В. Б. Андреев, Г. П. Астраханцев, В. П. Дымников, Л. А. Руховец, Б. Н. Четверушкин, Памяти Леонарда Амаяковича Оганесяна (1925–2013), *Ж. вычисл. матем. и матем. физ.*, 2014, том 54, номер 5, 892–896

DOI: 10.7868/S0044466914050159

ЖУРНАЛ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ, 2014, том 54, № 5, с. 892–896

УДК 51(092)

ПАМЯТИ ЛЕОНАРДА АМАЯКОВИЧА ОГАНЕСЯНА (1925–2013)

© 2014 г. В. Б. Андреев*, Г. П. Астраханцев**, В. П. Дымников***, Л. А. Руховец**, Б. Н. Четверушкин****

(* 119991 Москва, Ленинские горы, ВМК МГУ;
** 191187 Санкт-Петербург, ул. Чайковского, 1, СПб ЭМИ РАН;
*** 119333 Москва, ул. Губкина, 8, ИВМ РАН;
**** 125047 Москва, Миусская пл., 4, ИПМ РАН)
e-mail: leor@emi.nw.ru

Поступила в редакцию 04.12.2013 г.

Кратко рассказывается о жизни и научной деятельности известного ученого-математика, крупного специалиста по вычислительной математике и ее приложениям, участника Великой Отечественной войны Леонарда Амаяковича Оганесяна. Приводится фото и список основных научных трудов ученого.

DOI: 10.7868/S0044466914050159

Леонард Амаякович Оганесян – выдающийся математик, один из создателей метода конечных элементов (МКЭ) – скончался 13 сентября 2013 г. после тяжелой и продолжительной болезни. В 1963 г. им была опубликована первая в нашей стране и одна из первых в мире работа, в которой была дана современная формулировка МКЭ и получены первые результаты по его обоснованию.

Леонард Амаякович Оганесян родился 15 октября 1925 г. в городе Ленинакане Армянской ССР. В 1941 г. он сдал экзамены за 9 класс и экстерном за 10 класс. В 1942 г. он ушел в армию. После мая 1945 г. часть, в которой он служил, была переброшена на восток. Конец войны с Японией он застал в Иркутске. Состоя еще на службе в армии, Леонард Амаякович стал студентом Иркутского университета. После демобилизации в 1947 г. он перевелся на второй курс Ленинградского университета, который и закончил в 1951 г. С 1951 г. по 1954 г. Леонард Амаякович работал в Институте водно-экономических проблем АН Армянской ССР. В 1954 г. он переехал в Ленинград и с 1954 г. по1958 г. преподавал в Ленинградском Политехническом институте. В 1959 г. Леонард Амаякович стал старшим научным сотрудником Вычислительного центра Ленинградского отделения МИ АН СССР. К этому времени он уже был кандидатом технических наук. Создание ВЦ ЛОМИ в 1958–1959 гг. объективно стимулировало в коллективе развитие работ по вычислительной математике. Следует отметить, что в ЛОМИ входил Отдел приближенных вычислений Математического института АН СССР, руководителем которого до своего отъезда в Сибирское отделение АН СССР был Л.В. Канторович, чей выдающийся вклад в вычислительную математику хорошо известен. В это же время в ЛОМИ активно развивали вычислительные методы линейной алгебры такие известные ученые, как В.Н. Фаддеева, член-корреспондент АН СССР Д.К. Фаддеев и В.Н. Кублановская.

В 1963 г. Л.А.Оганесян, один из руководителей вычислительной тематики в ВЦ ЛОМИ, опубликовал статью “Численный расчет плит”. Эта статья стала первой математической работой, в которой были заложены основы вариационно-разностного метода решения краевых задач для эллиптических уравнений. За рубежом вариационно-разностный метод получил название метода конечных элементов (МКЭ). Начиная с 1963 г., МКЭ стал основным направлением исследований лаборатории численных методов ВЦ ЛОМИ, руководимой Л.А. Оганесяном. Эта тематика исследований сохранялась и после реорганизации ВЦ ЛОМИ в ЛОЦЭМИ (Ленинградское отделение Центрального экономико-математического института АН СССР) в 1965 г., и в рамках Института социально-экономических проблем АН СССР до 1986 г.

Идея получения сеточных уравнений путем минимизации квадратичного функционала была предложена Р. Курантом (1943). Он показал, что кусочно-линейные базисные функции в методе Ритца приводят к стандартной пятиточечной схеме для оператора Лапласа. Однако эта идея не была воспринята.

В работе Л.А.Оганесяна (см. [1]) был получен первый результат по сходимости МКЭ. Для задачи Неймана для уравнения Пуассона в прямоугольнике была получена оценка скорости сходимости МКЭ на основе кусочно-линейных функций с порядком $O(h)$, где h – шаг сетки, в энергетической норме в предположении, что решение исходной краевой задачи принадлежит пространству С.Л. Соболева $W_2^2(\Omega)$. Вариационный метод получения сеточных уравнений (схем МКЭ) в [1] позволил свести получение оценок скорости сходимости к вопросу об аппроксимации функций из пространства $W_2^2(\Omega)$ кусочно-линейными функциями.

В 1973 и 1974 гг. была издана на ротапринте монография Л.А. Оганесяна, В.Я. Ривкинда и Л.А. Руховца “Вариационно-разностные методы решения эллиптических уравнений” (см. [2], [3]), в которой были отражены результаты исследований Л.А. Оганесяна и его учеников по МКЭ за предшествующий период. Это была первая математическая монография по МКЭ в нашей стране и одна из первых в мире. В 1979 г. Л.А. Оганесяном и Л.А. Руховцом (см. [4]) была издана меньшая по объему, но содержащая много новых результатов монография по МКЭ с тем же названием.

Остановимся на основных результатах в области МКЭ, полученных Леонардом Амаяковичем, большая часть которых опубликована в “Журнале вычислительной математики и математической физики”.

В [5] в прямоугольной области для вырождающегося эллиптического уравнения второго порядка были построены схемы МКЭ, получены оценки скорости сходимости, оценена обусловленность матриц схем МКЭ; для получения оптимальной по точности скорости сходимости метода в этой работе использовалось сгущение сетки, основанное на замене переменных. Эта работа оказалась очень важной в методическом отношении.

В [6]–[10] для линейных эллиптических уравнений второго порядка с переменными коэффициентами в областях с гладкой и кусочно-гладкой границей построены и исследованы схемы МКЭ на нерегулярной сетке на основе кусочно-линейных восполнений. Для первой и третьей краевых задач в областях с гладкой границей в [6], [7], [9], [10] получены оценки скорости сходимости в норме пространства $W_2^1(\Omega)$ порядка $O(h)$.

Наряду с областями с гладкими границами рассмотрены вопросы применения МКЭ для областей с кусочно-гладкими границами. Как известно, наличие угловых точек у границы области, а также точек "стыка" первой и третьей краевых задач, может повлечь несуммируемость с квадратом вторых производных решений в окрестности этих точек. Для таких задач в [5], [9] предложен МКЭ в новых переменных, переход к которым эквивалентен сгущению сетки в окрестностях угловых точек. Для так построенных схем МКЭ на основе кусочно-линейных (в новых переменных) функций получены оценки скорости сходимости (см. [5]), имеющие ту же асимптотику по параметру h (h в данном случае – это величина шага сетки вне окрестностей угловых точек), что и для областей с гладкой границей. Исследования задач с особенностями были продолжены: результаты этих исследований опубликованы в [3], а также в [4]. Так, для задач с особенностями предложен МКЭ, в котором наряду с кусочно-линейными функциями в качестве координатных используются так называемые "функции особенностей". Этот прием получил название метода аддитивного выделения особенностей. В [3] показано, что скорость сходимости предложенного варианта МКЭ для задач с особенностями та же, что и для задач в областях с гладкими границами. В [4] для задач с особенностями предложены схемы МКЭ на сгущающихся к угловым точкам нерегулярных сетках. Показано, что сохранив то же, что и в задачах для областей с гладкой границей, число узлов сетки, сгущение сетки обеспечивает скорость сходимости МКЭ порядка $O(h)$ в норме пространства $W_2^1(\Omega)$. Результаты из [9], [3] для задач с особенностями были одними из первых.

Л.А. Оганесяном был поставлен вопрос о точности полученных оценок скорости сходимости схем МКЭ. На основе понятия n-поперечника по А.Н. Колмогорову в [9] было показано, что оценки скорости сходимости в [5], [6], [7], [9] точны по порядку. Этот подход использовался во всех работах Л.А. Оганесяна и его учеников как критерий качества полученных оценок скорости сходимости.

В [5]–[9], [3], наряду с оценками скорости сходимости, были получены оценки обусловленности матриц схем МКЭ. Для уравнений второго порядка было доказано, что при использовании триангуляции из треугольников со сторонами, имеющими длину порядка $O(h)$, и невырождающимися углами (при $h \longrightarrow 0$), число обусловленности матриц схем МКЭ имеет порядок $O(h^{-2})$.

Наряду с оценками скорости сходимости в энергетической норме или эквивалентной ей норме пространства $W_2^1(\Omega)$ для уравнений второго порядка были получены оценки скорости сходимости схем МКЭ в норме пространства $L_2(\Omega)$ со вторым по h порядком (см. [10]). Такие же оценки несколько ранее были получены Обеном и Ницше. Эти оценки позволили получить шкалу оценок скорости сходимости в нормах дробных пространств.

В [10] для схем МКЭ для эллиптических уравнений второго порядка в областях с гладкой границей и более гладкими, чем из $L_2(\Omega)$, правыми частями при использовании сеток, которые не регулярны только в приграничной полосе области Ω ширины порядка $O(h)$, были получены оценки скорости сходимости в сеточных нормах с порядком $O(h^{1+\mu})$ при условии, что точное решение u принадлежит пространству $W_2^{2+\mu}(\Omega)$, $0 < \mu < 1/2$, и с порядком $O(h^{3/2}\ln h^{-1})$, если $u \in W_2^{2.5}(\Omega)$, и, наконец, с порядком $O(h^{3/2})$, если $u \in W_2^{2.5+\varepsilon}(\Omega)$, $\varepsilon > 0$. Получение подобных оценок основано не на теоремах аппроксимации функций, а на оценках близости билинейных форм. Полученная в [10] оценка скорости сходимости МКЭ в сеточных нормах была первой, выявившей наличие у схем МКЭ так называемой "суперсходимости".

В [3], [4], [11], [12] построены схемы МКЭ для краевых задач для бигармонического уравнения в области с гладкой границей. Для первой краевой задачи, а также для второй краевой задачи, в которой одно краевое условие основное, а второе – естественное, построены и исследованы схемы МКЭ на регулярной сетке на основе кусочно-эрмитовых восполнений. Для построения схем МКЭ на регулярной сетке в этих работах используется та же идея, что и в [8] для первой краевой задачи для эллиптических уравнений второго порядка: основные краевые условия аппроксимированы естественными с использованием разложения решения по формуле Тейлора в приграничной полосе. Получены точные по порядку оценки скорости сходимости. Отметим, что в [11], [12] как для первой краевой задачи, так и для задачи с естественными краевыми условиями предложена достаточно простая замена неизвестных параметров, которая дает обусловленность матриц схем МКЭ порядка $O(h^{-4})$, такую же, как и в прямоугольной области.

Ряд результатов был получен для начально-краевых задач для линейных параболических уравнений в областях произвольной формы. Так, в [13] построены неявные разностные схемы

МКЭ и получены точные по порядку оценки скорости сходимости, в том числе в норме пространства $L_2(Q)$, где $Q = \Omega \times (0, T)$. Неулучшаемость по порядку полученных оценок скорости сходимости была доказана на основе двусторонних оценок n-поперечников по А.Н. Колмогорову.

Отметим еще работу [14], посвященную построению и исследованию сходимости МКЭ для системы уравнений плоской задачи теории упругости. В работе получены точные по порядку оценки погрешности метода.

Работы по развитию метода конечных элементов были активно поддержаны Гурием Ивановичем Марчуком: в Вычислительном центре СО АН СССР стали проводиться исследования по этой тематике. В 1973 г. была проведена в ВЦ СО АН СССР первая в стране всесоюзная конференция, в которой принимали участие Леонард Амаякович и его ученики. В разработке теории МКЭ в начале 70-х гг. принял участие С.Г. Михлин, которому принадлежит большой вклад в развитие вариационных методов математической физики. Большой интерес и внимание к МКЭ проявила О.А. Ладыженская.

Таким образом, в работах Леонарда Амаяковича Оганесяна в период 1963—1980 гг. для линейных эллиптических уравнений второго и четвертого порядка с переменными коэффициентами в областях с гладкой и кусочно-гладкой границей построены и исследованы схемы метода конечных элементов. На основе предложенных Л.А. Оганесяном и его учениками алгоритмов был создан пакет прикладных программ по решению задач тепломассопереноса, который использовался вычислительными центрами различных предприятий г. Ленинграда. Работы Л.А. Оганесяна и его учеников получили широкую международную известность.

В коллективе, составляющем сегодня Санкт-Петербургский экономико-математический институт, Л.А. Оганесян работал с 1959 г. по 1985 г. Он является одним из создателей коллектива института. С 1964 г. по 1985 г. он руководил лабораторией численных методов. Под руководством Л.А. Оганесяна защищено 10 кандидатских диссертаций. Трое из его учеников стали докторами наук.

Тематика исследований лаборатории численных методов не ограничивалась только методом конечных элементов. Фактическая роль ЛОЦЭМИ как вычислительного центра учреждений Академии наук в Ленинграде способствовала участию лаборатории в решении задач, связанных с прогнозом ленинградских наводнений, а затем с обоснованием проекта защиты города от наводнений. В этих исследованиях Леонард Амаякович был не только руководителем, но и активным участником. Улучшение качества прогнозов наводнений было тесно связано с разработкой численных методов решения гиперболических систем уравнений первого порядка и, в частности, уравнений мелкой воды. Эта тематика в 60-е и 70-е годы занимала заметное место в работах лаборатории численных методов. В рамках исследований по обоснованию проекта защиты Ленинграда от наводнений была решена интересная задача об оценке вероятностей катастрофических наводнений. Эти оценки были использованы при выборе высоты защитных дамб. Результаты этих исследований нашли отражение в монографии “Диагностические расчеты штормовых нагонов”, написанной Л.А. Оганесяном и С.В. Сивашинским (см. [15]).

Следует отметить, что Леонард Амаякович отличался широтой научных интересов. Он принял участие в создании и применении математических моделей геофизической гидротермодинамики океана (см. [16]—[19]). В этих работах его соавторами были сотрудники Ленинградского отделения Института океанологии АН СССР.

Последние годы Леонард Амаякович Оганесян был сотрудником Института озероведения РАН. По его инициативе и под его руководством был создан ряд математических моделей для воспроизведения циркуляции и температурного режима Ладожского озера. Тяжелая болезнь на многие годы оторвала его от работы, от научного творчества, которыми он занимался всегда, не считаясь ни с какими временны́ми ограничениями.

Коллеги и ученики относились к Леонарду Амаяковичу Оганесяну с глубоким уважением и любовью. Леонард Амаякович отличался исключительной принципиальностью в оценках научных результатов. Он хорошо разбирался в сопредельных разделах математики и всегда охотно консультировал ученых других специальностей по проблемам численного анализа. Леонард Амаякович щедро делился идеями со своими учениками.

Леонард Амаякович был разносторонним человеком, он прекрасно разбирался в музыке и часто бывал в филармонии, многие годы ходил в горные походы.

Вклад Леонарда Амаяковича в вычислительную математику трудно переоценить. Леонард Амаякович останется в нашей памяти как очень яркий человек, талантливый ученый, посвятивший свою жизнь любимой науке.

СПИСОК ОСНОВНЫХ РАБОТ Л.А. ОГАНЕСЯНА

1. Численный расчет плит // Решение инженерных задач на электронно-вычислительных машинах. ЦБТИ, ЛСНХ, 1963. С. 85–97.
2. Вариационно-разностные методы решения эллиптических уравнений // Дифференциальные уравнения и их применение. В. 5. Вильнюс, 1973 (совм. с В.Я. Ривкиндом, Л.А. Руховцом).
3. Вариационно-разностные методы решения эллиптических уравнений // Дифференциальные уравнения и их применение. В. 8. Вильнюс, 1974 (совм. с В.Я. Ривкиндом, Л.А. Руховцом).
4. Вариационно-разностные методы решения эллиптических уравнений. Ереван: Изд-во АН АрмССР, 1979 (совм. с Л.А. Руховцом).
5. Оценки сходимости конечно-разностных схем для вырожденных эллиптических уравнений // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1965. Т. 5. № 2. С. 351–357 (совм. с Ю.А. Гусманом).
6. Сходимость разностных схем при улучшенной аппроксимации границы // Докл. АН СССР. 1966. Т. 170. № 1. С. 41–44.
7. Сходимость разностных схем при улучшенной аппроксимации границы // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1966. Т. 6. № 6. С. 1029–1042.
8. Вариационно-разностная схема на регулярной сетке для задачи Дирихле // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1971. Т. 11. № 6. С. 1595–1603.
9. О вариационно-разностных схемах для линейных эллиптических уравнений второго порядка в двумерных областях с кусочно-гладкой границей // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1968. Т. 8. № 1. С. 97–114 (совм. с Л.А. Руховцом).
10. Исследование скорости сходимости вариационно-разностных схем для эллиптических уравнений второго порядка в двумерной области с гладкой границей // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1969. Т. 9. № 5. С. 1102–1120 (совм. с Л.А. Руховцом).
11. Вариационно-разностные методы решения первой краевой задачи для бигармонического уравнения // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1972. Т. 12. № 5. С. 1234–1244.
12. Вариационно-разностные схемы на регулярной сетке для бигармонического уравнения // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1975. Т. 15. № 2. С. 372–383 (совм. с С.В. Зунделевичем).
13. Скорость сходимости конечно-разностных схем для двумерных линейных параболических уравнений // Вариационно-разностные методы решения задач математической физики. Новосибирск, ВЦ СО АН СССР, 1976. С. 27–36 (совм. с Ю.Р. Акопяном).
14. ВРС для решения плоской задачи теории упругости // Вариационно-разностные методы решения задач математической физики. Новосибирск, ВЦ СО АН СССР, 1974 (совм. с Л.А. Руховцом).
15. Диагностические расчеты штормовых нагонов. Л.: Гидрометеоиздат, 1983 (совм. с С.В. Сивашинским).
16. Численный эксперимент по сезонной изменчивости глобальной циркуляции в баротропном океане // Изв. АН СССР, ФАО, 1972. Т. 8. № 10 (совм. с Д.Л. Лайхтманом, Б.А. Каганом, Р.В. Пясковским).
17. Двумерная термическая модель Мирового океана // Изв. АН СССР, ФАО, 1974. Т. 10. № 10 (совм. с Д.Л. Лайхтманом, Б.А. Каганом, Р.В. Пясковским).
18. Численный эксперимент по общей циркуляции океана // Океанология. 1975. Т. 15. Вып. 1 (совм. с Д.Л. Лайхтманом, Б.А. Каганом, Р.В. Пясковским).
19. О глобальной циркуляции в двухслойном океане // Океанология. 1976. Т. 16. Вып. 1 (совм. с Б.А. Каганом, О.А. Андреевым).

Сдано в набор 10.01.2014 г. Подписано к печати 2.04.2014 г. Дата выхода в свет 20 еж. Формат $60 \times 88^1/_8$
Цифровая печать Усл. печ. л. 22.0 Усл. кр.-отт. 3.1 тыс. Уч.-изд. л. 21.9 Бум. л. 11.0
Тираж 137 экз. Зак. 131 Цена свободная

Учредители: Российская академия наук, Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН

Издатель: Российская академия наук. Издательство “Наука”, 117997, Москва, Профсоюзная ул., 90
Оригинал-макет подготовлен МАИК “Наука/Интерпериодика”
Отпечатано в ППП «Типография “Наука”», 121099, Москва, Шубинский пер., 6