



Math-Net.Ru

All Russian mathematical portal

A. I. Troshin, S. V. Bakhne, Application of hybrid RANS/LES methods for the simulation of shock-induced turbulent boundary layer separation, *Mat. Model.*, 2023, Volume 35, Number 10, 36–52

<https://www.mathnet.ru/eng/mm4498>

Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that you have read and agreed to these terms of use

<https://www.mathnet.ru/eng/agreement>

Download details:

IP: 18.97.14.91

April 29, 2025, 11:33:36



ПРИМЕНЕНИЕ ГИБРИДНЫХ RANS/LES-МЕТОДОВ ДЛЯ РАСЧЕТА ОТРЫВА ТУРБУЛЕНТНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ ИЗ-ПОД СКАЧКА УПЛОТНЕНИЯ

© 2023 г. *А.И. Трошин, С.В. Бахнэ*

Центральный аэрогидродинамический институт им. Н.Е. Жуковского
troshin.ai@phystech.edu

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Российского научного фонда № 21-71-10105, <https://rscf.ru/project/21-71-10105/>

DOI: 10.20948/mm-2023-10-03

Представлены результаты расчетов отрыва турбулентного пограничного слоя из-под скачка уплотнения вихререзающими методами с пристеночным моделированием (WMLES). Выбран тестовый случай, для которого имеются экспериментальные данные и результаты эталонного расчета методом крупных вихрей. Проведено сравнение метода IDDES на базе модели турбулентности SST в режиме WMLES с аналогичным методом с отключением явной подсеточной модели в области LES. В рамках второго подхода рассмотрены две схемы семейства WENO. В каждом случае использовались две сетки разной густоты. Сравнивались размер отрыва, распределения давления и коэффициента трения вдоль стенки и одноточечные распределения вероятности давления в двух контрольных точках. Продемонстрирован неожиданный результат: во всех вихререзающих расчетах длина отрыва оказалась заниженной на 15–28%, причем существенного сокращения ошибки с измельчением сетки не наблюдалось. Обсуждаются возможные причины этого явления.

Ключевые слова: LES, IDDES, ILES, WENO, гибридный метод, скачок уплотнения, турбулентный пограничный слой, отрыв.

APPLICATION OF HYBRID RANS/LES METHODS FOR THE SIMULATION OF SHOCK-INDUCED TURBULENT BOUNDARY LAYER SEPARATION

A.I. Troshin, S.V. Bakhne

Central Aerohydrodynamic Institute after N.E. Zhukovsky

The results of shock-induced turbulent boundary layer separation simulations using scale-resolving methods with wall modelling (WMLES) are presented. A test case is cho-

sen for which experimental data are available as well as reference large eddy simulation results. The IDDES method based on the SST turbulence model in the WMLES mode is compared with a similar method in which the explicit subgrid scale model is turned off. Within the framework of the second approach, two schemes of the WENO family are considered. In each case, two grids of different density are employed. Separation size, pressure and friction coefficient distributions along the wall, and one-point pressure probability density functions in two reference points are compared. An unexpected result is demonstrated: in all the scale-resolving simulations, the separation region length turned out to be underestimated by 15–28%, and no significant reduction in the error with mesh refinement was observed. Possible reasons for this phenomenon are discussed.

Key words: LES, IDDES, ILES, WENO, hybrid methods, shock wave, turbulent boundary layer, separation.

1. Введение

Непрерывный рост вычислительных мощностей создает интерес к применению вихреразрешающих методов во все более ресурсоемких задачах. Во второй половине XX века активно развивались подсеточные модели для метода крупных вихрей (LES), предназначенные в первую очередь для описания свободной турбулентности [1]. В самом начале XXI века внимание привлекли методы отсоединенных вихрей (Detached Eddy Simulation – DES), в которых LES-область находится вне пограничных слоев, а пограничные слои моделируются в рамках подхода RANS [2]. В настоящее время усилия исследователей смещаются в сторону LES-расчетов с пристеночным моделированием (Wall Modelled LES – WMLES), в которых LES-область захватывает внешнюю часть присоединенного пограничного слоя, а ниже нее находится RANS-подслой [3] либо используются пристеночные функции [4].

В принципе, подход WMLES открывает путь к точному описанию «локальных» отрывов потока, размеры которых сопоставимы с толщиной пограничного слоя. Такие отрывы возникают, например, в результате падения на твердую поверхность скачка уплотнения [5]. Известно, что в рамках подхода RANS они моделируются ненадежно [6]. На данный момент информации о точности WMLES-расчетов в таких задачах мало, но существующие публикации говорят о наличии серьезных нерешенных проблем. Примером служит работа [7], в которой описаны расчеты отрыва потока из-под скачка уплотнения на осесимметричном теле (эксперимент Бахало-Джонсона). WMLES-расчеты методом SST-IDDES [8] на очень подробных сетках (465 млн и 1.68 млрд ячеек) дали значительно заниженный размер отрыва, не зависящий от густоты сетки, а вариации постановки задачи, предпринятые авто-

рами, не улучшили ситуацию. В работе [9] представлены расчеты обтекания плоского гладкого выступа на стенке в несжимаемой постановке. Методы SA-IDDES [10] и SST-IDDES [8] на сетке с 38 млн узлов дали близкие друг к другу безотрывные решения, в то время как DNS-решение имеет отрыв на подветренной стороне выступа. Авторы работы [9] делают заключение о сильном негативном влиянии модели турбулентности в RANS-подслое. Описанная ситуация говорит об актуальности дальнейшего накопления информации о точности подхода WMLES в задачах с «локальными» отрывами потока с последующим анализом наблюдаемых проблем.

В данной работе делается попытка применения WMLES к течению с отрывом пограничного слоя на пластине из-под скачка уплотнения. В отличие от задач из вышеупомянутых статей, эффекты кривизны обтекаемой поверхности здесь исключены. Основным методом расчетов выбран SST-IDDES, а также рассмотрена его вариация, в которой в LES-области явная подсеточная модель отключается (далее – SST-ILES). Метод SST-ILES использовался с двумя различными численными схемами семейства WENO, поскольку в такой постановке именно схема берет на себя функции подсеточной модели, и решение может заметно зависеть от ее свойств. В этом отношении данная статья является продолжением работы [11], в которой современные схемы WENO-SYMBOO [12] и WENO-ZM [13] исследовались на модельных одномерных уравнениях, а также в LES-расчетах дозвуковых задач о распаде изотропной турбулентности и о развитии временного слоя смешения. Поскольку в [11] эти схемы продемонстрировали близкое поведение, в данной работе рассматривается только одна из них – WENO-SYMBOO. В качестве второй схемы выбрана более диссипативная классическая схема WENO5, к результатам реконструкции по которой применяется лимитирование по алгоритму MP [14] (далее – WENO5+MP). Интерес представлял вопрос применимости современных вариантов схем семейства WENO к вихреразрешающим расчетам сверхзвуковых течений со скачками уплотнения. Все решения, полученные в рамках подхода WMLES, сравниваются в данной работе как с опубликованными эталонными данными LES-расчета, так и со стационарным решением, полученным по модели турбулентности SST в постановке RANS.

Статья организована следующим образом. В разделе 2 описана формулировка задачи: расчетная область, граничные условия, сетка, система уравнений и анализируемые параметры течения. В разделе 3 приводятся результаты расчетов и сравнение численных схем. В разделе 4 обсуждаются результаты и представлены выводы.

2. Постановка задачи

В качестве тестового случая выбрана задача об отрыве турбулентного пограничного слоя скачком уплотнения [15]. В этой постановке рассматривается поток с числом Маха $M=3$, в котором на турбулентный пограничный слой на пластине падает косой скачок уплотнения, отклоняющий поток на 19.6° . Начальная толщина пограничного слоя δ_0 , определяемая как высота точки, в которой скорость составляет 0.99 от скорости в ядре потока, равна 4.0 мм. Толщина потери импульса $\theta_0^{\text{exp}}=0.28$ мм. Число Рейнольдса, определенное по δ_0 и по параметрам набегающего потока, равно 2.03×10^5 , а по θ_0^{exp} оно составляет 1.4×10^4 . Выбранные параметры задачи соответствуют сильному отрыву со средним продольным размером $L_{\text{sep}}^{\text{exp}}=15.5 \delta_0$. В [15] описан эталонный LES-расчет этого течения, который воспроизводит эксперимент [16] и хорошо с ним согласуется. Отметим, что в [15,16] наблюдались колебания отрывной зоны: например, координата точки отрыва перемещалась с амплитудой $\Delta x_s=1.2\delta_0$ и доминирующей частотой около $0.04U_0/L_{\text{sep}}^{\text{exp}}$, где U_0 – скорость набегающего потока.

В данной работе, как и в [15], расчетная область выбрана в форме прямоугольного параллелепипеда длины $L_x=50\delta_0$, высоты $L_y=20\delta_0$ и ширины по размаху $L_z=4.5\delta_0$. Набегающий поток сонаправлен с осью x и имеет следующие параметры: температура торможения 273.7 К, давление торможения 582 кПа, число Маха 3.0. Газ считается совершенным с показателем адиабаты 1.4, газовой постоянной 287.05 Дж / (кг·К), числом Прандтля 0.72 и коэффициентом вязкости, задаваемым формулой Сазерленда:

$$\mu(T) = \mu_{\text{ref}} \frac{T_{\text{ref}} + C}{T + C} \left(\frac{T}{T_{\text{ref}}} \right)^{3/2},$$

в которой $\mu_{\text{ref}} = 1.821 \times 10^{-5}$ Па · с, $T_{\text{ref}} = 293.15$ К, $C = 122$ К.

На рис.1 показан общий вид расчетной области в плоскости XY и граничные условия. На входной границе задавался профиль пограничного слоя. Этот профиль был получен в предварительном RANS-расчете турбулентного пограничного слоя на пластине по модели турбулентности SST [17], из которого было взято сечение с толщиной δ_0 . Толщина потери импульса θ_0 в этом сечении оказалась равной 0.270 мм, что отличается от эталонного значения θ_0^{exp} менее чем на 4%. В вихреразрешающих расчетах на

полученный входной профиль пограничного слоя накладывались нестационарные возмущения скорости по методу, основанному на генераторе синтетической турбулентности [18].

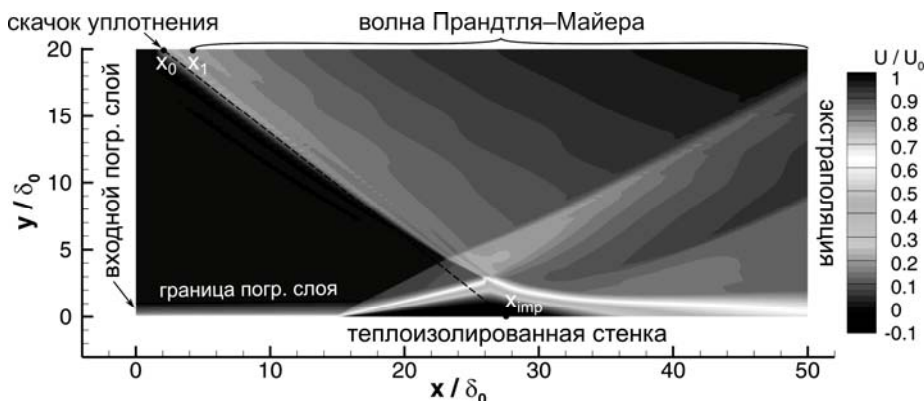


Рис.1. Общий вид расчетной области в плоскости XY и граничные условия. Пунктирная линия показывает форму скачка уплотнения, если бы он не был отклонен волной Прандтля–Майера. Поле скорости из RANS-расчета.

На нижней границе ставилось условие прилипания к теплоизолированной стенке, на правой границе – экстраполяция решения. На верхней границе в точке $x_0 = 1.5\delta_0$ задавался скачок уплотнения, за которым, начиная с координаты $x_1 = 3.75\delta_0$, следовала волна Прандтля-Майера, центрированная в точке $(-12.75\delta_0, 39.25\delta_0)$. Такая конфигурация течения соответствует треугольному генератору скачка уплотнения, установленному над стенкой в эксперименте [16]. На боковых плоскостях $z = \text{const}$ были поставлены периодические граничные условия. На рис.1 также отмечена координата $x_{\text{imp}} = 27.75\delta_0$ – ей соответствует точка на стенке, куда попал бы скачок уплотнения в невязком газе, не отклоненный волной Прандтля-Майера. Далее продольные распределения параметров изображены в смещенных и обезразмеренных координатах $(x - x_{\text{imp}}) / \delta_0$.

В выбранной расчетной области были построены две прямоугольные декартовы сетки: базовая с $500 \times 200 \times 90 = 9 \times 10^6$ ячеек и подробная с $1000 \times 200 \times 180 = 36 \times 10^6$ ячеек. Базовая сетка соответствует стандартным рекомендациям [10] для гибридного RANS/LES-расчета: продольный шаг сетки $\Delta x = \delta_0 / 10$, шаг в боковом направлении $\Delta z = \delta_0 / 20$. Подробная сетка измельчена в этих двух направлениях вдвое. Распределение узлов по оси y в обеих сетках одинаковое и устроено следующим образом. Пристеночный шаг сетки $\Delta y_{\text{min}} = 2.5 \times 10^{-4} \delta_0$, что соответствует условию $\Delta y_{\text{min}}^+ < 0.43$ на всей пластине. Над стенкой находится полоса из 96 ячеек высотой δ_0 , в которой

происходит роспуск сетки до шага $\delta_0/20$. Выше расположена полоса высотой $2\delta_0$ с постоянным шагом сетки $\delta_0/20$. Оставшееся пространство по вертикали заполнено 64 ячейками с роспуском до максимального шага $\delta_0/2$ на верхней границе расчетной области. Фрагменты расчетных сеток (изображена каждая вторая сеточная линия) с мгновенным полем скорости в окрестности отрыва показаны на рис.2.

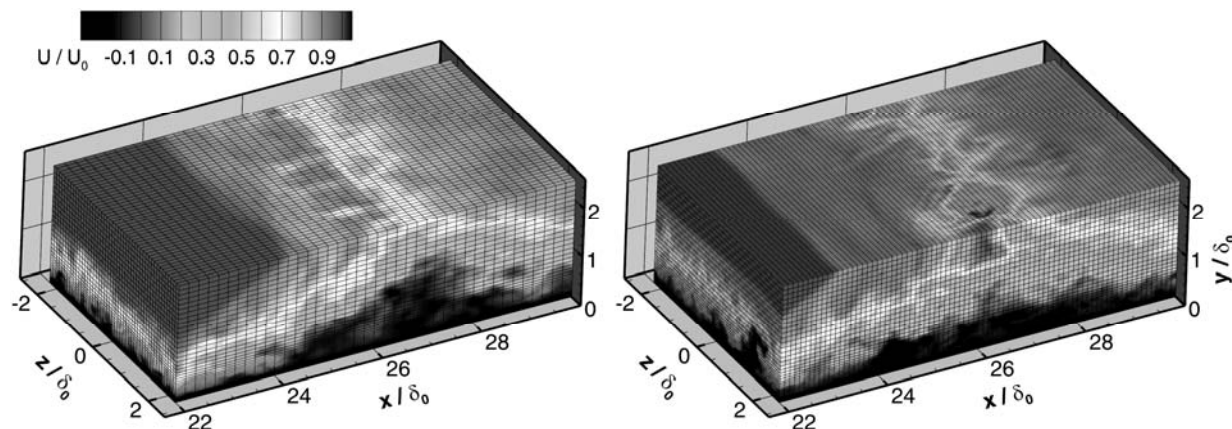


Рис.2. Фрагменты расчетных сеток с мгновенным полем скорости в окрестности отрыва: слева – базовая, справа – подробная. Показана каждая вторая сеточная линия.

Для расчетов использовались три варианта системы уравнений: RANS с замыканием моделью турбулентности SST [17], гибридная система RANS/LES, замкнутая по методу отсоединенных вихрей SST-IDDES [8] и гибридная система SST-ILES, получаемая из SST-IDDES отключением явной подсеточной модели в области LES. Во всех случаях вместе с уравнениями баланса массы, импульса и энергии решаются два дополнительных дифференциальных уравнения – для смоделированной части энергии турбулентности k и ее характерной частоты ω (по повторяющимся индексам ведется суммирование):

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\rho k U_j - (\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] = \tilde{P} - \frac{\rho \sqrt{k^3}}{l_t},$$

$$\frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\rho \omega U_j - (\mu + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] = \alpha \frac{\rho}{\mu_t} \tilde{P} - \beta \rho \omega^2 + (1 - F_1) CD.$$

Производство энергии вычисляется по формуле $\tilde{P} = \min(\mu_t S^2, 10\rho\beta^* k\omega)$, где $S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$ – норма тензора $S_{ij} = (\partial U_i / \partial x_j + \partial U_j / \partial x_i) / 2$. Турбулентная (подсеточная) вязкость определяется как $\mu_t = \rho a_1 k / \max(a_1 \omega, F_2 S)$. Выражения для коэффициентов модели $\alpha, \beta, \beta^*, \sigma_k, \sigma_\omega, a_1$, переходных функций F_1, F_2 и

перекрестной диффузии CD полностью соответствуют модели SST [17]. Масштаб длины l_t в RANS-расчете определяется как $l_{\text{RANS}} = \sqrt{k} / (\beta^* \omega)$. В методах SST-IDDES и SST-ILES гибридизация осуществляется по формуле $l_t = \tilde{f}_d l_{\text{RANS}} + (1 - \tilde{f}_d) l_{\text{LES}}$, в которой $l_{\text{LES}} = C_{\text{DES}} \Delta_{\text{SLA}}$ – масштаб в области LES. В SST-ILES коэффициент C_{DES} приравнивается малой величине 10^{-3} , что фактически отключает явную подсеточную модель. В SST-IDDES используется формула $C_{\text{DES}} = F_1 C_{\text{DES1}} + (1 - F_1) C_{\text{DES2}}$, где оптимальные значения констант C_{DES1} и C_{DES2} зависят от численной схемы. Δ_{SLA} – масштаб длины, ускоряющий развитие нестационарных возмущений в слоях смешения [19]. Переходная функция $\tilde{f}_d = \max(1 - f_{dt}, f_b)$ переключает модель между RANS- и LES-режимами в зависимости от уровня турбулентной вязкости (DDES-ветвь, определяется функцией f_{dt}) и от соотношения между размером ячейки и расстоянием до ближайшей стенки (WMLES-ветвь, определяется функцией f_b). В проведенных расчетах работала преимущественно WMLES-ветвь метода IDDES, поэтому независимо от пространственной аппроксимации над большей частью стенки RANS-подслоем имел одну и ту же высоту. На базовой сетке она соответствовала $y^+ \approx 100$ в невозмущенном пограничном слое, на подробной сетке – $y^+ \approx 50$.

Для численного моделирования использовался расчетный модуль *zFlare* (ЦАГИ) [20], реализующий метод конечных объемов с одной гауссовой точкой на грани ячейки на структурированных многоблочных сетках. Интегрирование по времени осуществлялось по неявной схеме DIRK22 [21] второго порядка точности. В вихреразрешающих расчетах временной шаг Δt определялся при условии, чтобы возмущение со скоростью $U_0 + c_e$ (здесь c_e – скорость звука в набегающем потоке) проходило за это время половину ячейки сетки в продольном направлении. Для базовой сетки Δt равнялось 2.5×10^{-7} с, для подробной – 1.25×10^{-7} с. В RANS-постановке расчеты велись с десятикратно увеличенным шагом Δt ; на каждой из сеток было получено стационарное решение системы уравнений.

Пространственная аппроксимация выбиралась в зависимости от решаемой системы уравнений. В RANS-расчетах применялась противопоточная схема 5 порядка аппроксимации *Upwind5* (см., напр., [22]). Метод SST-IDDES использовался совместно с гибридной схемой [23], которая переключается между схемой WENO5+MP и центральными разностями второго порядка точности. В этом подходе коэффициенты C_{DES1} и C_{DES2} выбирались равными 0.56 по методике из [24]. SST-ILES-расчеты проводились по схемам WENO5+MP и WENO-SYMBOO [12]. Во всех случаях реконструкция выполнялась для вектора примитивных переменных $\mathbf{P} = (T, U, V, W, p, k, \omega)$.

Расчеты были организованы следующим образом. На первом этапе на обеих сетках было получено стационарное RANS-решение задачи по модели турбулентности SST. Помимо данных для сравнения, эти поля служили начальными условиями для вихререзающих расчетов. На втором этапе в постановках SST-IDDES и SST-ILES был смоделирован промежуток времени 5 мс (соответствует $743\delta_0 / U_0$ или 14.8 пролетам газа по расчетной области со скоростью U_0), в течение которого решение перестраивалось от RANS- к IDDES-режиму. Поля, полученные в конце второго этапа, использовались для предварительной оценки координат точки отрыва x_s и точки присоединения x_r . Эти оценки были нужны для постановки контрольных точек, в которых записывалось давление на третьем этапе расчета. Контрольная точка A находилась вблизи начала отрыва и имела продольную координату $x_A = x_s - 0.0265L_{sep}$, где $L_{sep} = x_r - x_s$, а точка B совпадала с точкой присоединения. Обе точки располагались на дне пограничного слоя.

Третий этап расчетов также длился 5 мс, в ходе которых решение осреднялось по времени, а при обработке итоговых результатов поля дополнительно осреднялись по однородному направлению z . На рис.3 проиллюстрирована зависимость от времени интегрального коэффициента трения C_{fi} на этом этапе:

$$C_{fi} = \frac{2}{\rho_e U_0^2 F_{wall}} \int \tau_w dS, \quad \tau_w = \mu_w \left. \frac{\partial U}{\partial y} \right|_w.$$

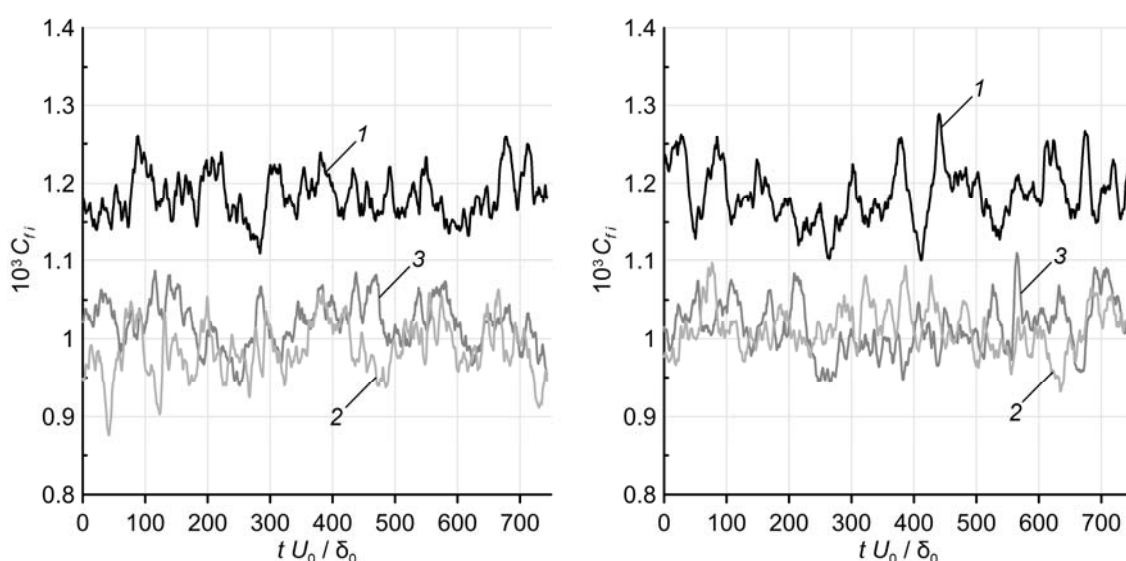


Рис.3. Графики зависимости интегрального коэффициента трения от времени на третьем этапе расчетов: слева – базовая сетка, справа – подробная. (1) – SST-IDDES; (2) – SST-ILES со схемой WENO5+MP; (3) – SST-ILES со схемой WENO-SYMBOO.

Здесь ρ_e – плотность набегающего потока, $F = 225\delta_0^2$ – площадь стенки в расчете, индексом “w” обозначены параметры на стенке. Из графиков видно, что трение находится в статистически стационарном состоянии, причем явного длинноволнового периодического процесса ни на одной линии заметить невозможно. Отметим также, что переход от базовой сетки к подробной повлиял на уровень трения слабо, что, как будет видно далее, соответствует малой чувствительности размера отрыва к шагу сетки в рассмотренном диапазоне.

На рис.4 показаны поперечные профили средней скорости в переменных закона стенки $U^+(y^+)$, где $U^+ = U / \sqrt{\tau_w / \rho_w}$, $y^+ = y\sqrt{\rho_w\tau_w} / \mu_w$, в сечениях, расположенных на расстоянии $\Delta x = \delta_0$ вверх по потоку от точки, в которой давление на стенке начинает повышаться. Эти сечения соответствуют невозмущенному пограничному слою перед началом отрыва. Если считать профили из RANS-расчетов эталонными (как будет показано в разделе 3, RANS-расчеты дают практически точный уровень трения в области перед отрывом), то по сравнению с ними средние профили скорости во всех проведенных вихреразрешающих расчетах искажены на логарифмическом участке. Это – проявление известной проблемы нестыковки логарифмических участков профиля скорости, требующее внесения поправок в переходной полосе между RANS- и LES-областями [25]. Как видно, SST-IDDES-расчеты менее подвержены этой проблеме, чем расчеты по методу SST-ILES,

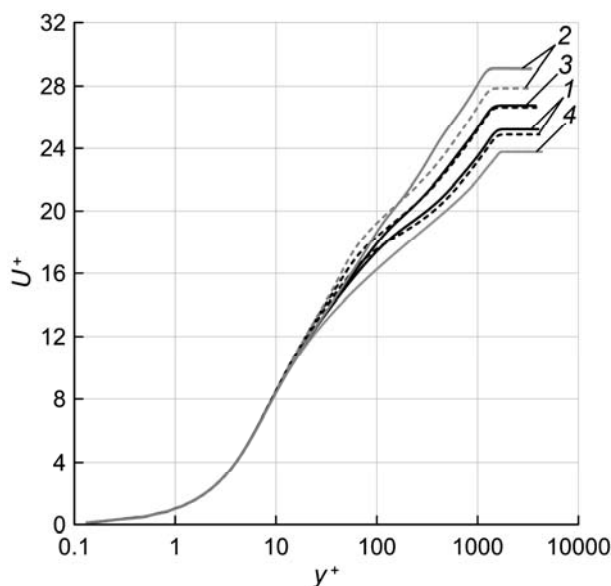


Рис.4. Поперечные профили средней скорости в переменных закона стенки перед началом отрыва. (1) – SST-IDDES; (2) – SST-ILES со схемой WENO5+MP; (3) – SST-ILES со схемой WENO-SYMBOO; (4) – RANS-расчет. Сплошные линии соответствуют базовой сетке, пунктирные – подробной.

а наибольший сдвиг скорости наблюдается с численной схемой WENO5+MP – самой диссипативной из рассмотренных. На подробной сетке сдвиг скорости начинается ближе к стенке, чем на базовой, но величина сдвига зависит от сетки слабо, за исключением расчетов по схеме WENO5+MP.

3. Результаты расчетов

На рис.5 изображены продольные распределения давления вдоль стенки, полученные на базовой сетке: $\tilde{p}(x) = p_w / p_e$, где p_e – давление набегающего потока. Хорошо видно, что во всех вихреразрешающих расчетах длина области взаимодействия скачка уплотнения с пограничным слоем существенно занижена, хотя пиковое значение давления на стенке все расчеты воспроизводят удовлетворительно. По сравнению с ними, RANS-расчет по модели турбулентности SST дает более точное распределение среднего давления вдоль стенки как по координате начала взаимодействия, так и по характерным уровням в области отрыва. На рис.5 также показан эффект перехода от базовой сетки к подробной. Видно, что решение, полученное в RANS-расчете, является хорошо сошедшимся по шагу сетки. Влияние сетки на результаты вихреразрешающих расчетов также относительно невелико. Лишь в начале области взаимодействия видны незначительные изменения в форме распределений. Любопытно, что в расчетах по всем методам переход к подробной сетке или почти не приближает точку начала взаимодействия к эталонной координате, или даже отдаляет ее.

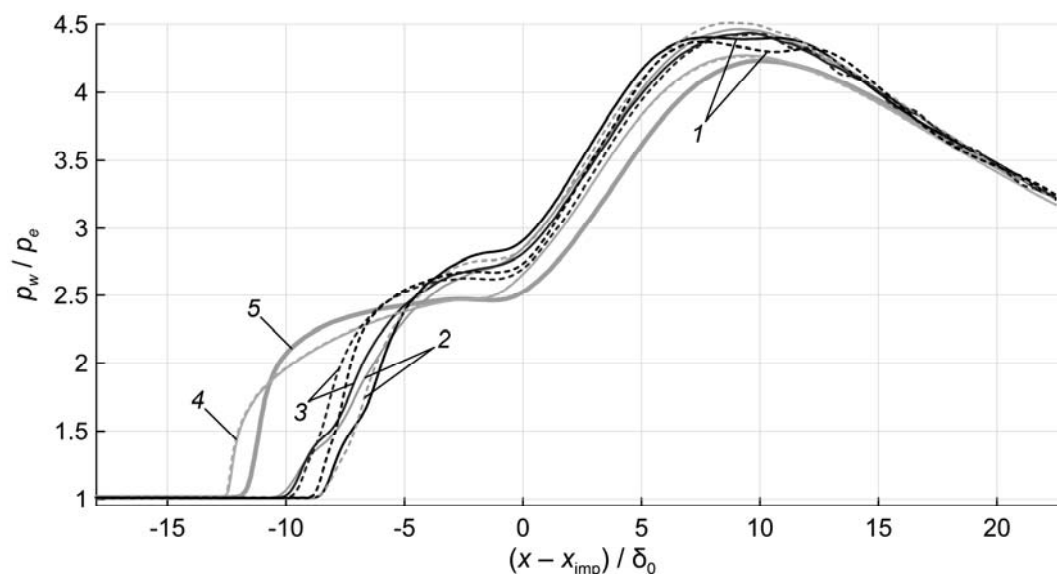


Рис.5. Распределения давления вдоль стенки. (1) – SST-IDDES; (2) – SST-ILES со схемой WENO5+MP; (3) – SST-ILES со схемой WENO-SYMBOO, (4) – RANS-расчет; (5) – эталонный LES-расчет [15]. Сплошные линии соответствуют базовой сетке, пунктирные – подробной.

На рис.6 построены продольные распределения коэффициента трения в расчетах на базовой сетке: $C_f(x) = \tau_w / (\rho_e U_0^2 / 2)$. На левой границе области – там, где задан RANS-профиль пограничного слоя – трение имеет корректную величину. В вихреразрешающих расчетах оно сразу испытывает понижение, что связано с действием генератора синтетической турбулентности [18]. Последующее восстановление трения происходит до различных значений в зависимости от метода расчета, что связано с наличием вышеупомянутой проблемы нестыковки логарифмических участков профиля скорости в пограничном слое. Наблюдается сокращение области релаксации трения после генератора синтетической турбулентности с измельчением сетки и с уменьшением уровня диссипации численного метода. В расчете по наиболее диссипативной схеме WENO5+MP на базовой сетке релаксация не успевает завершиться к началу взаимодействия, что усиливает занижение трения в этом расчете (это было видно на рис.4) и немного увеличивает размер отрыва. В остальных расчетах релаксация за генератором синтетической турбулентности успевает завершиться.

В начале отрыва ($-8 \leq (x - x_{\text{imp}}) / \delta_0 \leq -5$) все вихреразрешающие расчеты дают отсутствующий в эталонных данных провал уровня трения, который, по-видимому, связан с особенностями гибридизации по методу IDDES. За этой областью следует протяженный участок $-5 \leq (x - x_{\text{imp}}) / \delta_0 \leq 7$, воспроизводимый удовлетворительно. В области присоединения пограничного слоя после отрыва трение повышается по сравнению с начальным уровнем на входной границе (это связано с благоприятным градиентом давления, создаваемым волной Прандтля–Майера), однако все расчеты недооценивают уровень этого повышения. Метод SST-IDDES занижает трение на 10%, рассмотренные варианты метода SST-ILES – на величину около 16%.

Отметим, что в SST-ILES-расчете по схеме WENO-SYMBOO наблюдаются небольшие колебания, порожденные, по-видимому, немонотонностью схемы на скачках уплотнения. Наиболее реалистичные уровни трения вне области взаимодействия дает SST-IDDES-расчет, однако длина отрывной области в нем занижена. Наиболее развитый отрыв получен в SST-ILES-расчете со схемой WENO-SYMBOO, но он все равно существенно короче, чем в эталонных данных. Во всех расчетах, кроме SST-ILES со схемой WENO5+MP, переход к подробной сетке влияет на распределение трения относительно слабо. Отличие SST-ILES-расчета со схемой WENO5+MP от остальных отчасти связано с наличием ранее отмеченных эффектов незавершенной релаксации пограничного слоя за генератором синтетической турбулентности.

Для сравнения на рис.6 показаны распределения трения в RANS-расчетах. Они почти одинаковы на двух сетках, что еще раз подтверждает наличие глубокой сеточной сходимости в этой постановке. До начала взаимодействия уровень трения на стенке совпадает с эталонным, но в области отрыва он становится слишком низким и полностью не восстанавливается, оставаясь заниженным на 20% в области присоединения. Длина отрывной зоны в RANS-расчете завышена на 7%.

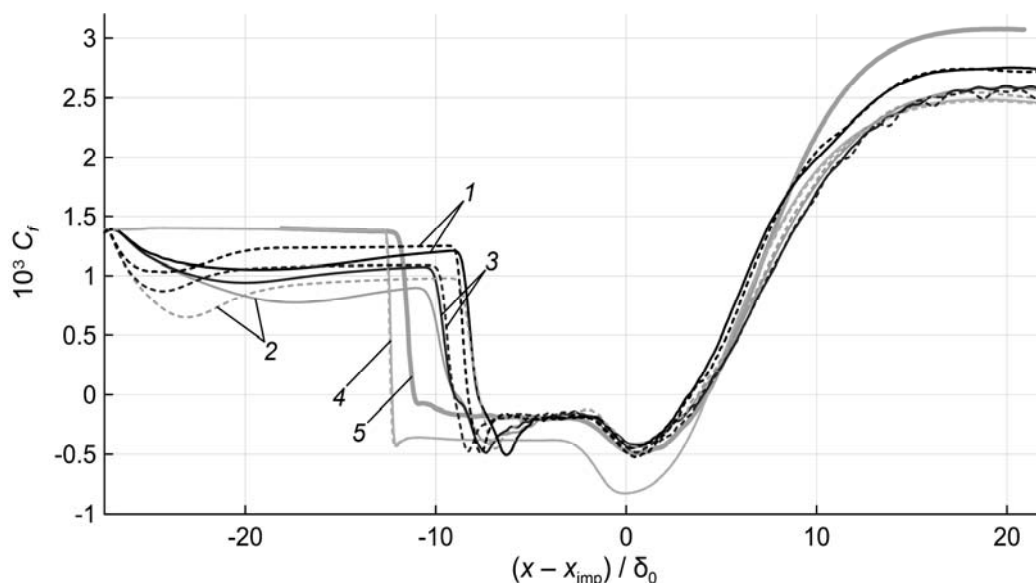


Рис.6. Распределения коэффициента трения вдоль стенки. Обозначения как на рис.5.

Можно предположить, что ошибки модели турбулентности SST в области благоприятного градиента давления влияют и на результаты гибридных расчетов, где эта модель используется вблизи стенки. Таким образом, интересным направлением будущих исследований является усложнение модели турбулентности в RANS-подслое гибридного расчета, например, переход к дифференциальной модели для напряжений Рейнольдса.

На рис.7 схематически показано, как измельчение сетки влияет на предсказание длины отрыва, а в табл.1 приведены численные значения L_{sep} . Во всех вихреразрешающих расчетах длина отрыва оказалась занижена на 15–28%, причем существенного сокращения ошибки с измельчением сетки не наблюдалось. Разные методы продемонстрировали различные тенденции: в SST-IDDES-расчетах измельчение сетки немного увеличило отрыв, в SST-ILES-расчетах со схемой WENO-SYMBOO размер отрыва оказался почти нечувствителен к густоте сетки, а со схемой WENO5+MP отрыв с измельчением сетки сократился. Различия между решениями по разным методам оказались значительно меньшими, чем их отклонение от эталонных данных.

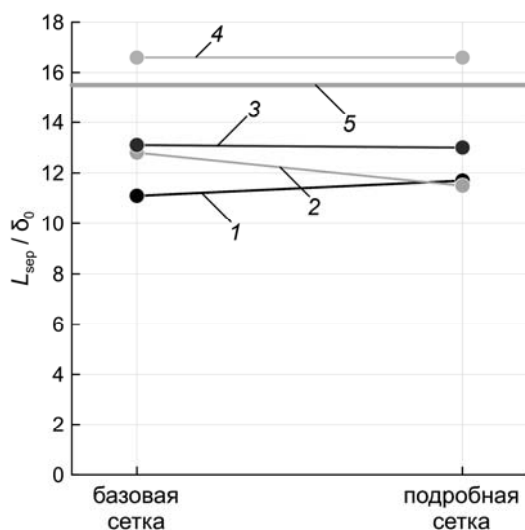


Рис.7. Зависимость размера отрывной зоны от густоты расчетной сетки. (1) – SST-IDDES; (2) – SST-ILES со схемой WENO5+MP; (3) – SST-ILES со схемой WENO-SYMBOO; (4) – RANS-расчет; (5) – эталонный LES-расчет [15].

Таблица 1. Длины отрыва, полученные в расчетах.

Расчет	L_{sep} / δ_0 , базовая сетка	L_{sep} / δ_0 , подробная сетка
SST (RANS)	16.6	16.6
SST-IDDES	11.1	11.7
SST-ILES, WENO5+MP	12.8	11.5
SST-ILES, WENO-SYMBOO	13.1	13.0
Эталонный LES-расчет [15]	15.5	15.5

На рис.8, 9 построены одноточечные функции плотности вероятности давления (далее – ФПВ) на стенке в контрольных точках *A* (вблизи точки отрыва) и *B* (точка присоединения) соответственно. Давление центрировано и отнесено к своему среднеквадратичному отклонению σ .

В первой точке эталонные данные показывают сильное отклонение распределения от гауссового. Это связано с тем, что из-за колебаний размера отрывной зоны вблизи точки отрыва наблюдается перемежаемость течения: то присоединенное состояние пограничного слоя, то отрывное, и это сопровождается резкими перепадами давления. В представленных расчетах этот эффект проявляется слабо. Наибольшие отклонения от гауссовой кривой получены в SST-IDDES-расчете на базовой сетке, но даже они выглядят существенно более слабыми, чем в эталонных данных. Интересно, что с измельчением сетки «негауссовость» распределения ослабляется.

Во второй точке ситуация более благополучная: эталонная ФПВ имеет лишь незначительные отклонения от гауссовой кривой, и расчеты по всем численным схемам воспроизводят ее достаточно точно. Отсутствие явных

следов перемежаемости в точке присоединения, несмотря на совершаемые ей колебания, может быть связано с тем, что давление в ее окрестности меняется намного плавнее, чем вблизи точки отрыва.

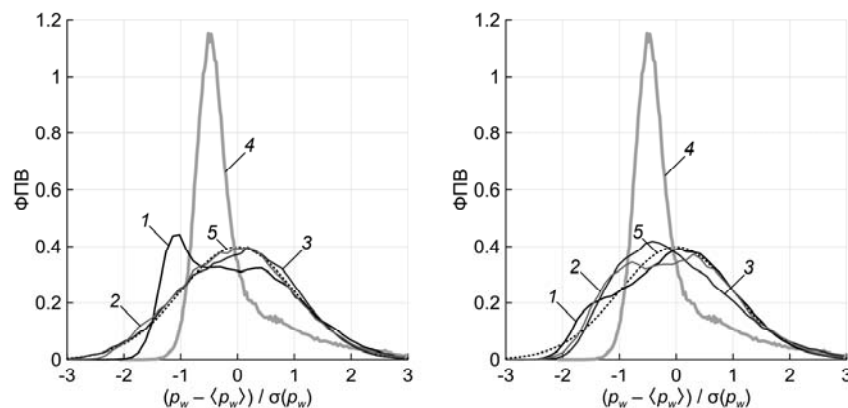


Рис.8. ФПВ давления в контрольной точке *A* (слева – базовая сетка, справа – подробная). (1) – SST-IDDES; (2) – SST-ILES со схемой WENO5+MP; (3) – SST-ILES со схемой WENO-SYMBOO; (4) – эталонный LES-расчет [15], (5) – гауссово распределение.

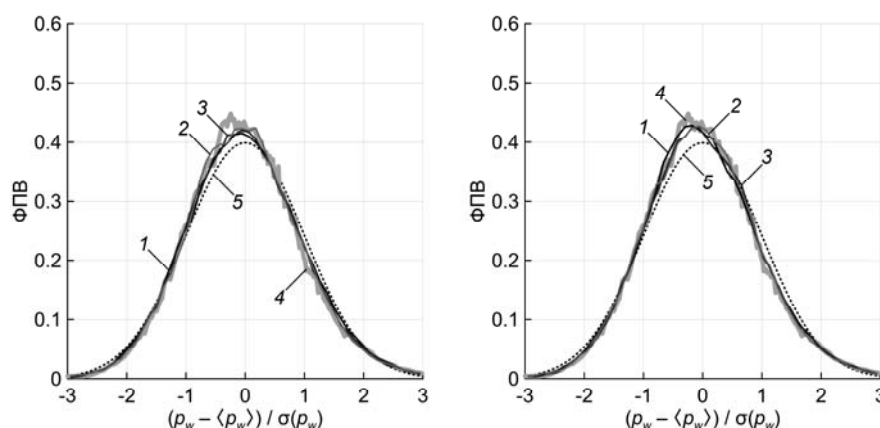


Рис.9. ФПВ давления в контрольной точке *B* (слева – базовая сетка, справа – подробная). Обозначения как на рис.8.

4. Обсуждение и выводы

В работе рассмотрены результаты RANS-, SST-IDDES- и SST-ILES-расчетов отрыва турбулентного пограничного слоя из-под скачка уплотнения. Постановка задачи соответствовала эталонному LES-расчету [15], что позволило провести сравнение продольных распределений давления и трения по стенке, а также сопоставить одноточечные распределения давления вблизи точек отрыва и присоединения.

Полученные результаты оказались несколько неожиданными. Все вихререзрывающие расчеты дали существенно заниженную длину отрыва. Занижение составило от 15% (SST-ILES-расчет со схемой WENO-SYMBOO) до 28% (SST-IDDES-расчет с гибридной схемой); аналогичный расчет в

RANS-постановке зависил размер отрыва на 7%. Измельчение сетки вдвое в продольном и боковом направлениях в целом не улучшило ситуацию: с одним из вихреразрешающих методов отрыв стал немного больше, с другим не изменился, а с третьим – несколько сократился. Во всех случаях занижение размера отрыва осталось в диапазоне 15–28%.

Отсутствие длинноволновых колебаний в графиках интегрального коэффициента трения от времени, а также близкое к гауссовому одноточечное распределение давления на стенке вблизи точки отрыва говорят о том, что в проведенных вихреразрешающих расчетах отрыв почти не совершал низкочастотных колебаний, которые наблюдаются в экспериментах [16] и эталонных LES-расчетах [15]. С переходом на подробную сетку колебания не стали более заметными. Решения, полученные в RANS-расчетах, оказались стационарными.

Качественное сходство решений, полученных по разным гибридным RANS/LES-методам, позволяет предположить, что основная проблема проведенных расчетов кроется не в модели подсеточных напряжений и не в ошибках аппроксимации численной схемы. Можно было бы допустить, что входной профиль пограничного слоя задан недостаточно аккуратно. Однако это повлияло бы на длину отрыва, но не устранило бы колебаний отрывной зоны. Отсутствие колебаний указывает на проблему не в граничных условиях, а в физической модели течения. По мнению авторов, дальнейшие исследования должны быть направлены на выяснение роли модели турбулентности в RANS-подслое (и на сам факт наличия RANS-подслоя), а также на уточнение описания взаимодействия RANS- и LES-областей в гибридном расчете, например, с помощью внесения вынуждающей силы на границе между ними [26].

Сравнивая вихреразрешающие методы между собой, отметим, что выбрать явного «лидера» на основе проведенных расчетов затруднительно. Метод SST-IDDES дал наименьшее искажение профиля средней скорости на логарифмическом участке пограничного слоя и наиболее близкое к эталонным данным трение в области присоединения, но размер отрыва при этом был сильно занижен. Метод SST-ILES с численной схемой WENO-SYMBOO проявил себя лучше в описании размера отрыва, но порождал колебания параметров течения, связанные с немонотонностью схемы. Метод SST-ILES со схемой WENO5+MP уступил другим рассмотренным методам из-за более высокого уровня диссипации, что проявилось в сильном искажении профиля скорости в пограничном слое и в медленной релаксации течения после генератора синтетической турбулентности.

В отсутствие явного количественного преимущества того или иного гибридного RANS/LES-метода, авторы данной работы считают аргументом в пользу выбора SST-IDDES наличие в нем явной модели подсеточных напряжений. Это дает дополнительные степени свободы для тонкой настройки метода в будущих исследованиях с целью уточнения описания таких явлений, как, например, турбулентная диффузия газов разной плотности [27] или передача энергии вверх по каскаду вихрей [28]. Воспроизведение этих явлений может быть важно в высокоскоростных отрывных течениях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *C. Meneveau, J. Katz.* Scale-invariance and turbulence models for large-eddy simulation // *Annu. Rev. Fluid. Mech.*, 2000, v.32, p.1-32.
2. *P.R. Spalart.* Strategies for turbulence modelling and simulations // *Int. J. Heat Fluid Flow*, 2000, v.21, p.252-263.
3. *B. Chaouat.* The state of the art of hybrid RANS/LES modeling for the simulation of turbulent flows // *Flow Turbulence Combust.*, 2017, v.99, p.279-327.
4. *U. Piomelli, E. Balaras.* Wall-layer models for large-eddy simulations // *Annu. Rev. Fluid. Mech.*, 2002, v.34, p.349-374.
5. *J.M. Delery.* Shock wave/turbulent boundary layer interaction and its control // *Prog. Aerospace Sci.*, 1985, v.22, №4, p.209-280.
6. *D. Knight, H. Yan, A.G. Panaras, A. Zheltovodov.* Advances in CFD prediction of shock wave turbulent boundary layer interactions // *Prog. Aerosp. Sci.*, 2003, v.39, p.121-184.
7. *P.R. Spalart, K.V. Belyaev, A.V. Garbaruk, M.L. Shur, M.Kh. Strelets, A.K. Travin.* Large-eddy and direct numerical simulations of the Bachalo-Johnson flow with shock-induced separation // *Flow Turbulence Combust.*, 2017, v.99, p.865-885.
8. *M.S. Gritskevich, A.V. Garbaruk, J. Schütze, F.R. Menter.* Development of DDES and IDDES formulations for the $k-\omega$ shear stress transport model // *Flow Turbulence Combust.*, 2012, v.88, p.431-449.
9. *R. Balin, K.E. Jansen, P.R. Spalart.* Wall-modeled LES of flow over a Gaussian bump with strong pressure gradients and separation // *AIAA Paper 2020-3012*, 19 p.
10. *M.L. Shur, P.R. Spalart, M.Kh. Strelets, A.K. Travin.* A hybrid RANS-LES approach with delayed-DES and wall-modelled LES capabilities // *Int. J. Heat Fluid Flow*, 2008, v.29, p.1638-1649.
11. *С. Бахнэ, А.И. Трошин.* Сравнение противопоточных и симметричных WENO-схем при моделировании базовых турбулентных течений методом крупных вихрей // *Журнал выч. математики и мат. физики*, 2023, т.63, №6, с.1024-1039.
S. Bakhne, A.I. Troshin. Sravnenie protivopotochnykh i simmetrichnykh WENO-skhem pri modelirovanii bazovyykh turbulentnykh techenii metodom krupnykh vikhrei // *Zhurnal Vy-chislitelnoi Matematiki i Matematicheskoi Fiziki*, 2023, t.63, №6, s.1024-1039.
12. *N.J. Mullenix, D.V. Gaitonde.* A bandwidth and order optimized WENO interpolation scheme for compressible turbulent flows // *AIAA paper 2011-366*, 18 p.
13. *S. Zhao, N. Lardjane, I. Fedioun.* Comparison of improved finite-difference WENO sche-

- mes for the implicit large eddy simulation of turbulent non-reacting and reacting high-speed shear flows // *Comp. Fluids*, 2014, v.95, p.74-87.
14. *A. Suresh, H. Huynh*. Accurate monotonicity-preserving schemes with Runge-Kutta time stepping // *J. Comp. Phys.*, 1997, v.136, №1, p.83-99.
 15. *V. Pasquariello, S. Hickel, N.A. Adams*. Unsteady effects of strong shock-wave/boundary-layer interaction at High Reynolds number // *J. Fluid Mech.*, 2017, v.823, p.617-657.
 16. *D. Daub, S. Willems, A. Gülhan*. Experimental results on unsteady shock-wave/boundary layer interaction induced by an impinging shock // *CEAS Space J.*, 2015, v.8, №1, p.3-12.
 17. *F.R. Menter*. Review of the shear-stress transport turbulence model experience from an industrial perspective // *Int. J. Comput. Fluid Dyn.*, 2009, v.23, №4, p.305-316.
 18. *M.L. Shur, P.R. Spalart, M.K. Strelets, A.K. Travin*. Synthetic turbulence generators for RANS-LES interfaces in zonal simulations of aerodynamic and aeroacoustic problems // *Flow Turbulence Combust.*, 2014, v.93, p.63-92.
 19. *M.L. Shur, P.R. Spalart, M.K. Strelets, A.K. Travin*. An enhanced version of DES with rapid transition from RANS to LES in separated flows // *Flow Turbulence Combust.*, 2015, v.95, p.709-737.
 20. *А.И. Трошин, С.С. Молев, В.В. Власенко, С.В. Михайлов, С. Бахнэ, С.В. Матяш*. Моделирование турбулентных течений на основе подхода IDDES с помощью программы *zFlare* // *Выч. механика сплошных сред*, 2023, т.16, №2, с.203-218.
A.I. Troshin, S.S. Molev, V.V. Vlasenko, S.V. Mikhailov, S.Bakhne, S.V. Matyash. Modelirivanie turbulentnykh techenii na osnove podkhoda IDDES s pomoshchiu programmy *zFlare* // *Vych. Mekhanika sploshnykh sred*, 2023, t.16, №2, s.203-218.
 21. *R. Alexander*. Diagonally implicit Runge–Kutta methods for stiff O.D.E.'s // *SIAM J. Numer. Anal.*, 1977, v.14, №6, 1977, p.1006-1021.
 22. *Z. Wang, J. Zhu, N. Zhao*. A low dissipation finite difference nested multi-resolution WENO scheme for Euler/Navier–Stokes equations // *J. Comp. Phys.*, 2023, v.429, 110006.
 23. *E.K. Guseva, A.V. Garbaruk, M.K. Strelets*. An automatic hybrid numerical scheme for global RANS-LES approaches // *J. Physics: Conference Series*, 2017, v.929, 012099.
 24. *S. Bakhne, V. Sabelnikov*. A method for choosing the spatial and temporal approximations for the LES approach // *Fluids*, 2022, v.7, №12, p.376.
 25. *А.О. Будникова*. Подход к учету взаимодействия RANS- и LES-областей пограничного слоя в расчетах методом SST-IDDES // *Труды МФТИ*, 2022, т.14, №4 (56), с.11-29;
A.O. Budnikova. Podkhod k uchetu vzaimodeistviia RANS- i LES-oblastei pogranchnogo sloiia v raschetakh metodom SST-IDDes // *Trudy MFTI*, 2022, t.14, №4 (56), s.11-19.
 26. *U. Piomelli, E. Balaras, H. Pasinato, K.D. Squires, P.R. Spalart*. The inner-outer layer interface in large-eddy simulations with wall-layer models // *Int. J. Heat Fluid Flow*, 2003, v.24, №4, p.538-550.
 27. *A. Troshin, S. Bakhne, V. Sabelnikov*. Numerical and physical aspects of large-eddy simulation of turbulent mixing in a helium-air supersonic co-flowing jet // *Prog. Turbulence IX. Proc. iTi Conference on Turbulence*, 2021, p.297-302.
 28. *J.G. Ballouz, N.T. Ouellette*. Tensor geometry in the turbulent cascade // *J. Fluid Mech.*, 2018, v.835, p.1048-1064.

Поступила в редакцию 10.04.23

После доработки 22.05.23

Принята к публикации 03.07.23