

# Math-Net.Ru

All Russian mathematical portal

L. G. D'yachkov, G. A. Kobzev, Излучение электрона при рассеянии на потенциальной яме. Связь между сечениями тормозного излучения и упругого рассеяния,  
*TVT*, 1982, Volume 20, Issue 3, 582–584

<https://www.mathnet.ru/eng/tvt6339>

Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that you have read and agreed to these terms of use  
<https://www.mathnet.ru/eng/agreement>

Download details:

IP: 18.97.9.173

April 27, 2025, 10:00:45



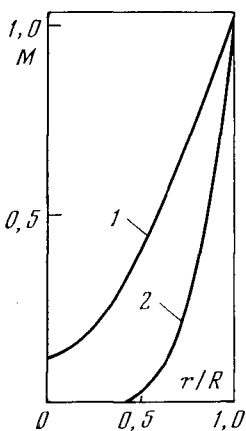


Рис. 2

Рис. 2. Радиальные стационарные распределения молекул галогенида меди для  $\gamma(0)$ : 1 - 0,05; 2 - 0,5 ( $\kappa=10$ )

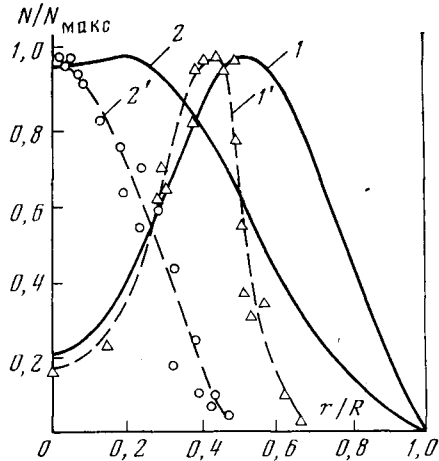


Рис. 3

Рис. 3. Сравнение в относительных единицах распределения средней мощности генерации по радиусу разрядной трубки [3] (пунктирные кривые) и рассчитанных в данной работе радиальных распределений атомов меди (сплошные кривые): 1' - средняя мощность генерации 2 Вт; 2' - 10,3. Расчеты проведены для: 1 -  $\kappa=50$ ;  $\alpha=0,9$ ;  $\gamma=0,1$ ;  $R_D=0,7 R$ ; 2 - 50; 0,5; 0,05; 0,5 R

лазерах на парах галогенидов меди с большой частотой следования импульсов возбуждения молекулы на оси разряда практически отсутствуют, диссоциация молекул происходит около стенки трубки, распределение атомов меди по радиусу при определенных условиях может быть немонотонным, с провалом на оси разряда.

Институт высоких температур  
Академии наук СССР

Поступило в редакцию  
15.VI.1981

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Батенин В. М., Заякин А. А., Климовский И. И. Кинетика рекомбинации атомов меди в лазерах на парах галогенидов меди. - Квантовая электроника, 1980, т. 7, с. 1813.
2. Олейник Ю. М., Рогожин А. В. Релаксационные процессы в разряде лазера на галогенидах меди. - Квантовая электроника, 1977, т. 4, с. 1575.
3. Nerheim N. M., Bhanji A. M., Russel G. R. - IEEE J. Quant. Electronics, 1978, v. QE-14, p. 686.
4. Исеев А. А., Казарян М. А., Леммерман Г. Ю. и др. Импульсная генерация на переходах атома меди в разряде в парах бромистой и хлористой меди. - Квантовая электроника, 1976, т. 3, с. 1800.

УДК 533.932

#### ИЗЛУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОНА ПРИ РАССЕЯНИИ НА ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ЯМЕ. СВЯЗЬ МЕЖДУ СЕЧЕНИЯМИ ТОРМОЗНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ И УПРУГОГО РАССЕЯНИЯ

Дьячков Л. Г., Кобзев Г. А.

В работе [1] рассмотрено тормозное излучение электрона при рассеянии на потенциальной яме и исследовано влияние изменения размеров ямы, приводящего к появлению или исчезновению уровня, на спектр излучения. Использована модель с прямоугольным потенциалом, что позволило получить аналитическую зависимость сечения от глубины ямы и исследовать ее вблизи критического значения, соответствующего появлению связанного состояния. В данном сообщении приводится более простой, чем в приложении А [1], вывод формулы для сечения тормозного излучения электрона при рассеянии на прямоугольном потенциале, и, исходя из этой формулы, обсуждается связь между сечениями тормозного излучения и упругого рассеяния в условиях неприменимости низкочастотного приближения.

В сферически симметричном потенциальном поле сечение тормозного излучения выражается формулой [2]

$$\frac{d\sigma_{E'E}}{d\omega} = \frac{4\pi^2\omega}{3c^3E'} \sum_{l=0}^{\infty} [l(R_{E,l}^{E',l-1})^2 + (l+1)(R_{E,l}^{E',l+1})^2], \quad (1)$$

где  $\omega = E' - E$ . Радиальные матричные элементы могут быть записаны тремя способами: как матричные элементы радиуса, скорости или ускорения [2]. В данном случае удобно воспользоваться последним способом. Тогда имеем (в атомных единицах)

$$R_{E,l}^{E',l\pm 1} = \omega^{-1} \int_0^{\infty} P_{E,l}(r) \frac{dV(r)}{dr} P_{E',l\pm 1}(r) dr,$$

где  $P$  – радиальные волновые функции;  $V(r)$  – потенциал. Для прямоугольной ямы радиуса  $a$  глубиной  $V_0$   $dV/dr = V_0\delta(r-a)$ . Следовательно

$$R_{E,l}^{E',l\pm 1} = \omega^{-1} V_0 P_{E,l}(a) P_{E',l\pm 1}(a). \quad (2)$$

Подставляя (2) в (1), получим для течения тормозного излучения

$$\frac{d\sigma_{E'E}}{d\omega} = \frac{4\pi^2 V_0^2}{3c^3 E' \omega} \sum_{l=0}^{\infty} P_{E,l}^2(a) [l P_{E',l-1}^2(a) + (l+1) P_{E',l+1}^2(a)]. \quad (3)$$

Аналогичным образом можно получить сечение фотоприлипания (формула (2) из [1]).

Используя (3), найдем связь сечений тормозного излучения и упругого рассеяния. В литературе эта связь неоднократно рассматривалась в приближении медленных электронов  $E'a^2 \ll 1$  и низких частот  $\omega \ll E'$  (см., например, [3–5]). В данной работе установлена связь между двумя сечениями в случае, когда оба из указанных неравенств могут не выполняться.

Предположим, что энергия электрона в конечном состоянии мала,  $Ea^2 \ll 1$ , а глубина ямы близка к критической  $V_0$ , соответствующей порогу рождения некоторого  $l$ -уровня,  $(V_0 - V_0) a^2 \ll 1$ . Последнее означает, что в яме существует слабосвязанный, виртуальный или квазидискретный уровень. Для  $P_{E,l}^2(a)$  имеем [1]

$$P_{E,l}^2(a) = \frac{\sigma_l(E)}{2(2l+1)\pi^2 k a^2} \left[ \frac{\kappa}{k} \frac{j_{l-1}(\kappa a)}{j_l(\kappa a)} j_l(ka) - j_{l-1}(ka) \right], \quad (4)$$

где  $k^2 = 2E$ ,  $\kappa^2 = k^2 + 2V_0$ ;  $\sigma_l = 4\pi(2l+1)k^{-2} \sin^2 \delta_l$  – парциальное сечение упругого рассеяния;  $j_l$  – сферические функции Бесселя. Учитывая, что  $V_0^{1/2} a$  является нулем  $j_{l-1}$ , выражение в квадратных скобках в (4) разложим по степеням малых параметров. Ограничиваясь главным членом разложения, получим

$$P_{E,l}^2(a) = \{[(2l-1)!!]^2 / 2(2l+1)\pi^2 a (ka)^{2l-1}\} \sigma_l(E).$$

Если в яме есть слабосвязанный или виртуальный  $s$ -уровень ( $l=0$ ) или квазидискретный уровень ( $l>0$ ), обусловленный центробежным барьером, то имеет место резонансное рассеяние [6]. Когда  $E$  близко к резонансу, сечение рассеяния определяется парциальной волной, соответствующей резонансу. Тогда можно записать

$$d\sigma_{E'E}/d\omega = (ka)^{-2l+1} \sigma_l(E) \omega^{-1} F(E'), \quad (5)$$

$$F(E') = \frac{2[(2l-1)!!]^2 V_0^2}{3(2l+1)c^3 a E'} [l P_{E',l-1}^2(a) + (l+1) P_{E',l+1}^2(a)].$$

Предполагается, что  $\omega$  превышает резонансную ширину, так что  $E'$  далека от резонанса и  $\sigma_l(E')$  мало по сравнению с  $\sigma_l(E)$ .

Таким образом, при резонансном рассеянии на квазидискретном, виртуальном или слабосвязанном уровне сечение тормозного излучения имеет резонансоподобную структуру вблизи коротковолнового порога ( $\omega = E'$ ,  $E=0$ ) и выражается через сечение упругого рассеяния. Хотя (5) получено для прямоугольной ямы, подобное соотношение справедливо, по-видимому, в общем случае короткодействующего потенциала. Действительно, оно обусловлено свойствами волновой функции при малых  $E$ , которые определяются в основном асимптотикой потенциала и слабо зависят от его формы на малых расстояниях.

1. Дьячков Л. Г., Кобзев Г. А. Тормозное излучение вблизи порога образования уровня.— ТВТ, 1981, т. 19, № 4, с. 686.
2. Сибельман И. И. Введение в теорию атомных спектров. М.: Физматгиз, 1977, с. 238.
3. Фирсов О. Б., Чибисов М. И. Тормозное излучение медленных электронов на нейтральных атомах.— ЖЭТФ, 1960, т. 39, № 6, с. 1770.
4. Касьянов В. А., Старостин А. Н. Тормозное излучение при резонансном рассеянии в молекулярном газе.— Физика плазмы, 1978, т. 4, № 1, с. 120.
5. Виноградов Ан. В. Условия применимости низкочастотного приближения в задаче об одноквантовом тормозном излучении. М., ФИАН, препринт № 197, 1980.
6. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. М.: Наука, 1974, с. 626, 633.

УДК 621.313.12:538.4

## ОПТИМАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ РАБОТЫ ВЗРЫВНЫХ МГД-ГЕНЕРАТОРОВ

Милицев В. Б., Фортон В. Е.

Одними из наиболее перспективных компактных источников импульсной электроэнергии представляются взрывные МГД-генераторы [1–3], способные обеспечить в частотном режиме импульсы электроэнергии до 10 МДж за времена  $10^{-6} - 10^{-3}$  с [2]. Рабочим телом в этих устройствах служит ударно сжатая плазма аргона, ксенона и воздуха, генерируемая за фронтом мощных ударных волн, которые образуются при детонации взрывчатых веществ. Основным элементом конструкции таких МГД-генераторов являются взрывные ударные трубы, способные реализовать широкий диапазон скоростей ударных волн  $D \sim 5-100$  км/с [4] в газах с начальным давлением  $p_0 = 10-10^6$  Па. Представляет интерес оценить возможные параметры такого рода взрывных МГД-генераторов в зависимости от параметров генерируемых взрывов ударных волн.

Анализ принципиальной электрической схемы МГД-генераторов показал наличие оптимальных условий выделения энергии на омической нагрузке  $\epsilon_1$  в зависимости от параметра  $\gamma = L/(R_n + R_{\text{н}})$  [2, 5] ( $L$  — скорость изменения индуктивности;  $R_n$  и  $R_{\text{н}}$  — сопротивления плазменного сгустка и внешней нагрузки). Уравнения электротехники допускают аналитическое решение для случая  $D = \text{const}$ ,  $L = \text{const}$ ,  $R_n = \text{const}$ ,  $R_{\text{н}} = \text{const}$  [2], использованием которого ограничимся в данной работе. Параметр  $\gamma$  связан с магнитным числом Рейнольдса потока  $Re_m = \mu_0 \sigma U l$  ( $\sigma$  — электропроводность плазменного сгустка;  $U$  — массовая скорость движения потока;  $l$  — толщина проводящего поршня) соотношением [2]

$$\gamma = (1-k) Re_m \delta / l, \quad k = R_n / (R_n + R_{\text{н}}).$$

Здесь  $\delta$  — эффективная глубина токового слоя в плазме,  $\delta \ll l$ . В данных расчетах считалось для определенности  $k = 0,5$ , что обеспечило максимальные значения  $\epsilon_1$  при  $Re_m \ll 1$ . При  $Re_m \gg 1$  задача об оптимизации  $\epsilon_1$  по  $k$  требует отдельного рассмотрения. Таким образом, в сделанных предположениях задача о нахождении оптимальных скоростей ударных волн в рабочем газе при характерных величинах  $l$  для получения максимальных величин энергии, выделившейся в омической нагрузке, сводится к нахождению электропроводности и массовой скорости плазмы за фронтом ударного разрыва и последующему определению значений  $\epsilon_1 / w_0$  ( $w_0$  — энергия начального магнитного поля) в соответствии с соотношениями, приведенными в [2].

Расчет параметров ударно сжатой плазмы аргона и ксенона производился путем совместного решения гидродинамических и термодинамических уравнений для одномерного и стационарного потока [6]. При распространении ударных волн в этих газах при  $p_0 \gg 10^5$  Па с  $D \gg 4$  км/с за фронтом ударного разрыва реализуется плазма с сильным кулоновским взаимодействием (параметр неидеальности  $\Gamma = e^2 / k T r \gg 1$ ;  $r$  — радиус экранирования). В данных расчетах неидеальность заряженной компоненты учитывалась [7] в рамках дебаевского приближения в большом каноническом ансамбле, отталкивание тяжелых частиц на малых расстояниях воспроизводилось виртуальным разложением. Такая модель с приемлемой точностью описывает имеющиеся ударно-волновые данные по уравнению состояния неидеальной плазмы [7]. Электропроводность ксенона вычислялась [8] в приближении Фроста, а используемые при этом сечения рассеяния электронов на ионах рассчитывались с учетом конечных размеров ионов ксенона — эффекта, существенно влияющего на проводимость сильно разогретой неидеальной плазмы [8]. Методика такого расчета и сравнение его с экспериментальными данными подробно изложены в [8]. Значения электропроводности плазмы аргона взяты из [9, 10].

Для определения термодинамических параметров и состава ударно сжатого воздуха использовались таблицы [11]. Электропроводность рассчитывалась затем в адди-