



Math-Net.Ru

All Russian mathematical portal

V. I. Denisov, V. G. Turyshev, Extension of the parametrized post-Newtonian formalism to the case of a quasi-Lorentz frame of reference,
TMF, 1989, Volume 81, Number 2, 301–314

<https://www.mathnet.ru/eng/tmf5374>

Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that you have read and agreed to these terms of use

<https://www.mathnet.ru/eng/agreement>

Download details:

IP: 18.97.9.170

May 25, 2025, 02:21:07



©

РАСШИРЕНИЕ ПАРАМЕТРИЗОВАННОГО ПОСТНЬЮТОНОВСКОГО ФОРМАЛИЗМА НА СЛУЧАЙ КВАЗИЛОРЕНЦЕВСКОЙ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА

Денисов В. И., Турышев В. Г.

Показано, что использование постньютоновской метрики в канонической системе отсчета в ряде случаев является физически неоправданным. Рассмотрены основные соотношения постньютоновского формализма для метрических теорий гравитации в квазилоренцевской системе отсчета с введением нового параметра. Получены условия существования законов сохранения.

ВВЕДЕНИЕ

В последнее время для теоретического исследования различных гравитационных эффектов, происходящих в гравитационном поле Солнечной системы, стал чаще привлекаться параметризованный постньютоновский формализм [1, 2], который позволяет с единых позиций описать приближение слабого поля для целого ряда метрических теорий гравитации. В этом формализме метрика эффективного риманова пространства-времени, создаваемая некоторым телом, представляется в виде суммы различных обобщенных гравитационных потенциалов с произвольными коэффициентами, называемыми постньютоновскими параметрами. Традиционно эту метрику принято записывать в так называемой канонической калибровке, в которой пространственная часть метрического тензора диагональна ($g_{12}=g_{13}=g_{23}=0$) и, кроме того, компонента g_{00} не содержит членов вида $\frac{\partial^2}{\partial t^2} \int \rho_0(y, t) |x-y| dy$:

$$(1) \quad \begin{aligned} g_{00} = & 1 - 2U + 2\beta U^2 - (2\gamma + 2 + \alpha_3 + \xi_1) \Phi_1 + \xi_1 A + 2\xi_w \Phi_w - \\ & - 2[(3\gamma + 1 - 2\beta + \xi_2) \Phi_2 + (1 + \xi_3) \Phi_3 + 3(\gamma + \xi_4) \Phi_4] - \\ & - (\alpha_1 - \alpha_2 - \alpha_3) w_\nu w^\nu U + \alpha_2 w^\beta w^\nu U_{\beta\nu} + (\alpha_1 - 2\alpha_2) w^\nu V_\nu + O(\epsilon^6), \\ g_{0\alpha} = & \frac{1}{2}(4\gamma + 3 + \alpha_1 - \alpha_2 + \xi_1) V_\alpha + \frac{1}{2}(1 + \alpha_2 - \xi_1) W_\alpha - \\ & - \frac{1}{2}(\alpha_1 - 2\alpha_2) w_\alpha U + \alpha_2 w^\beta U_{\alpha\beta} + O(\epsilon^5), \\ g_{\alpha\beta} = & \gamma_{\alpha\beta}(1 + 2\gamma U) + O(\epsilon^4), \end{aligned}$$

где w^α — пространственные компоненты скорости канонической системы отсчета относительно некоторой универсальной системы покоя, γ_{mn} — галилеевский метрический тензор с сигнатурой (+, -, -, -). Обобщенные гравитационные потенциалы, входящие в это выражение, имеют вид

$$(2) \quad U = \int \frac{\rho_0 dy}{|x-y|}, \quad \Phi = - \int \frac{\rho_0 v^\nu v_\nu}{|x-y|} dy,$$

$$\begin{aligned} \Phi_2 &= \int \frac{\rho_0 U dy}{|x-y|}, & \Phi_3 &= \int \frac{\rho_0 \Pi}{|x-y|} dy, \\ \Phi_4 &= \int \frac{p dy}{|x-y|}, & V^\alpha &= -\int \frac{\rho_0 v^\alpha dy}{|x-y|}, \\ W^\alpha &= \int \frac{\rho_0 v_\beta (x^\alpha - y^\alpha) (x^\beta - y^\beta)}{|x-y|^3} dy, \\ A &= \int \frac{\rho_0 [v_\beta (x^\beta - y^\beta)]^2}{|x-y|^3} dy, & U^{\alpha\beta} &= \int \rho_0 \frac{(x^\alpha - y^\alpha) (x^\beta - y^\beta)}{|x-y|^3} dy, \\ \Phi_w &= \int \rho_0(y, t) \rho_0(z, t) \frac{x^\beta - y^\beta}{|x-y|^3} \left\{ \frac{x_\beta - z_\beta}{|y-z|} - \frac{y_\beta - z_\beta}{|x-z|} \right\} dy dz, \end{aligned}$$

где ρ_0 — инвариантная плотность массы идеальной жидкости, v^α — компоненты ее трехмерной скорости, p — изотропное давление, $\rho_0 \Pi$ — плотность внутренней энергии.

Однако уже первый опыт построения постньютоновских разложений метрических теорий гравитации показал, что существуют теории, у которых в исходной системе отсчета, как правило, неподвижной относительно далеких звезд, либо компоненты пространственной части метрического тензора не равны нулю, либо компоненты g_{00} содержат член вида $\frac{\partial^2}{\partial t^2} \int \rho_0(y, t) \cdot$

$|x-y| dy$. В этом случае авторами формализма [1] было рекомендовано после построения постньютоновского разложения осуществлять координатное преобразование

$$(3) \quad x'^n = x^n + \xi^n(x^k),$$

выбирая $\xi^n(x^k)$ так, чтобы в новой координатной системе метрика этой теории имела канонический вид (1). Следует отметить, что выбор стандартной калибровки был продиктован лишь соображениями удобства [2], какого-либо физического смысла ему не придавалось. Однако использование канонической системы координат не всегда является оправданным. Дело здесь заключается в том, что согласно хроногеометрической классификации [3] координатное преобразование (3) с вектором $\xi^\alpha(\mathbf{r}, t) \sim O(\varepsilon^2)$ в общем случае не оставляет нас в первоначальной системе отсчета, а переводит в другую, наблюдатели которой движутся неинерциальным образом относительно первоначальной системы. Следовательно, эти две системы отсчета в общем случае не являются физически эквивалентными для определения сохраняющихся величин и исследования различных гравитационных эффектов. Поэтому возникает необходимость специально изучить те новые элементы, которые привносят в формулировку постньютоновского формализма учет этого обстоятельства.

1. МЕТРИКА И ПОСТНЬЮТОНОВСКИЕ ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ

Рассмотрим некоторую обобщенную метрическую теорию гравитации, постньютоновское разложение метрики которой в канонической системе отсчета имеет вид (1). Предположим теперь, что каноническая система отсчета для данной теории является неинерциальной и связана с непо-

движной относительно далеких звезд квазилоренцевской системой отсчета преобразованием

$$(4) \quad x_c^\alpha = x_n^\alpha + \xi^\alpha(x_n^\beta, t_n), \quad \xi^\alpha = -\tau \chi^\alpha(x^\beta, t),$$

где $\chi(x, t) = \int \rho_0(y, t) |x-y| dy$, а τ — некоторый новый параметр.

Преобразование (4) изменяет пространственную часть метрического тензора по следующему закону:

$$g_{mn}^H(x_n^k) = g_{mn}^C(x_n^k) - \xi_{m,n} - \xi_{n,m}.$$

Учитывая явный вид 4-вектора $\xi^k(x^\beta, t) = (0, \xi^\alpha(x^\beta, t))$, для метрики в квазилоренцевской системе отсчета с постньютоновской степенью точности будем иметь

$$(5) \quad \begin{aligned} g_{00}^H(x_n^k) &= g_{00}^C(x_n^k) + 2\tau \Gamma_{00}^{\alpha\alpha} \chi_{,\alpha} + O(\epsilon^6), \\ g_{0\alpha}^H(x_n^k) &= g_{0\alpha}^C(x_n^k) - \tau \chi_{,0\alpha} + O(\epsilon^5), \\ g_{\alpha\beta}^H(x_n^k) &= g_{\alpha\beta}^C(x_n^k) - 2\tau \chi_{,\alpha\beta} + O(\epsilon^4). \end{aligned}$$

Символ Кристоффеля $\Gamma_{00}^{\alpha\alpha}$ в рассматриваемом приближении равен $U_{,\alpha}$. Для окончательной записи нам необходимо еще представить все обобщенные потенциалы как функции переменных квазилоренцевской системы отсчета, поскольку в новой координатной системе должна отсутствовать информация о старой системе отсчета. Так как нам необходимо получить все выражения лишь с постньютоновской точностью, то легко убедиться, что нетривиальный вклад в метрику может дать только ньютоновская часть компоненты g_{00} — потенциал U . Так как плотность массы покоя, измеренная в сопутствующей локально лоренцевской системе отсчета $\rho(x_n^\beta, t_n)$ является инвариантом, а величина $(-g)^{1/2} u^0 dx$ представляет собой инвариантный собственный элемент объема, где u^n — 4-скорость материи, то можно записать

$$\rho_0(x_c^\beta, t_c) dx_c = \rho_0(x_n^\beta, t_n) \sqrt{\frac{g(x_n^\beta, t_n) u_n^0}{g(x_c^\beta, t_c) u_c^0}} dx_n [1 + O(\epsilon^4)].$$

Учитывая явный вид преобразования (4), отсюда будем иметь

$$\rho_0(x_c^\beta, t_c) dx_c = \rho_0(x_n^\beta, t_n) dx_n [1 + 2\tau U(x_n^\beta, t_n) + O(\epsilon^4)].$$

Легко убедиться, что

$$\frac{1}{|x_c - y_c|} = \frac{1}{|x_n - y_n|} + \tau \frac{(x_n^\beta - y_n^\beta)}{|x_n - y_n|^3} \chi^{,\beta}(x_n^\nu, t_n).$$

Используя последние два выражения, а также полезное соотношение

$$\Phi_w = -U^2 - \Phi_2 + U_{,\epsilon} \chi^{,\epsilon} - \int \rho_0 \frac{(x_\beta - y_\beta)}{|x - y|^3} \chi^{,\beta} dy$$

и опуская в этих выражениях значок «н», получим

$$U(x_c^\alpha, t_c) = U + \tau \{ \Phi_2 - \Phi_w - U^2 + U_{,\epsilon} \chi^{,\epsilon} \},$$

где в правой части стоят потенциалы, записанные уже в новой системе отсчета.

В итоге метрический тензор эффективного риманова пространства-времени (5) в квазилоренцевской системе отсчета будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned}
 (6) \quad g_{00} &= 1 - 2U + 2(\beta + \tau)U^2 - (2\gamma + 2 + \alpha_3 + \xi_1)\Phi_1 + \\
 &+ \xi_1 A + 2(\xi_w + \tau)\Phi_w - 2[(3\gamma + 1 - 2\beta + \tau + \\
 &+ \xi_2)\Phi_2 + (1 + \xi_3)\Phi_3 + 2(\gamma + \xi_4)\Phi_4] - (\alpha_1 - \alpha_2 - \\
 &- \alpha_3)w_\nu w^\nu U + \alpha_2 w^\beta w^\nu U_{\beta\nu} + (\alpha_1 - 2\alpha_3)w^\nu V_\nu + O(\epsilon^6), \\
 g_{0\alpha} &= 1/2(4\gamma + 2\tau + 3 + \alpha_1 - \alpha_2 + \xi_1)V_\alpha + \\
 &+ 1/2(1 - 2\tau + \alpha_2 - \xi_1)W_\alpha - 1/2(\alpha_1 - 2\alpha_2)w_\alpha U + \alpha_2 w^\beta U_{\alpha\beta} + O(\epsilon^5), \\
 g_{\alpha\beta} &= \gamma_{\alpha\beta}(1 + 2(\gamma + \tau))U + 2\tau U_{\alpha\beta} + O(\epsilon^4).
 \end{aligned}$$

Таким образом, при описании движения вещества с постньютоновской степенью точности различные метрические теории гравитации в квазилоренцевской системе отсчета могут отличаться друг от друга значениями уже не десяти, а одиннадцати постньютоновских параметров.

Следует особо подчеркнуть, что т. к. каноническая и квазилоренцевская системы отсчета в общем случае являются физически неэквивалентными, то никаким переопределением постньютоновских параметров в выражении (6) их число нельзя уменьшить до десяти.

Изучим, к каким новым физическим следствиям приводит наличие параметра τ в выражении (6). Прежде всего выясним, при выполнении каких соотношений метрическая теория гравитации может обладать в постньютоновском приближении законами сохранения энергии, импульса и момента импульса для вещества и гравитационного поля вместе взятых. Для этого, как известно [4], нам необходимо, используя выражения (6), а также определение плотности тензора энергии-импульса вещества

$$(7) \quad T^{mn} = \sqrt{-g} \{ [\rho_0(1 + \Pi) + p] u^m u^n - p g^{mn} \},$$

ковариантное уравнение сохранения плотности тензора энергии-импульса вещества в римановом пространстве-времени преобразовать в ковариантный закон сохранения суммы симметрических тензоров энергии-импульса гравитационного поля t_g^{mn} и вещества t_m^{mn} в плоском пространстве-времени:

$$(8) \quad \nabla_m T^{mn} = 0 \Rightarrow D_m (t_g^{mn} + t_m^{mn}) = 0.$$

Следует отметить, что полученные на этом пути условия являются необходимыми, но не достаточными для существования в той или иной метрической теории гравитации законов сохранения, т. к. при решении этого вопроса последнее слово всегда остается за полным анализом конкретной метрической теории гравитации.

Записывая уравнение (8) при $n=0$ и подставляя в него соответствующие постньютоновские выражения для компонент тензора энергии-импульса вещества T^{mn} и связностей Γ_{nm}^k риманова пространства-времени, после тождественных преобразований получим

$$\frac{\partial}{\partial t} t^{00} + \partial_\beta t^{\alpha\beta} = \rho O(\epsilon^5),$$

где

$$(9) \quad \begin{aligned} t^{00} &= t_g^{00} + t_m^{00} = \rho [1 + \Pi - 1/2 v_\nu v^\nu + (1 - a_1) U] + \\ &+ \frac{1}{8\pi} (3 - 2a_1) U_{,\beta} U^{,\beta} + \rho O(\varepsilon^4), \\ t^{0\alpha} &= t_g^{0\alpha} + t_m^{0\alpha} = \rho v^\alpha [1 + \Pi - 1/2 v_\nu v^\nu + (1 - a_1) U + p/\rho] + \\ &+ \frac{1}{4\pi} (a_1 - 1) U_{,\beta} U^{,\beta} + \frac{1}{4\pi} (a_1 - 2) U_{,\beta} [V^{\alpha,\beta} - V^{\beta,\alpha}] + \rho O(\varepsilon^5), \end{aligned}$$

а a_1 — произвольное число.

Для приведения соотношения (8) при $n = \alpha$ к требуемому виду воспользуемся известными [1, 2, 4] тождествами, за исключением соотношения для $\rho \Phi_w^{,\alpha}$, которое запишем в более корректной форме:

$$(10) \quad \begin{aligned} \rho \Phi_w^{,\alpha} &= \frac{1}{2\pi} \frac{\partial}{\partial t} \{U_{,0} U_{,0}^{\alpha}\} + \frac{1}{4\pi} \partial_\beta \left\{ 2\Gamma^{\alpha\beta} \left(\Phi_w - U_{,e} \chi^e + \frac{3}{4} U^2 \right) + \right. \\ &+ 4\pi\rho (U_{,e} \chi^{e,\beta} + U_{,e}^{\beta} \chi^{,\alpha}) - (\partial^\beta \partial_e \psi^e \cdot \chi^{,\alpha} + \partial^\alpha \partial_e \psi^e \cdot \chi^{,\beta} - \gamma^{\alpha\beta} \partial_\nu \partial_e \psi^e \cdot \chi^{,\nu} + \\ &+ 2\gamma^{\alpha\beta} \partial_e \psi^e \cdot U) - \gamma^{\alpha\beta} (U_{,0})^2 \left. \right\} + U_{,e} \left[2p - \rho v_\nu v^\nu - \frac{1}{4\pi} \partial_e \partial^e A + \right. \\ &+ \left. \frac{1}{8\pi} \partial_e U \cdot \partial^e U \right], \end{aligned}$$

где введены обозначения

$$\Gamma^{\alpha\beta}(f) = 1/2 [U_{,e} f^{,\beta} + U_{,e}^{\beta} f^{,\alpha} - \gamma^{\alpha\beta} U_{,\nu} f^{,\nu}],$$

$$\psi^\alpha = \int \frac{\rho_0(\mathbf{y}, t) U_{,0}^{\alpha}}{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|} dy, \quad h^{\alpha\beta} = \int \rho_0(\mathbf{y}, t) \frac{v^\alpha v^\beta}{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|} dy.$$

Отличие выражения (10) от традиционного используемого [1, 2, 5] состоит в том, что в нем под знаком трехмерной дивергенции ∂_β отсутствуют слагаемые с третьей производной по координатам от ψ^α . Наличие же третьих производных от этой величины в силу известного соотношения

$$\partial_\alpha \partial_\beta \frac{1}{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|} = \frac{4\pi}{3} \gamma_{\alpha\beta} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}) + \frac{\gamma_{\alpha\beta}}{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|^3} + 3 \frac{(x_\alpha - y_\alpha)(x_\beta - y_\beta)}{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|^5}$$

эквивалентно включению в компоненты $t^{\alpha\beta}$ полного тензора энергии-импульса вещества и гравитационного поля членов, пропорциональных градиентам от плотности вещества $\partial_\alpha \rho$ и давления $\partial_\alpha p$, что совершенно недопустимо в рамках параметризованного постньютоновского формализма [1, 2].

Приведем также ряд тождеств, которые ранее не встречались:

$$(11) \quad \begin{aligned} -2\rho U^{\alpha\beta} U_{,\beta} &= \frac{1}{\pi} \frac{\partial}{\partial t} \{U_{,0} U_{,0}^{\alpha}\} + \frac{1}{4\pi} \partial_\beta \{ 2(\psi^{e,\beta} \chi_{,e}^\alpha + \\ &+ \psi^{e,\alpha} \chi_{,e}^\beta - \gamma^{\alpha\beta} \psi^e \cdot \chi_{,e}^\nu) + 2U(\psi^{\beta,\alpha} + \psi^{\alpha,\beta} - \gamma^{\alpha\beta} \psi^e \cdot \chi_{,e}^\nu) - \\ &- 2(\psi^\alpha U_{,0}^{\beta} + \psi^\beta U_{,0}^{\alpha} - \gamma^{\alpha\beta} \psi^e U_{,e}^\nu) - 2\gamma^{\alpha\beta} (U_{,0})^2 \} + \\ &+ U_{,e} \left[4p - 2\rho v_\nu v^\nu - \frac{1}{2\pi} \partial_e \partial^e A \right] + 2\rho \psi^\alpha, \\ 2\rho v_\beta U^{\alpha\beta}_{,0} &= \frac{1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial t} \{ -2U_{,0} U_{,0}^{\alpha} + 2U_{,e} (V^{e,\alpha} - V^{\alpha,e}) \} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{4\pi} \partial_{\beta} \{ 2(V^{\varepsilon, \beta} \chi_{, 0\varepsilon}{}^{\alpha} + V^{\varepsilon, \alpha} \chi_{, 0\varepsilon}{}^{\beta} - \gamma^{\alpha\beta} V^{\varepsilon}{}_{, \nu} \chi_{, 0\varepsilon}{}^{\nu}) + \\
& + 2(U,^{\beta} V^{\alpha}{}_{, 0} + U,^{\alpha} V^{\beta}{}_{, 0} - \gamma^{\alpha\beta} U,^{\nu} V^{\nu}{}_{, 0}) + 2U,^0 (V^{\alpha, \beta} + V^{\beta, \alpha}) \} - 2\rho V^{\alpha}{}_{, 0}, \\
& \rho v^{\varepsilon} v^{\beta} (U^{\alpha}{}_{, \varepsilon\beta} + U^{\alpha}{}_{, \beta\varepsilon} - U_{\beta\varepsilon}{}^{\alpha}) = \frac{1}{4\pi} \partial_{\beta} \{ \Gamma^{\alpha\beta} (4\Phi_4) - (\partial^{\beta} h^{\nu\varepsilon} \chi_{, \nu\varepsilon}{}^{\alpha} + \\
& + \partial^{\alpha} h^{\nu\varepsilon} \chi_{, \varepsilon\nu}{}^{\beta} - \gamma^{\alpha\beta} \partial_{\lambda} h^{\nu\varepsilon} \chi_{, \nu\varepsilon}{}^{\lambda}) - 2(\partial^{\alpha} h^{\nu\beta} + \partial^{\beta} h^{\nu\alpha}) U,^{\nu} - \\
& - 2(\partial_{\nu} h^{\nu\beta} U,^{\alpha} + \partial_{\nu} h^{\nu\alpha} U,^{\beta}) + 2\gamma^{\alpha\beta} \partial_{\nu} h^{\nu\varepsilon} U,^{\varepsilon} + 2\partial_{\nu} h^{\alpha\beta} U,^{\nu} \} + \\
& + U,^{\alpha} \left[2\rho v_{\varepsilon} v^{\varepsilon} + \frac{1}{4\pi} \partial_{\varepsilon} \partial^{\varepsilon} A - 2p \right] - 2\rho\psi^{\alpha} + 2\rho V^{\alpha}{}_{, 0}.
\end{aligned}$$

В результате уравнение (8) приводится к виду

$$\frac{\partial}{\partial t} t^{\alpha 0} + \partial_{\beta} t^{\alpha\beta} = Q^{\alpha},$$

где

$$\begin{aligned}
(12) \quad t^{\alpha 0} & = t_g^{\alpha 0} + t_m^{\alpha 0} = \rho v^{\alpha} (1 - 1/2 v_{\nu} v^{\nu} + \Pi + (2\gamma + 2\tau + 1) U + p/\rho) - \\
& - \frac{1}{8\pi} (4\gamma + 2 + \alpha_1 - 2\alpha_2 + 2\xi_1 + 4\xi_4 + 4\tau) U,^{\alpha} U,^0 + \\
& + \frac{1}{8\pi} (4\gamma + 4\tau + 4 + \alpha_1) U,^{\varepsilon} (V^{\varepsilon, \alpha} - V^{\alpha, \varepsilon}) - \\
& - \frac{\alpha_2}{4\pi} w_{\beta} U,^{\alpha} U,^{\beta} + \frac{\alpha_1}{8\pi} w^{\alpha} U,^{\varepsilon} U,^{\varepsilon} + \rho O(\varepsilon^5),
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(13) \quad Q^{\alpha} & = U,^{\alpha} [\xi_3 \rho \Pi + (3\xi_4 + 2\xi_w) p - (\xi_2 - \xi_w) \frac{1}{8\pi} U,^{\nu} U,^{\nu} - \\
& - \frac{1}{2} (\alpha_3 + \xi_1 + 2\xi_w) \rho v_{\varepsilon} v^{\varepsilon} - \frac{1}{8\pi} (\xi_1 + 2\xi_w) \partial_{\varepsilon} \partial^{\varepsilon} A - \alpha_3 \rho v^{\nu} w_{\nu}].
\end{aligned}$$

Компоненты $t^{\alpha\beta}$ полного тензора энергии-импульса нам в дальнейшем не потребуются, поэтому приводить их здесь нецелесообразно. Так как в общем случае выражение для Q^{α} не может быть представлено [5, 6] в виде четырехмерной дивергенции от какой-либо комбинации обобщенных гравитационных потенциалов и характеристик идеальной жидкости, то и законы сохранения имеют место не в каждой метрической теории гравитации. Для тех же теорий гравитации, которые обладают всеми законами сохранения, должно выполняться условие $Q^{\alpha} = 0$, откуда следует, что в этих теориях постньютоновские параметры обязаны удовлетворять соотношениям

$$(14) \quad \xi_3 = 0, \quad 3\xi_4 + 2\xi_w = 0, \quad \xi_2 = \xi_w, \quad \xi_1 + 2\xi_w = 0, \quad \alpha_3 = 0.$$

Таким образом, в метрических теориях гравитации, обладающих законами сохранения, выражения (9), (12) при условиях (14) мы можем использовать в качестве постньютоновских разложений полного тензора энергии-импульса системы, состоящей из вещества и гравитационного поля. Для того чтобы этот тензор позволял получать все десять интегральных законов сохранения для замкнутой системы в псевдоевклидовом пространстве-времени, необходима, как известно, симметрия этого тензора: $t^{mn} = t^{nm}$. Сравнивая выражения (9) и (12), легко убедиться, что для выполнения

этого условия необходимо положить

$$(15) \quad \alpha_1 = \alpha_2 = 0, \quad a_1 = -2\gamma - 2\tau.$$

Таким образом, выполнение соотношений (14) и (15) является необходимым, но не достаточным условием существования в метрических теориях законов сохранения энергии, импульса и момента для вещества и гравитационного поля вместе взятых. Поэтому из одиннадцати параметров в силу существования семи соотношений (14) и (15) независимыми являются лишь четыре. В качестве таких параметров удобно выбрать параметры β , γ , $\xi_w = \xi$ и τ . Тогда из соотношений (14) и (15) с необходимостью получаем, что в метрических теориях гравитации, обладающих всеми законами сохранения, постньютоновские параметры должны удовлетворять следующим соотношениям:

$$(16) \quad \xi_w = \xi, \quad \xi_1 = -2\xi, \quad \xi_2 = \xi, \quad \xi_4 = -^2/3\xi, \quad \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \xi_3 = 0.$$

Таким образом, с точки зрения получения законов сохранения переход от канонической системы отсчета к квазилоренцевской системе не накладывает дополнительных ограничений на значения параметров.

В то же время постньютоновский параметр τ нельзя устранить из выражений (12) и (16) переопределением какого-либо из других параметров, что свидетельствует о его независимой роли в метрических теориях гравитации.

Полученные выражения (9) и (12) для компонент t^{00} и $t^{0\alpha}$ можно использовать для описания распределения в пространстве плотности энергии и, естественно, плотности импульса всей системы. Интегрируя их по всему пространству и учитывая легко проверяемые соотношения

$$(17) \quad \int dV \rho W^\alpha = \int dV \rho U^{\alpha\beta} v_\beta, \quad \int dV \rho V^\alpha = - \int dV \rho U v^\alpha,$$

будем иметь

$$(18) \quad P^0 = \int dV \rho [1 + \Pi^{-1/2} v_\nu v^\nu - ^1/2 U + O(\epsilon^4)],$$

$$P^\alpha = \int dV \rho \{ [1 + \Pi^{-1/2} v_\nu v^\nu + p/\rho - ^1/2 (1+2a) U] v^\alpha -$$

$$- a V^{\alpha+1/2} (1+2b) W^\alpha - b v_\nu U^{\alpha\nu} + O(\epsilon^5) \},$$

где a и b — произвольные числа.

Следует отметить, что хотя последнее из выражений (18) и зависит функционально от выбора постоянных a и b , его величина в силу соотношений (17) остается неизменной при любом выборе этих постоянных.

Для построения уравнения движения системы протяженных тел в создаваемом ими гравитационном поле нам необходимо найти в явном виде выражения для плотности энергии-импульса каждого из тел системы, справедливые для всех метрических теорий гравитации, обладающих законами сохранения. Эти выражения, очевидно, однозначным образом задаются структурой каждой теории гравитации и должны приводить к таким уравнениям движения тел, которые могут быть получены из лагранжевой формулировки. Так как каких-либо дополнительных сведений о структуре таких теорий мы не имеем, то для решения поставленной задачи поступим следующим образом. Используя имеющийся произвол в выборе постоян-

ных a и b в выражении (18), примем в качестве плотности энергии t^{00} и плотности импульса $t^{0\alpha}$ каждого из тел системы следующие выражения:

$$(19) \quad \begin{aligned} t^{00} &= \rho [1 + \Pi - \frac{1}{2} v_\nu v^\nu - \frac{1}{2} U], \\ t^{0\alpha} &= \rho \{ [1 + \Pi - \frac{1}{2} v_\nu v^\nu + p/\rho - \frac{1}{2} (1 + 2a) \times \\ &\quad \times U] v^\alpha - a V^\alpha + \frac{1}{2} (1 + 2b) W^\alpha + b v_\nu U^{\alpha\nu} \}. \end{aligned}$$

Постоянные же a и b выберем исходя из требования возможности лагранжевой формулировки для уравнений движения тел, полученных на основе определений (19).

2. ФУНКЦИЯ ЛАГРАНЖА И УРАВНЕНИЯ ПОСТНЬЮТОНОВСКОГО ДВИЖЕНИЯ ДЛЯ ДВУХ ПРОТЯЖЕННЫХ ТЕЛ

Таким образом, для получения уравнения движения протяженных тел ковариантное уравнение сохранения (8) нам прежде всего необходимо привести к виду

$$(20) \quad \frac{\partial}{\partial t} t^{0\alpha} = \mathcal{F}^\alpha,$$

где $t^{0\alpha}$ определяется выражением (19), а \mathcal{F}^α представляет собой всю оставшуюся часть уравнения (8) и может рассматриваться как плотность силы, действующей на вещество. После тождественных преобразований с использованием соотношений (16), (19) из уравнения (8) получим

$$(21) \quad \begin{aligned} \mathcal{F}^\alpha &= -\rho U^{,\alpha} - (\gamma + 1 - \xi) \rho \Phi_{1,\alpha} - \xi \rho A^{,\alpha} - \\ &\quad - (3\gamma + 1 - 2\beta + \tau + \xi) \rho \Phi_{2,\alpha} - \rho \Phi_{3,\alpha} - (3\gamma - \\ &\quad - 2\xi) \rho \Phi_{4,\alpha} + (\xi + \tau) \rho \Phi_{w,\alpha} - \frac{1}{2} (3 + 2a + \\ &\quad + 4\gamma + 2\tau) \rho v^\alpha v_\nu U^{,\nu} - \rho U^{,\alpha} [\Pi - \\ &\quad - \frac{1}{2} (1 + 2\gamma) v_\nu v^\nu - \frac{1}{2} (3 + 2a + 2b - 2\gamma + \\ &\quad + 4\tau) p/\rho - \frac{1}{2} (1 + 2a + 4\beta + 4\gamma + \\ &\quad + 8\tau) U] + \frac{1}{2} (1 + 4b + 4\tau) \rho v_\nu W^{\nu,\alpha} + \\ &\quad + \frac{1}{2} (3 - 4b + 4\gamma - 4\tau) \rho v_\nu V^{\nu,\alpha} - \\ &\quad - \frac{1}{2} (3 - 2b + 4\gamma + 2a) \rho v_\nu V^{\alpha,\nu} + \\ &\quad + (b - \xi + \tau) \rho W^{\alpha,0} - \frac{1}{2} (3 + 2a + 4\gamma - \\ &\quad - 2\xi + 2\tau) \rho V^{\alpha,0} - (b + \tau) \rho v_\nu v_\beta U^{\alpha\beta,\nu} - \\ &\quad - \frac{1}{2} (3 + 2a + 4\gamma - 2b) \rho v^\alpha U_{,0} + \\ &\quad + (b + 2\tau) \rho U^{\alpha\nu} U_{,\nu} + \partial_\beta \{ -T^{\alpha\beta} - \\ &\quad - b p U^{\alpha\beta} - \frac{1}{2} (3 + 2a) \gamma^{\alpha\beta} p U + \rho v^\beta [a V^\alpha + \\ &\quad + \frac{1}{2} (3 + 2a) v^\alpha U - \frac{1}{2} (1 + 2b) W^\alpha + \\ &\quad + b v_\nu U^{\alpha\nu}] \} + \rho \partial^\alpha O(\varepsilon^6). \end{aligned}$$

Рассмотрим теперь систему, состоящую из двух протяженных тел, занимающих объемы V_1 и V_2 и находящихся на расстоянии, значительно превышающем их линейные размеры. Выражение для сохраняющейся плотности массы идеальной жидкости в этом случае можно записать в виде

$$(22) \quad \rho(x, t) = \rho_1(x, t) + \rho_2(x, t),$$

где плотность $\rho_1(x, t)$ отлична от нуля в объеме V_1 , а плотность $\rho_2(x, t)$ — в объеме V_2 . Уравнения движения каждого из тел можно получить, если проинтегрировать соотношение (19) по объемам, занимаемым этими телами. Интегрируя выражение (19) по объему V_1 , найдем уравнения движения для первого тела

$$(23) \quad \frac{d}{dt} P_1^\alpha = F_{12}^\alpha = \int_{(V_1)} \mathcal{F}^\alpha dV.$$

Совершенно аналогичные соотношения могут быть получены и для второго тела. Используя выражения (19), можно показать, что при выполнении условий (16) полный импульс двойной системы будет сохраняться: $P_1^\alpha + P_2^\alpha = \text{const}$. И хотя в общем случае эта константа отлична от нуля, мы всегда можем [2] совершить постгалилеевское преобразование к такой квазилоренцевской системе отсчета, где она равна нулю. Поэтому, не ограничивая общности, будем считать, что полный импульс двойной системы равен нулю. Следуя работе [4], введем строгие понятия инертной массы m и радиуса-вектора центра масс Y^α , определив их следующим образом:

$$m = \int t^{00} dV, \quad mY^\alpha = \int t^{0\alpha} X^\alpha dV.$$

С постньютоновской степенью точности отсюда будем иметь

$$(24) \quad m_1 = \int \rho_1 [1 + \Pi^{-1/2} v_\nu v^\nu - 1/2 U + O(\epsilon^4)] dV,$$

$$m_1 Y^\alpha = \int \rho_1 [1 + \Pi^{-1/2} v_\nu v^\nu - 1/2 U + O(\epsilon^4)] dV X^\alpha.$$

Определим также суммарную массу покоя частиц этого тела $M_1 = \int \rho_1 dV$, не зависящую от времени в силу ковариантного уравнения неразрывности

$$\nabla_m [\rho_0 u^m] = \frac{1}{\sqrt{-g}} \left\{ \frac{\partial}{\partial t} \rho + \frac{\partial}{\partial x^\beta} (\rho v^\beta) \right\} = 0,$$

где $\rho = \rho_0 \sqrt{-g} u^0$ — сохраняющаяся плотность массы.

Так как в рассматриваемой нами системе отсчета импульс двойной системы равен нулю, то в ней центр масс двойной системы покоится. Поместим начало координат в центр масс двойной системы. Тогда радиус-вектор центра масс первого тела в этой системе координат обозначим $Y_{(1)}^\alpha$, второго тела — $Y_{(2)}^\alpha$, а их разность $Y_{(1)}^\alpha - Y_{(2)}^\alpha = R^\alpha$. На основании этого для произвольной точки первого тела имеем $X_{(1)}^\alpha = Y_{(1)}^\alpha + x_1^\alpha$, где x_1^α — радиус-вектор той же точки, но в системе координат, начало которой помещено в центр масс первого тела. Аналогичные соотношения можно написать и для радиуса-вектора любой точки второго тела. Так как в силу определения

$Y_{(1)}^\alpha$ и $Y_{(2)}^\alpha$ удовлетворяют соотношениям типа (24), отсюда следует, что

$$\int \rho_i x_i^\alpha [1 + \Pi^{-1/2} v_\nu v^\nu - 1/2 U + O(\epsilon^4)] dV = 0.$$

Кроме того, в выбранной нами системе центра масс радиусы-векторы взаимосвязаны и удовлетворяют соотношению

$$(25) \quad m_1 Y_{(1)}^\alpha + m_2 Y_{(2)}^\alpha = 0.$$

Выразим теперь энергию и импульс каждого из тел, а также действующие на них силы через радиусы-векторы центров масс и их скорости: $V_{(i)}^\alpha =$

$$= \frac{d}{dt} Y_{(i)}^\alpha, \quad V_{(i)}^\alpha = \frac{d}{dt} Y_{(i)}^\alpha. \quad \text{Все гравитационные потенциалы, входящие в мет-$$

рику (6), перепишем в терминах сохраняющейся плотности массы ρ_1 . Подставив соотношение (22) в выражения для потенциалов, выделим потенциалы, содержащие только плотность массы ρ_1 . Вводя обозначения для необходимых в дальнейшем величин

$$(26) \quad \begin{aligned} P_{(i)} &= \frac{1}{M_i} \int p_i dx, & \Pi_{(i)} &= \frac{1}{M_i} \int \rho_i \Pi dx, \\ \Omega_{(i)}^{\alpha\beta} &= -\frac{1}{2M_i} \int \rho_i \rho_i' \frac{(x^\alpha - x'^\alpha)(x^\beta - x'^\beta)}{|x - x'|^3} dx dx', \\ Q_{(i)}^{\alpha\beta} &= \frac{1}{2M_i} \int \rho_i v^\alpha v^\beta dx, & \Omega &= \Omega^v, & Q &= Q^v \end{aligned}$$

и представляя скорость движения каждого элемента объема первого тела в виде $v^\alpha = V_{(1)}^\alpha + v_1^\alpha$, где v_1^α — скорость движения элемента объема относительно центра масс первого тела, а затем разлагая подынтегральные выражения в ряды по степеням $1/R$, после интегрирования будем иметь

$$(27) \quad \begin{aligned} P_1^\alpha &= M_1 \{ V_{(1)}^\alpha [1 + \Pi_{(1)} - Q_{(1)} - \Omega_{(1)}] + \frac{M_2}{R} [a V_{(2)}^\alpha -^{1/2} (1 + 2a) V_{(1)}^\alpha + \\ &+ ^{1/2} (1 + 2b) n^\alpha n_\beta V_{(1)}^\beta] + O(\varepsilon^4) \}. \end{aligned}$$

Совершенно аналогично может быть записано выражение и для импульса второго тела. Получим теперь выражение для силы, действующей на первое тело. Интегрируя (24) по объему первого тела, найдем

$$(28) \quad \begin{aligned} F_{12}^\alpha &= -\frac{M_1 M_2}{R^2} \left\{ n^\alpha [1 + (2b - 2\gamma - 1 + 2\tau)(Q_{(1)} + Q_{(2)}) + \right. \\ &+ (b + 2 - 4\beta + 3\xi + \tau)(\Omega_{(1)} + \Omega_{(2)}) + \Pi_{(1)} + \Pi_{(2)} + (\gamma - ^{3/2} - a - b - 2\tau) \times \\ &\times (P_{(1)} + P_{(2)}) + 6(b + \tau) n_\beta n_\nu (Q_{(1)}^{\beta\nu} + Q_{(2)}^{\beta\nu}) - \\ &- ^{3/2} (1 + 4b + 4\tau) n_\nu n_\varepsilon V_{(1)}^\nu V_{(2)}^\varepsilon + 3(b + \tau - \xi) n_\nu n_\beta (\Omega_{(1)}^{\nu\beta} + \Omega_{(2)}^{\nu\beta}) + \\ &+ ^{1/2} (3 - 4b + 4\gamma - 4\tau) V_{(1)}^\nu V_{(2)\nu} + (b + a + 2\gamma + ^{3/2} - 2\xi + 2\tau) \times \\ &\times n_\nu (\Omega_{(1)}^{\alpha\nu} + \Omega_{(2)}^{\alpha\nu}) + (3 + 2a + 4\gamma + 2b + 4\tau) n_\nu (Q_{(1)}^{\alpha\nu} + Q_{(2)}^{\alpha\nu}) - \\ &- (2 + b + 2\gamma + a + 2\tau) n_\nu [V_{(1)}^\alpha V_{(2)}^\nu + V_{(2)}^\alpha V_{(1)}^\nu] - \\ &- (^{1/2} + a + 2\beta + 2\gamma + 2\tau - b) \frac{M_1 + M_2}{R} n^\alpha + \frac{2}{R^2} n_\beta [I_{(1)}^{\alpha\beta} + I_{(2)}^{\alpha\beta}] + \\ &+ \left. \frac{5}{R^2} n^\alpha n_\beta [I_{(1)}^{\beta\nu} + I_{(2)}^{\beta\nu}] \right\} + M_1 \partial^\alpha O(\varepsilon^5), \end{aligned}$$

где введены обозначения

$$I_{(i)}^{\alpha\beta} = \frac{1}{2M_i} \int dx \rho_{(i)} (3x^\alpha x^\beta - \gamma^{\alpha\beta} x_\nu x^\nu) \sim L_i^2.$$

Выражение для силы, действующей на второе тело, можно получить, сделав замену индексов (1) \leftrightarrow (2) и радиусов-векторов $R^\alpha \rightarrow -R^\alpha$. Легко убедиться, что $F_{12}^\alpha = -F_{21}^\alpha$, в результате чего полный импульс системы в постньютоновском приближении сохраняется и в выбранной нами системе отсчета он равен нулю.

Полученные выражения (27) и (28) для импульсов тел и действующих на них сил очевидным образом содержат произвольные постоянные a и b , не фиксируемые постньютоновским формализмом. Для определения их значений нам необходимо привлечь какие-либо дополнительные физические соображения. В качестве таковых уместно выбрать требование возможности лагранжевой формулировки для рассматриваемой нами задачи.

Для конкретной реализации этого требования необходимо определить, при каких значениях a и b полученные нами уравнения движения протяженных тел (23) могут быть приведены к лагранжевой форме, а затем построить соответствующее выражение для функции Лагранжа.

Принимая за обобщенные координаты радиусы-вектора центров масс тел двойной системы $Y_{(1)}^\alpha$ и $Y_{(2)}^\alpha$, а за обобщенные скорости — скорости их центров масс $V_{(1)}^\alpha$ и $V_{(2)}^\alpha$, в соответствии с идеологией лагранжева формализма мы должны обеспечить выполнение следующих равенств:

$$(29) \quad P_1^\alpha = \gamma^{\alpha\beta} \frac{\partial L}{\partial V_{(1)}^\beta}, \quad P_2^\alpha = \gamma^{\alpha\beta} \frac{\partial L}{\partial V_{(2)}^\beta},$$

$$F_{12}^\alpha = \gamma^{\alpha\beta} \frac{\partial L}{\partial Y_{(1)}^\beta}, \quad F_{21}^\alpha = \gamma^{\alpha\beta} \frac{\partial L}{\partial Y_{(2)}^\beta}.$$

Рассматривая соотношения (29) как систему дифференциальных уравнений в частных производных с известной левой частью, найдем те значения a и b , при которых она совместна. Условие совместности системы уравнений (29), как известно, эквивалентно требованию независимости смешанных частных производных функции Лагранжа L от порядка дифференцирования. Учитывая, что в нашем случае

$$\frac{\partial}{\partial Y_{(1)}^\alpha} = - \frac{\partial}{\partial Y_{(2)}^\alpha} = \frac{\partial}{\partial R^\alpha}, \quad F_{12}^\alpha = - F_{21}^\alpha,$$

эти условия запишем в виде

$$(30) \quad \frac{\partial P_{1\alpha}}{\partial V_{(1)}^\beta} = \frac{\partial P_{1\beta}}{\partial V_{(1)}^\alpha}, \quad \frac{\partial P_{2\alpha}}{\partial V_{(2)}^\beta} = \frac{\partial P_{2\beta}}{\partial V_{(2)}^\alpha},$$

$$\frac{\partial P_{2\alpha}}{\partial V_{(1)}^\beta} = \frac{\partial P_{1\beta}}{\partial V_{(2)}^\alpha}, \quad \frac{\partial F_{12\beta}}{\partial R^\alpha} = \frac{\partial F_{12\alpha}}{\partial R^\beta},$$

$$\frac{\partial P_{1\beta}}{\partial R^\alpha} = \frac{\partial F_{12\alpha}}{\partial V_{(1)}^\beta}, \quad \frac{\partial P_{2\beta}}{\partial R^\alpha} = \frac{\partial F_{12\alpha}}{\partial V_{(2)}^\beta}.$$

Представим теперь выражения (27) и (28) для импульсов тел и сил в виде явных функций от R^α , $V_{(1)}^\alpha$ и $V_{(2)}^\alpha$. Для этого скорость движения элементов объема каждого из тел запишем в виде

$$v_1^\alpha = V_{(1)}^\alpha + v_{(1)}^\alpha, \quad v_2^\alpha = V_{(2)}^\alpha + v_{(2)}^\alpha,$$

где $v_{(1)}^\alpha$ и $v_{(2)}^\alpha$ – скорости элементов объема первого и соответственно второго тел относительно их центров масс.

Учитывая известное соотношение

$$(31) \quad Q_{(i)}^{\alpha\beta} = 1/2 V_{(i)}^\alpha V_{(i)}^\beta + q_{(i)}^{\alpha\beta} + O(\varepsilon^4),$$

где

$$q_{(i)}^{\alpha\beta} = \frac{1}{2M_i} \int \rho_{(i)} v_i^\alpha v_i^\beta dx,$$

выражение для импульса первого тела запишем в виде

$$(32) \quad P_1^\alpha = M_1 \{ V_{(1)}^\alpha [1 + \Pi_{(1)} - q_{(1)v}^\nu - \Omega_{(1)} - 1/2 V_{(1)}^\nu V_{(1)\nu}] + \\ + \frac{M_2}{R} [a V_{(2)}^\alpha - 1/2 (1+2a) V_{(1)}^\alpha + 1/2 (1+2b) n^\alpha n_\beta V_{(2)}^\beta - \\ - b n^\alpha n_\beta V_{(1)}^\beta] + O(\varepsilon^4) \}.$$

Выражение для P_2^α получается из (33) заменой индексов (1) \leftrightarrow (2), а также $n^\alpha \rightarrow -n^\alpha$. Подставляя соотношения для P_1^α и P_2^α в систему (30), легко убедиться, что первые три уравнения удовлетворяются тождественно. Используя соотношение (28), приравняем затем коэффициенты при одинаковых степенях R^{-1} в пятом уравнении системы (30). В результате получим следующие соотношения: $a = -2\gamma - 3/2 - 2\tau$, $b = -2\tau$. Подставляя эти значения постоянных в выражение для импульса первого тела, находим

$$(33) \quad P_1^\alpha = M_1 \left\{ V_{(1)}^\alpha \left[1 + \Pi_{(1)} - 1/2 V_{(1)}^\nu V_{(1)\nu} + (2\gamma + 2\tau + 1) \frac{M_2}{R} - \right. \right. \\ \left. - q_{(1)v}^\nu - \Omega_{(1)} \right] + \frac{M_2}{R} [2\tau n^\alpha n_\beta V_{(1)}^\beta + 1/2 (1-4\tau) n^\alpha n_\beta V_{(2)}^\beta - \\ \left. - (3/2 + 2\gamma + 2\tau) V_{(2)}^\alpha \right] + O(\varepsilon^4) \}.$$

Аналогичное выражение можно получить и для импульса второго тела. Для сил, действующих на эти два тела, из соотношения (28) имеем

$$(34) \quad F_{12}^\alpha = -F_{21}^\alpha = -\frac{M_1 M_2}{R} \left\{ n^\alpha [1 - (2\gamma + 2\tau + 1) (q_{(1)v}^\nu + q_{(2)v}^\nu) + \right. \\ + 1/2 V_{(1)}^\nu V_{(1)\nu} + 1/2 V_{(2)}^\nu V_{(2)\nu}] + (2 - 4\beta - \tau + 3\xi) \times \\ \times (\Omega_{(1)} + \Omega_{(2)}) + \Pi_{(1)} + \Pi_{(2)} + (3\gamma + 2\tau) (P_{(1)} + P_{(2)}) - \\ - 3\tau n_\beta n_\nu (2q_{(1)}^{\nu\beta} + 2q_{(2)}^{\nu\beta} + V_{(1)}^\nu V_{(1)}^\beta + V_{(2)}^\nu V_{(2)}^\beta) - \\ - 3(\tau + \xi) n_\nu n_\beta (\Omega_{(1)}^{\nu\beta} + \Omega_{(2)}^{\nu\beta}) - 3/2 (1 - 4\tau) n_\nu n_\beta V_{(1)}^\nu V_{(2)}^\beta + \\ + (2\gamma + 2\tau + 3/2) V_{(1)}^\beta V_{(2)\beta}] - 2(\tau + \xi) n_\beta (\Omega_{(1)}^{\alpha\beta} + \Omega_{(2)}^{\alpha\beta}) - \\ - 4\tau n_\nu (q_{(1)}^{\alpha\nu} + q_{(2)}^{\alpha\nu} + 1/2 V_{(1)}^\alpha V_{(1)}^\nu + 1/2 V_{(2)}^\alpha V_{(2)}^\nu) - \\ \left. - 1/2 (1 - 4\tau) n_\beta (V_{(1)}^\alpha V_{(2)}^\beta + V_{(1)}^\beta V_{(2)}^\alpha) - (2\beta + 2\tau - 1) \frac{M_1 + M_2}{R} n^\alpha + \right\}$$

$$+ \frac{2}{R^2} n_{\beta} (I_{(1)}^{\alpha\beta} + I_{(2)}^{\alpha\beta}) + \frac{5}{R^2} n^{\alpha} n_{\beta} n_{\nu} (I_{(1)}^{\beta\nu} + I_{(2)}^{\beta\nu}) + O(\varepsilon^3) \}.$$

Используя эти выражения, легко убедиться, что все оставшиеся уравнения системы (30) выполняются тождественно.

Интегрируя систему уравнений (29), получаем следующую функцию Лагранжа для системы двух протяженных тел, движущихся в создаваемом ими гравитационном поле:

$$(35) \quad L = \frac{M_1}{2} \{ V_{(1)\varepsilon} V_{(1)}^{\varepsilon} [1 + \Pi_{(1)}^{-1/4} V_{(1)\beta} V_{(1)}^{\beta} - q_{(1)\varepsilon}^{\varepsilon} - \Omega_{(1)}] \} + \\ + \frac{M_2}{2} \{ V_{(2)\varepsilon} V_{(2)}^{\varepsilon} [1 + \Pi_{(2)}^{-1/4} V_{(2)\beta} V_{(2)}^{\beta} - q_{(2)\varepsilon}^{\varepsilon} - \Omega_{(2)}] \} - \\ - \frac{M_1 M_2}{R} [1 - (2\gamma + 2\tau + 1) (q_{(1)\varepsilon}^{\varepsilon} + q_{(2)\varepsilon}^{\varepsilon} + 1/2 V_{(1)}^{\varepsilon} V_{(1)\varepsilon} + \\ + 1/2 V_{(2)}^{\varepsilon} V_{(2)\varepsilon}) + (2 - 4\beta + 3\xi - \tau) (\Omega_{(1)} + \Omega_{(2)}) - \\ - 1/2 (1 - 4\tau) n_{\beta} n_{\nu} V_{(1)}^{\nu} V_{(2)}^{\beta} + (2\gamma + 2\tau + 3/2) V_{(1)\varepsilon} V_{(2)}^{\varepsilon} + \Pi_{(1)} + \Pi_{(2)} + \\ + (3\gamma + 2\tau) (P_{(1)} + P_{(2)}) - (\xi + \tau) n_{\beta} n_{\nu} (\Omega_{(1)}^{\beta\nu} + \Omega_{(2)}^{\beta\nu}) - \\ - 2\tau n_{\beta} n_{\nu} (q_{(1)}^{\beta\nu} + q_{(2)}^{\beta\nu} + 1/2 V_{(1)}^{\beta} V_{(1)}^{\nu} + 1/2 V_{(2)}^{\beta} V_{(2)}^{\nu}) - \\ - 1/2 (2\beta + 2\tau - 1) \frac{M_1 + M_2}{R} + \frac{1}{R^2} n_{\nu} n_{\beta} (I_{(1)}^{\nu\beta} + I_{(2)}^{\nu\beta})] + MO(\varepsilon^5).$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, постньютоновский параметр τ , не изменяя условий консервативности метрических теорий гравитации, явно входит в выражение (35) для функции Лагранжа системы из двух протяженных тел, и никаким переопределением других постньютоновских параметров γ , β , ξ он не может быть устранен из этого выражения. Это означает, что параметр τ играет существенную роль в постньютоновских уравнениях движения двойной системы и должен приводить к наблюдаемым на эксперименте постньютоновским эффектам. Это обстоятельство позволяет надеяться, что после проведения достаточного количества постньютоновских экспериментов параметр τ , так же как и другие параметры, может быть измерен.

Авторы считают своим долгом выразить глубокую благодарность академику А. А. Логунову за ценные обсуждения.

Литература

- [1] Will C. M., Nordvedt K., Jr. // *Astrophys. J.* 1972. V. 177. P. 757-774.
- [2] Will C. M. *Theory and experiment in gravitational physics.* Cambridge: Univ. Press., 1981.
- [3] Зельманов А. Л. // *ДАН СССР.* 1956. Т. 107. С. 815.
- [4] Денисов В. И., Логунов А. А., Мествиришвили М. А., Чугреев Ю. В. // *Тр. МИАН СССР.* 1985. Т. 167. С. 108-155.
- [5] Will C. M. // *Astrophys. J.* 1971. V. 169. P. 125-140.
- [6] Lee D. J., Lightman A. P., Ni W.-T. // *Phys. Rev. D.* 1974. V. 10. P. 1685-1700.

Научно-исследовательский институт
ядерной физики
Московского государственного
университета

Поступила в редакцию
22.XII.1988 г.

**EXTENSION OF THE PARAMETRISED POST-NEWTONIAN
FORMALISM TO THE CASE OF THE QUASI-LORENTZ
FRAME OF REFERENCE**

Denisov V. I., Turyshev V. G.

It is shown that using of the post-Newtonian metric in the canonical frame of reference is physically incorrect in some cases. Principal relationships of the post-Newtonian formalism for the metric-based theories of gravity are considered in the quasi-Lorentz frame of reference with the introduction of a new parameter. Conditions of the existence of conservation laws are obtained.