

# Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

О. В. Бесов, А. М. Ильин, В. А. Ильин, Л. Д. Кудрявцев, С. М. Никольский, Л. В. Овсянников, Э. Митидиери, А. Тесей, Л. Верон, К семидесятилетию Станислава Ивановича Похожаева,  
*Дифференц. уравнения*, 2005, том 41, номер 12, 1587–1591

<https://www.mathnet.ru/de11401>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

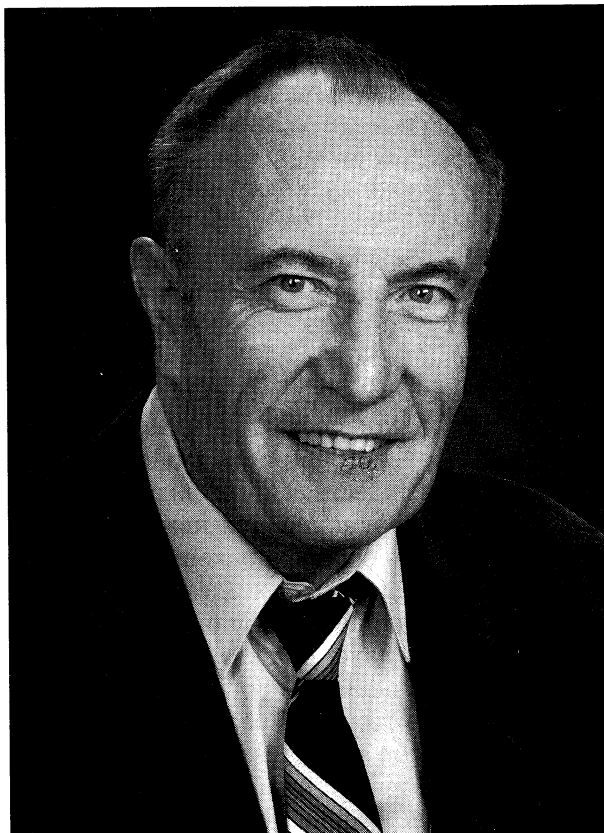
<https://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.9.174

30 апреля 2025 г., 00:56:26





## К СЕМИДЕСЯТИЛЕТИЮ СТАНИСЛАВА ИВАНОВИЧА ПОХОЖАЕВА

24 августа 2005 года исполнилось 70 лет известному математику, члену-корреспонденту Российской академии наук Станиславу Ивановичу Похожаеву.

Станислав Иванович родился в семье служащих в Забайкальском селе Усть-Кяхта. Его отец, Иван Стефанович, инженер-гидротехник, работал в это время на реке Селенга.

В 1952 г. после окончания средней школы в г. Краснодаре С.И. Похожаев поступил в Московский физико-технический институт на аэромеханический факультет. Окончив институт в 1958 г., он поступил в аспирантуру МФТИ по специальности математика и занимался в ней под руководством Л.В. Овсянникова. В связи с организацией Сибирского отделения АН СССР Л.В. Овсянников переехал в Новосибирск, а вместе с ним переехал и С.И. Похожаев.

В 1961 г. Станислав Иванович защитил кандидатскую диссертацию «Исследование краевой задачи для уравнения  $\Delta u = u^2$ ». В 1963 г. С.И. Похожаев переехал в Москву, где работал в Московском энергетическом институте последовательно: доцентом, профессором, зав. кафедрой высшей математики. В 1970 г. он защитил докторскую диссертацию «О некоторых нелинейных уравнениях».

В 1984 г. Станислав Иванович был избран членом-корреспондентом АН СССР по отделению математики. С 1986 г. С.И. Похожаев работает главным научным сотрудником в Математическом институте им. В.А. Стеклова РАН в отделе теории функций.

Первые исследовательские работы Станислав Иванович выполнил еще студентом. Его студенческая работа по сверхзвуковым газовым струям, выполненная под руководством Г.Г. Черного, была опубликована в 1958 г.

В его дипломной работе, посвященной сверхзвуковым турбулентным струям, был предложен оригинальный подход, связывающий непосредственно профиль распределения температур с профилем скоростей. Это позволило установить факт перераспределения температур торможения в свободных сверхзвуковых турбулентных струях.

В работах 1960–1961 гг. для уравнения  $\Delta u = u^2$  были впервые получены теоремы существования двух решений, а также отсутствия вещественного решения задачи Дирихле в зависимости от граничных данных. Здесь же впервые было установлено явление разрушения (blow-up) решения на всей границе области.

В 1964 г. С.И. Похожаев обращается к проблеме существования собственных функций для квазилинейных эллиптических краевых задач. С этой целью он получает теорему о непрерывном и компактном вложении пространств Соболева  $W_p^l(\Omega)$ ,  $\Omega \subset \mathbb{R}^N$ , в случае  $pl = N$ , в соответствующие пространства Орлича (опубликовано в 1965 г.).

По-видимому, наибольшую известность Станиславу Ивановичу принесло открытие им принципиально новых энергетических тождеств для квазилинейных эллиптических уравнений второго порядка (1965) и произвольного порядка с нелинейной частью дивергентного вида (1970), названных впоследствии тождествами Похожаева. Они позволили впервые получить теоремы отсутствия собственных функций для квазилинейных эллиптических краевых задач. В результате ему удалось создать общую и законченную теорию собственных функций нелинейных эллиптических задач. Найденные им здесь условия являются неулучшаемыми. Эти результаты, полученные для квазилинейных эллиптических задач произвольного порядка, явились новыми (и неожиданными) даже для квазилинейных уравнений второго порядка.

В 1967 г. С.И. Похожаев установил нелинейную альтернативу Фредгольма. Эта альтернатива обобщает классическую линейную теорию Фредгольма (1905) на широкий класс нелинейных операторов, включая квазилинейные эллиптические операторы любого порядка, а именно “усиленно замкнутые” операторы. Введение этого класса позволило создать гомотопическую теорию таких операторов, аналогичную теории Лере–Шаудера. В результате удалось установить теоремы разрешимости для некоэрцитивных эллиптических задач с нелинейным главным оператором. В дальнейшем это направление получило развитие в работах Ф. Браудера (F. Browder), И. Нечаса (J. Nečas), И. Скрышника и других математиков.

Развивая теорию разрешимости нелинейных уравнений, Станислав Иванович в 1969–1970 гг. вводит понятие нормальной разрешимости нелинейных уравнений, обобщающее известное понятие нормальной разрешимости по Хаусдорфу линейных уравнений. Для нелинейных уравнений с частными производными построенная им общая теория нормальной разрешимости позволила ему установить глобальную разрешимость общих нелинейных параболических задач при условии существования априорных оценок, к которым неприменим метод Лере–Шаудера.

В 1980 г. Станислав Иванович ставит и успешно решает проблему создания общей теории априорных оценок для слабо нелинейных эллиптических уравнений. С помощью разработанного им метода интерполяции и вложения нелинейных операторов он установил точные характеристики роста нелинейных операторов, необходимые для разрешимости соответствующих задач. На основании развитой им теории получены теоремы разрешимости для широкого класса квазилинейных эллиптических уравнений произвольного порядка нелинейной структуры.

Метод глобального расслоения, предложенный С.И. Похожаевым в 1980-х гг., позволил ему установить в 1990-х гг. ряд новых теорем разрешимости для нелинейных эллиптических уравнений, включая существование кратных положительных решений у нелинейных краевых задач с нелинейными граничными условиями Неймана.

В 1990-х гг. С.И. Похожаев предложил новый подход к теории blow-up (разрушение глобальных решений) для нелинейных уравнений, основанный на понятии нелинейной емкости. На основании этого подхода получены принципиально новые результаты для широкого класса нелинейных (эллиптических, параболических и гиперболических) уравнений и систем, при

этом впервые была получена зависимость критериев разрушения решений от данных задачи.

Следует отметить также принципиально новые результаты Станислава Ивановича по глобальной разрешимости квазилинейных гиперболических уравнений с нелокальной нелинейностью (уравнение Кирхгофа), а также общие теоремы существования и отсутствия периодических решений для некоторых нелинейных гиперболических (многомерных) уравнений.

С.И. Похожаев был приглашенным пленарным докладчиком на многих международных конференциях. Его работы и доклады в Англии, Франции, Германии, Швейцарии, Италии, Голландии, Бельгии, Испании, Португалии, Японии и других странах принесли ему заслуженную известность.

С 1992 г. С.И. Похожаев является заместителем главного редактора журнала "Дифференциальные уравнения" и членом редколлегии журнала "Математические заметки".

Станислав Иванович является активным участником семинара по теории функций и дифференциальным уравнениям под руководством С.М. Никольского и Л.Д. Кудрявцева. Много лет С.И. Похожаев руководил научно-исследовательским семинаром по нелинейному анализу, где выросло немало его учеников, докторов и кандидатов наук. Станислав Иванович щедро делится своим опытом, знаниями и идеями со своими учениками и умело направляет их работу на решение принципиальных и актуальных задач, своевременно приходя на помощь. За свою многолетнюю педагогическую работу он был удостоен ордена Дружбы народов.

Желаем Станиславу Ивановичу Похожаеву крепкого здоровья и ждем от него новых крупных научных достижений.

*О.В. Бесов, А.М. Ильин, В.А. Ильин, Л.Д. Кудрявцев,  
С.М. Никольский, Л.В. Овсянников,  
Э. Митидиери, А. Тесей, Л. Верон*

#### СПИСОК НАУЧНЫХ ТРУДОВ С.И. ПОХОЖАЕВА

(начало списка опубликовано в журнале "Успехи мат. наук". 1996. Т. 51. Вып. 2. С. 183–188)

83. Метод расслоения в нелинейных вариационных задачах // Успехи мат. наук. 1996. Т. 51. Вып. 5. С. 204.
84. Существенно нелинейные емкости, индуцированные дифференциальными операторами // Докл. РАН. 1997. Т. 357. № 5. С. 592–594.
85. Positive solutions for the  $p$ -Laplacian: Application of the fibering method // Proc. Roy. Soc. Edinburgh A. 1997. V. 127. № 3. P. 703–726 (with P. Drabek).
86. The fibering method in nonlinear variational problems // Pitman Res. Notes Math. 1997. V. 365. P. 35–88.
87. On the reaction-diffusion-electrolysis nonlinear elliptic equations // Lect. Notes Pure and Appl. Math. 1997. V. 194. P. 255–288.
88. Entire Solutions of Semilinear Elliptic Equations. Basel: Birkhäuser, 1997. 245 p. (with I. Kuzin).
89. Отсутствие глобальных положительных решений для квазилинейных эллиптических неравенств // Докл. РАН. 1998. Т. 359. № 4. С. 456–460 (совм. с Э. Митидиери).
90. О существовании и отсутствии периодических решений для некоторых квазилинейных гиперболических уравнений // Докл. РАН. 1998. Т. 363. № 3. С. 304–307.
91. Существование положительного решения для некоторых нелинейных задач Неймана // Докл. РАН. 1998. Т. 363. № 4. С. 450–453 (совм. с А. Тесеем).
92. О методе глобального расслоения в нелинейных вариационных задачах // Тр. Мат. ин-та РАН. 1998. Т. 219. С. 286–334.
93. On the nonexistence of periodic radial solutions for semilinear wave equations in unbounded domain // Differ. and Integr. Equat. 1998. V. 11. № 1. P. 133–145 (with V. Mustonen).
94. Отсутствие положительных решений для систем квазилинейных эллиптических уравнений и неравенств в  $\mathbb{R}^N$  // Докл. РАН. 1999. Т. 366. № 1. С. 13–17 (совм. с Э. Митидиери).
95. Задача Коши для расширенного уравнения Фишера–Колмогорова // Дифференц. уравнения. 1999. Т. 35. № 3. С. 351–366 (совм. с Л.А. Пелетье).
96. Отсутствие положительных решений для квазилинейных эллиптических задач в  $\mathbb{R}^N$  // Тр. Мат. ин-та РАН. 1999. Т. 227. С. 192–222 (совм. с Э. Митидиери).
97. Существование и отсутствие периодических решений для некоторых нелинейных гиперболических уравнений // Тр. Мат. ин-та РАН. 1999. Т. 227. С. 260–285.

98. Existence and nonexistence of solutions of nonlinear Neumann problems // *SIAM J. Math. Anal.* 1999. V. 31. P. 119–133 (with A. Tesei).
99. The fibering method and its applications to nonlinear boundary value problems // *Rend. Inst. Mat. Univ. Trieste*. 1999. V. 31. P. 235–305.
100. Об условиях существования решений квазилинейного неравенства в полупространстве // *Мат. заметки*. 2000. Т. 67. Вып. 1. С. 150–152 (совм. с В.А. Галактионовым, Ю.В. Егоровым, В.А. Кондратьевым).
101. Blow-up results for nonlinear hyperbolic inequalities // *Ann. Scuola Norm. Super. Pisa. Cl. Sci. Ser. 4*. 2000. V. 29. P. 393–420 (with L. Veron).
102. Nonexistence results for some semilinear differential inequalities on the Heisenberg group // *Manuscr. Math.* 2000. V. 102. P. 85–99 (with L. Veron).
103. On the necessary conditions of global existence of solutions to a quasilinear inequality in the half-space // *C. r. Acad. sci. Paris. Ser. 1*. 2000. V. 330. P. 93–98 (with Yu.V. Egorov, V.A. Galaktionov, V.A. Kondratiev).
104. Multiple positive solutions of some quasilinear Neumann problems // *Applicable Anal.* 2000. V. 74. № 3–4. P. 363–391 (with L. Veron).
105. Blow-up of nonnegative solutions to quasilinear parabolic inequalities // *Rend. Mat. Acc. Lincei. Ser. 9*. 2000. V. 11. P. 99–109 (with A. Tesei).
106. Existence and nonexistence of solutions of nonlinear Dirichlet problems with first order terms // *J. Funct. Anal.* 2000. V. 177. P. 365–382 (with L. Moschini, A. Tesei).
107. О критических показателях отсутствия решений для систем квазилинейных параболических неравенств // *Дифференц. уравнения*. 2001. Т. 37. № 4. С. 521–528 (совм. с А. Тесеем).
108. Отсутствие слабых решений для некоторых вырожденных и сингулярных гиперболических задач в  $\mathbb{R}_+^{n+1}$  // *Тр. Мат. ин-та РАН*. 2001. Т. 232. С. 248–267 (совм. с Э. Митидиери).
109. Nonexistence results and estimates for semilinear elliptic problems // *J. Anal. Math.* 2001. V. 84. P. 1–49 (with M.F. Bidaut-Veron).
110. On a class of nonlinear Dirichlet problems with first order terms // *Funct. Differ. Equat.* 2001. V. 8. № 3–4. P. 345–352 (with L. Moschini, A. Tesei).
111. Nonexistence of weak solutions for some degenerate elliptic and parabolic problems on  $\mathbb{R}^N$  // *J. Evolution Equat.* 2001. V. 2. P. 189–220 (with E. Mitidieri).
112. Априорные оценки и отсутствие решений нелинейных уравнений и неравенств в частных производных. М.: Наука, 2001. 383 с. (Тр. Мат. ин-та РАН; Т. 234) (совм. с Э. Митидиери).
113. *Equations in Mathematical Physics: A Practical Course*. Basel: Birkhäuser, 2001. 200 p. (with V.P. Pikulin).
114. Теоремы типа Фуджиты для квазилинейных параболических неравенств с нелинейным градиентом // *Докл. РАН*. 2002. Т. 386. № 2. С. 160–164 (совм. с Э. Митидиери).
115. Некоторые обобщения теоремы Бернштейна // *Дифференц. уравнения*. 2002. Т. 38. № 3. С. 373–378 (совм. с Э. Митидиери).
116. Об отсутствии решений для эллиптических систем с динамическими краевыми условиями // *Дифференц. уравнения*. 2002. Т. 38. № 6. С. 768–774 (совм. с М. Киране, Э. Набана).
117. Общий подход к теории отсутствия глобальных решений нелинейных уравнений и неравенств с частными производными // *Тр. Мат. ин-та РАН*. 2002. Т. 236. С. 285–297.
118. О системах квазилинейных сингулярных параболических уравнений и неравенств // *Тр. сем. И.Г. Петровского*. 2002. Т. 22. С. 232–260 (совм. с Э. Митидиери).
119. On the asymptotics of global solutions of higher-order semilinear parabolic equations in the supercritical range // *C. r. Acad. sci. Paris. Ser. 1*. 2002. V. 335. P. 805–810 (with Yu.V. Egorov, V.A. Galaktionov, V.A. Kondratiev).
120. Existence and blow-up for higher-order semilinear parabolic equations: Majorizing order-preserving operators // *Indiana Univ. Math. J.* 2002. V. 51. № 6. P. 1321–1338 (with V.A. Galaktionov).
121. Instantaneous blow-up of solutions to a class of hyperbolic inequalities // *Electron. J. Differ. Equat.* 2002. Conf. 08. P. 155–165 (Proc. Conf. on Quasilinear Elliptic and Parabolic Equations and Systems, Luminy, 2001) (with A. Tesei).
122. Свойство положительности решений некоторых нелинейных эллиптических неравенств в  $\mathbb{R}^n$  // *Докл. РАН*. 2003. Т. 393. № 2. С. 159–164 (совм. с Э. Митидиери).
123. О многомерных скалярных законах сохранения // *Мат. сб.* 2003. Т. 194. № 1. С. 147–160.
124. О гиперболических системах законов сохранения // *Дифференц. уравнения*. 2003. Т. 39. № 5. С. 663–673.
125. Об априорных оценках и градиентных катастрофах гладких решений гиперболических систем законов сохранения // *Тр. Мат. ин-та РАН*. 2003. Т. 243. С. 257–288.
126. The general blow-up theory for nonlinear PDE's // *Function Spaces, Differential Operators and Nonlinear Analysis: The Hans Triebel Anniversary Volume*. Basel: Birkhäuser, 2003. P. 141–159.

127. Blow-up and critical exponents for nonlinear hyperbolic equations. I // *Nonlin. Anal. TMA*. 2003. V. 53. P. 453–466 (with V.A. Galaktionov).
128. On similarity solutions and blow-up spectra for a semilinear wave equation // *Quart. Appl. Math.* 2003. V. 61. № 3. P. 583–600 (with V.A. Galaktionov).
129. О некоторых интегральных неравенствах, связанных с потенциалами Рисса // *Докл. РАН*. 2004. Т. 397. № 6. С. 737–742 (совм. с Э. Митидиери).
130. Лиувиллевы теоремы для некоторых нелинейных нелокальных задач // *Докл. РАН*. 2004. Т. 399. № 6. С. 732–736 (совм. с Э. Митидиери).
131. Nonexistence of local solutions to semilinear partial differential inequalities // *Ann. Inst. Poincare. Anal. Nonlin.* 2004. V. 21. № 4. P. 487–502 (with A. Tesei).
132. Towards a unified approach to nonexistence of solutions for a class of differential inequalities // *Milan J. Math.* 2004. V. 72. P. 129–162 (with E. Mitidieri).
133. Global solutions of higher-order semilinear parabolic equations in the supercritical range // *Adv. Differ. Equat.* 2004. V. 9. P. 1009–1038 (with Yu.V. Egorov, V.A. Galaktionov, V.A. Kondratiev).
134. Практический курс по уравнениям математической физики. М.: МЦНМО, 2004 (совм. с В.П. Пикулиным).
135. Лиувиллевы теоремы для некоторых классов нелинейных нелокальных задач // *Тр. Мат. ин-та РАН*. 2005. Т. 248. С. 164–184 (совм. с Э. Митидиери).
136. Representation formulae and inequalities for solutions of a class of second order partial differential equations // *Trans. Amer. Math. Soc.* 2005 (to appear) (with L. D'Ambrosio, E. Mitidieri).
137. Blow-up and critical exponents for parabolic equations with non-divergent operators: dual porous medium and thin film operators // *J. Evol. Equat.* 2005 (to appear) (with V.A. Galaktionov).