение (17) для длины x_2 можно преобразовать к виду

$$x_2 = \ln[(1 - \theta_L)^{-\beta/3}].$$

Если теперь для вычисления длины x_1 использовать следующее аппроксимационное соотношение

$$x_1 = \ln[a(1 - \theta_L)^{-b}], \quad (20)$$

то формула (15) принимает вид

$$x_L = x_1 + x_2 = \ln[a(1 - \theta_L)^{-(b + \beta/3)}]. \quad (21)$$

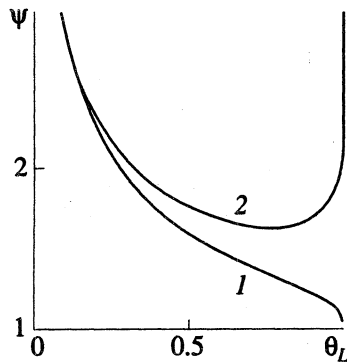


Рис. 3.

Зависимость (21) легко обращается, что приводит к выражению

$$\Delta = 1 - \theta_L = f(x_L, \beta) = A e^{-\beta x_L}, \quad (22)$$

$$B = (b + \beta/3)^{-1}, A = a^B.$$

Для выбора коэффициентов a и b были проведены следующие расчеты. При заданных значениях a и b определялись максимальные относительные погрешности, к которым приводит использование приближенной формулы (20) при вычислении θ_L и Δ по заданной величине x_1 в диапазоне прогрева $0.1 \leq \theta_L \leq 0.95$. Затем, путем перебора значений, определялись такие коэффициенты, при которых максимальная из указанных погрешностей минимальна. В итоге получено, что при течении жидкости в трубе вниз $a = 0.979$, $b = 0.279$ (при этом максимальная погрешность составляет 15%), а при течении вверх $a = 0.993$, $b = 0.196$ (максимальная погрешность – 10%). На рис. 4 сплошными линиями показаны решения уравнений (16) и (19), а штриховыми – те же зависимости, полученные на основе приближенной формулы (20) с приведенными выше коэффициентами (1 – течение жидкости в трубе вниз, 2 – вверх). Отметим, что с ростом параметра β точность приближенной формулы (22) повышается, поскольку при ее выводе использована точная зависимость $x_2(\theta_L)$, а при больших значениях β длина x_2 приближается к полной длине x_L .

Полученные выше результаты могут быть применимы к случаю многоходового теплообменника, в котором жидкость последовательно прокачивается через N одинаковых труб, обогреваемых паром с одинаковой температурой T_s . Обозначим температуру жидкости на входе в i -ю трубу через T_i и будем считать, что температура на выходе из нее равна T_{i+1} , т. е. совпадает с температурой на входе в следующую трубу. Тогда все приведенные выше формулы остаются без изменений, за исключением значения T_1 , которое за-

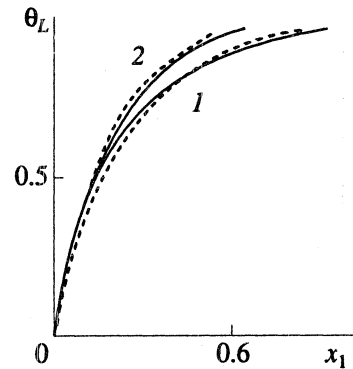


Рис. 4.

меняется на T_i и индекса i , который добавляется к параметрам, зависящим от порядкового номера трубы. В частности, параметры x_L и β будут разными для различных труб, поэтому уравнение (22) принимает вид

$$\Delta_i = 1 - \theta_{L,i} = f(x_{L,i}, \beta_i). \quad (23)$$

Рассматривая принятые масштабы обезразмеривания, получим

$$x_{L,i+1} = x_{L,i} \Delta_i^{-1/3}, \quad (24)$$

$$\beta_{i+1} = \beta_i \Delta_i^{-1/3}. \quad (25)$$

Введем обозначение $D_{i+1} = (T_s - T_{i+1}) / (T_s - T_1)$. Поскольку температура T_1 задана, то температура на выходе из последней трубы T_{N+1} вычисляется, если известна величина D_{N+1} . Отметим, что величину D_{i+1} можно представить в виде

$$D_{i+1} = \frac{T_s - T_{i+1}}{T_s - T_1} \frac{T_s - T_i}{T_s - T_1} = \frac{T_s - T_{i+1}}{T_s - T_i} D_i = (1 - \theta_{L,i}) D_i = \Delta_i D_i. \quad (26)$$

Определяя теперь $x_{L,1}$ и β_1 и применяя формулы (23) - (26) последовательно для всех i , можно определить D_{N+1} и, следовательно, искомую температуру на выходе из последней трубы многоходового теплообменника.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Справочник по теплообменникам // Под ред. Петухова Б.С., Шикова В.К. М.: Энергоатомиздат, 1987. 560 с.
2. Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С. Теплопередача. М.: Энергия, 1969. 220 с.
3. Михеев М.А., Михеева И.М. Основы теплопередачи. М.: Энергия, 1977. 344 с.
4. Лабунцов Д.А. Обобщение теории конденсации Нуссельта на условия пространственно-неравномерного поля температур теплообменной поверхности // В кн.: Теплообмен и гидравлическое сопротивление. Вып. 63. Тр. МЭИ, 1965. С. 79.