рема 7) обобщается на случай анизотропных пространств Бесова $B^{\vec{\alpha}}_{p,\infty}$, для которых все компоненты α_i вектора гладкости $\vec{\alpha}$ меньше единицы и $p > \sum_{i=1}^{n} \alpha_i^{-1}$ $(p = \infty)$.

Доказательство теоремы 7 сводится к теореме продолжения типа Уитни с помощью следующего результата. Пространство $\Lambda^{l,\alpha}_{\infty}(G)$, $l = 0, 1, \ldots, \alpha \in (0, 1]$, состоит из функций, определенных на области G, для которых конечна норма

$$\| f \|_{\Lambda^{l,\alpha}_{\infty}(G)} = \sup_{x \in G} |f(x)| + \sup_{x, y \in G} |\nabla_l f(x) - \nabla_l f(y)| / d_{\alpha, G}(x, y),$$

где ∇_l – градиент порядка l.

Теорема 8. *Пространство* $\Lambda^{l-1,1}_{\infty}(G) = W^l_{\infty}(G)$, $l \in N$, *и* $\Lambda^{l,\alpha}_{\infty}(G) = B^{l+\alpha}_{\infty,\infty}(G)$, $\alpha \in (0, 1)$, *при* $l = 0, 1, 2, \ldots$ *и операторы вложения изометричны.*

В заключение я выражаю благодарность проф. Ю.Г. Решетняку за внимание и поддержку и Перепелкину В.Г. за обсуждение результатов работы.

Новосибирский государственный университет
им. Ленинского комсомола

Поступило
15 VII 1985

ЛИТЕРАТУРА

1. *Водопьянов С.К.* В сб.: Некоторые приложения функционального анализа к задачам математической физики (Тр. сем. С.Л. Соболева). Новосибирск, 1984, № 2, с. 65–95. 2. *Бураго Ю.Д., Мазья В.Г.* – Зап. науч. семинаров ЛОМИ, 1967, № 3, с. 1–67. 3. *Альфорс С.* Лекции по квазиконформным отображениям. М.: Мир, 1969. 4. *Шварцман П.А.* Локальные приближения функций и теоремы продолжения. Ярославль, 1983. 30 с. Деп. ВИНИТИ, 1983, № 2025–83. 5. *Gol'dstein V.M., Vodop'janov S.K.* – C.R., 1981, vol. 293, Sér. 1, p. 581–584. 6. *Гольдштейн В.М.* Пространства дифференцируемых функций и квазиформные отображения. Автореф. докт. дис. Новосибирск, 1984. 7. *Jones P.W.* – Ind. Univ. Math. J., 1980, vol. 29, № 1, p. 41–65. 8. *Vodopianov S.K.* – Ciên. e Tecnol., 1982, № 6, p. 22–25. 9. *Adams D.R.* – Studia Math., 1973, vol. 48, p. 99–105. 10. *Мазья В.Г., Шапошникова Т.О.* – УМН, 1983, т. 38, вып. 3 (231), с. 23–86. 11. *Карлесон Л.* Избранные проблемы исключительных множеств. М.: Мир, 1971. 126 с. 12. *Водопьянов С.К., Гольдштейн В.М., Решетняк Ю.Г.* – УМН, 1979, т. 34, вып. 1, с. 17–62. 13. *Водопьянов С.К., Гольдштейн В.М.* В сб.: Некоторые вопросы современной теории функций. Новосибирск, 1976, с. 18–20. 14. *Романов А.С.* IX школа по теории операторов в функциональных пространствах. Тез. докл. Тернополь, 13–19 сентября 1984, с. 124. 15. *Коновалов В.Н.* Описание следов некоторых функций многих переменных. Препринт 84.21. Киев, 1984. 64 с.

УДК 519.14 МАТЕМАТИКА

Академик И.М. ГЕЛЬФАНД, В.В. СЕРГАНОВА

ОБ ОБЩЕМ ОПРЕДЕЛЕНИИ МАТРОИДА И ГРИДОИДА

В данной заметке мы предлагаем понятие (W, P)-матроида, в которое как естественный частный случай входят обычно изучаемые матроиды и большой класс гридоидов (см. [6, 7]). Это понятие с необходимостью возникло у нас при изучении геометрических и аналитических вопросов, связанных с общей теорией гипергеометрических функций [1] и стратов в компактных однородных пространствах G/P, на которых действует максимальный тор [2–4]. Нам представляется, что оно несомненно имеет самостоятельный интерес в комбинаторике.

Пусть W – группа Кокстера, т.е. группа с множеством образующих R, заданная соотношениями: $r^2 = 1$ для любого $r \in R$, $(r_1 r_2)^{m(r_1, r_2)} = 1$ для любых $r_1, r_2 \in R$, где $m(r_1, r_2) \in N \cup \infty$ (см. [5]).

Пусть $w \in W$. Минимальное число сомножителей в разложении $w = r_1 \cdot \ldots \cdot r_l$, где $r_i \in R$, называется **длиной** элемента w и обозначется $l(w)$. Частичное упорядочение Брюа на группе W определяется следующим образом: $w_1 \leqslant w_2$, если существуют s_1 и $s_2 \in W$ такие, что $w_2 = s_1 w_1 s_2$ и $l(w_2) = l(s_1) + l(w_1) + l(s_2)$.

С каждым $w \in W$ свяжем новое упорядочение на группе W так: $w_1 \overset{w}{\leqslant} w_2$, если $w^{-1} w_1 \overset{1}{\leqslant} w^{-1} w_2$. Очевидно, что введенное выше упорядочение Брюа совпадает с $\leqslant$.

Пусть L – произвольное подмножество группы W. Элемент $s \in L$ назовем w-**минимальным** в L, если для любого $u \in L$ $s \overset{w}{\leqslant} u$. Будем говорить, что **подмножество** $L \subseteq W$ **удовлетворяет условию минимальности**, если для любого $w \in W$ существует w-минимальный элемент в L.

Определение 1. Флаговым W-матроидом назовем пару (W, L), где W – группа Кокстера, а L – подмножество в W, удовлетворяющее условию минимальности.

Множество L будем называть **множеством баз флагового W-матроида**.

Пусть P – произвольное подмножество в R. Через W_P обозначим подгруппу в W, порожденную образующими из P. Подгруппы W_P называются параболическими подгруппами группы W. Обозначим через W^P множество левых смежных классов W/W_P. Пусть $\alpha \in W^P$, тогда левый смежный класс α, рассматриваемый как подмножество в W, удовлетворяет условию минимальности. Для произвольного класса $\alpha \in W^P$ через α_w обозначим w-минимальный элемент в α. Введем частичное упорядочение $\overset{w}{\leqslant}$ на множестве W^P, положив $\alpha \overset{w}{\leqslant} \beta$, если $\alpha_w \overset{w}{\leqslant} \beta_w$. Тогда для произвольного подмножества $L \subseteq W^P$ имеет смысл условие минимальности.

Определение 2. (W, P)-матроидом назовем тройку (W, P, L), где W – группа Кокстера, $P \subset R$ – подмножество образующих, а L – подмножество в W^P, удовлетворяющее условию минимальности. Множество L назовем **множеством баз данного (W, P)-матроида**.

Флаговый W-матроид (W, L) назовем W_P-**инвариантным**, если $W_P \cdot L = L$.

Предложение 1. *Пусть W – группа Кокстера, $P \subset R$. Естественная проекция W на W^P осуществляет взаимно однозначное соответствие между множеством W_P-инвариантных флаговых W-матроидов и множеством (W, P)-матроидов.*

Пример 1. Пусть $W = S_n$ – группа перестановок множества $I_n = \{1, \ldots, n\}$, R состоит из транспозиций $(i, i+1)$, $i = 1, \ldots, n-1$, а $P = R \setminus \{(k, k+1)\}$. Тогда $W_P = \{w \in W \mid w(I_k) = I_k\}$. Покажем, что в этом случае определение (W, P)-матроида совпадает с определением обычного матроида для конечного множества.

Множество W^P левых смежных классов группы $W = S_n$ по подгруппе W_P естественно отождествляется с множеством $B_k(I_n)$ всех k-элементных подмножеств в I_n. При этом отождествлении упорядочение Брюа в $B_k(I_n)$ имеет следующий вид: для любых $A, B \in B_k(I_n)$, $A = \{a_1, \ldots, a_k\}$, $B = \{b_1, \ldots, b_k$, где $a_1 < \ldots < a_k$, $b_1 < \ldots < b_k$, $A \leqslant B$, если $a_i \leqslant b_i$ для всех $i = 1, \ldots, k$. Произвольный элемент $w \in W$ задает новое линейное упорядочение в I_n: $w(1) < \ldots < w(n)$, которое определяет упорядочение $\overset{w}{\leqslant}$ в $B_k(I_n)$.

Теорема 1. *Пусть* $L \subseteq B_k(I_n) = W^P$. *Тройка* (W, P, L) *является* (W, P)-*матроидом тогда и только тогда, когда* L *есть множество баз некоторого матроида на множестве* I_n *ранга* k (*см.* [6]).

Пример 2. Выясним, как понятие гридоида с конечным алфавитом [7] связано с понятием (W, P_l)-матроида в случае, когда $W = S_n$, $P_l = \{(l+1, l+2), \ldots, (n-1, n)\}$.

Пусть задано некоторое множество букв S (алфавит). Мы будем рассматривать только случай $|S| < \infty$ и отождествлять S с I_n. Словом называется произвольная последовательность букв из S. Длину слова α обозначим $|\alpha|$. Произвольный набор слов $\mathfrak{L}$ называется языком. Язык $\mathfrak{L}$ называется гридоидом, если выполнены следующие условия:

1) $\phi \in \mathfrak{L}$;

2) любое слово $\alpha \in \mathfrak{L}$ не содержит повторяющихся букв;

3) для любого $\alpha \in \mathfrak{L}$ если $\alpha = \beta\gamma$, то $\beta \in \mathfrak{L}$;

4) если $\alpha, \beta \in \mathfrak{L}$ и $|\alpha| < |\beta|$, то существует $x \in \beta$ такое, что $\alpha x \in \mathfrak{L}$;

Из аксиомы 4) следует, что все максимальные слова гридоида $\mathfrak{L}$ имеют одну и ту же длину, которая называется рангом гридоида $\mathfrak{L}$. Максимальные слова гридоида $\mathfrak{L}$ называются базами.

Пусть $\mathfrak{L}$ – гридоид с алфавитом I_n ранга l. Тогда множество L его баз естественно отождествляется с некоторым подмножеством множества левых смежных классов W^{P_l}. С другой стороны, по каждому подмножеству $L \subseteq W^{P_l}$ можно построить язык $\hat{L}$, состоящий из всевозможных начальных отрезков слов из L.

Теорема 2. а) *Пусть* L – *множество баз* (W, P_l)-*матроида. Тогда* $\hat{L}$ – *гридоид.*

б) *Пусть* $\mathfrak{L}$ – *гридоид ранга* l *с алфавитом* I_n *такой, что* $i \in \mathfrak{L}$ *для любого* $i \in I_n$. *Тогда множество* L *баз гридоида* $\mathfrak{L}$ *является множеством баз некоторого* (W, P_l)-*матроида.*

Замечание. Для произвольного множества $P = R \setminus \{(k_1, k_1+1), \ldots, (k_m, k_m+1)\}$, $k_m \leqslant l$, (W, P_l)-матроид является W_P-инвариантным, если соответствующий ему гридоид вместе с каждым словом содержит все слова, полученные перестановкой букв с 1 по k_1, с k_1+1 по k_2 и т.д. Тем самым все матроиды, связанные с группой Кокстера S_n, являются гридоидами.

Пример 3. Пусть $J_n = \{1, \ldots, n, 1^*, \ldots, n^*\}$, и пусть в J_n задана инволюция $*$ такая, что $(i)^* = i^*$, $(i^*)^* = i$. Подмножество $A \subseteq J_n$ назовем изотропным, если $A \cap A^* = \phi$. Множество всех изотропных подмножеств в J_n обозначим $R(J_n)$, а множество k-элементных изотропных подмножеств – $R_k(J_n)$.

Пусть $L \subseteq R_k(J_n)$. Пару (J_n, L) назовем симплектическим матроидом ранга k, если выполнены условия:

1) для любых $A, B \in L$ и $a \in A \setminus B$ существует $b \notin B$ такой, что либо $(A \setminus \{a\}) \cup \{b\} \in L$, либо $(A \setminus \{a, b^*\}) \cup \{a^*, b\} \in L$;

2) для любых $A, B \in L$ и $b \in B \setminus (A \cup A^*)$ существует $a \in A$ такой, что $(A \setminus \{a\}) \cup \{b\} \in L$.

Множество L назовем множеством баз матроида (J_n, L).

Пусть W – группа перестановок множества J_n, коммутирующих с инволюцией $*$, т.е. группа Вейля алгебр Ли $sp(2n)$ и $o(2n+1)$. Тогда R состоит из перестановок $r_i = (i, i+1) \cdot (i^*, (i+1)^*)$, $i = 1, \ldots, n-1$, и транспозиции $r_n = (n, n^*)$. Пусть $P = R \setminus \{r_k\}$. Тогда $W_P = \{w \in W \mid w(I_k) = I_k\}$ и множество W^P естественно отождествляется с $R_k(J_n)$. Линейное упорядочение на множестве J_n: $1 < \ldots < n < n^* < \ldots < 1^*$ индуцирует частичное упорядочение на $R_k(J_n)$ так же, как в примере 1. При отождествлении $R_k(J_n)$ с W^P оно совпадает с упорядочением Брюа. Аналогично примеру 1, с каждым $w \in W$ связывается свое упорядочение в $R_k(J_n)$.

Теорема 3. *Пусть* $L \subseteq R_k(J_n) = W^P$. *Тройка* (W, P, L) *является* (W, P)-*матроидом тогда и только тогда, когда* L *есть множество баз некоторого симплектического матроида ранга* k.

Один из способов определения матроида $M(I_n)$ состоит в задании ранговой функции r: $B(I_n) \to \mathbf{Z}$; если L – множество баз матроида $M(I_n)$, то ранговая функция этого матроида имеет вид $r(A) = \max\limits_{B \in L} |A \cap B|$ (см. [6]). Оказывается, симплектический матроид допускает аналогичное определение. При этом роль булевой алгебры $B(I_n)$ играет семейство изотропных множеств $R(J_n)$, которое становится решеткой после добавления к нему максимального элемента 1. Сопоставим каждому симплектическому матроиду (J_n, L) ранговую функцию r: $R(J_n) \to \mathbf{Z}$, положив $r(A) = \max\limits_{B \in L} |A \cap B|$.

Симплектический матроид (J_n, L) назовем беспетлевым, если для любого $a \in J_n$ существует $A \in L$ такое, что $a \in A$.

Теорема 4. а) *Пусть* (J_n, L) – *беспетлевой симплектический матроид. Тогда его ранговая функция удовлетворяет условиям*:

1) $0 < r(A) \leqslant |A|$ *для любого* $A \in R(J_n) \setminus \phi$;

2) $r(A) \leqslant r(B)$ *при* $A \subseteq B$;

3) $r(A) + r(B) \geqslant r(A \cap B) + r(A \cup B)$ *для любых* $A, B \in R(J_n)$ *таких, что* $A \cup B \in R(J_n)$.

б) *Обратно, пусть* r: $R(J_n) \to \mathbf{Z}$ *удовлетворяет условиям* 1)–3). *Тогда* r *является ранговой функцией некоторого беспетлевого симплектического матроида* (J_n, L).

Замечание. Решетка $R(J_n) \cup 1$ двойственна решетке граней n-мерного куба. Эта решетка может быть задана аксиоматически (см. [8]). По-видимому, с другими W-матроидами связаны другие интересные недистрибутивные решетки.

Пример 4. Симплектический матроид ранга k с множеством баз L назовем ортогональным, если для любых $A \in L$ и $a \in A$ таких, что $(A \setminus \{a\}) \cup \{a^*\} \in L$ существует $b \notin A$, для которого $(A \setminus \{a\}) \cup \{b\}$, $(A \setminus \{a\}) \cup \{b^*\} \in L$. Те же рассуждения, что в примере 3, показывают, что понятие ортогонального матроида эквивалентно понятию (W, P)-матроида, где W – группа Вейля алгебры Ли $o(2n)$, а W_P – ее максимальная параболическая подгруппа.

Пусть Σ – система корней в $\mathbf{R}^n$ с невырожденным скалярным произведением $(\cdot, \cdot)$ (см. [5]), $\sigma_1, \ldots, \sigma_n$ – система простых корней, W – группа Вейля Σ, т.е. подгруппа движений в $\mathbf{R}^n$, порожденная отражениями относительно простых корней $\sigma_1, \ldots, \sigma_n$. Как известно, W есть группа Кокстера, поэтому имеет смысл (W, P)-матроид.

Пусть $P \subseteq \{\sigma_1, \ldots, \sigma_n\}$, W_P – соответствующая параболическая подгруппа. Рассмотрим точку $\omega_P \in \mathbf{R}^n$, заданную условиями:

$$\frac{(\omega_P, \sigma_i)}{(\sigma_i, \sigma_i)} = \begin{cases} 1 \text{ при } \sigma_i \notin P, \\ 0 \text{ при } \sigma_i \in P. \end{cases}$$

Так как группа W_P является стационарной подгруппой точки ω_P, то определено отображение μ: $W^P \to \mathbf{R}^n$, переводящее левый смежный класс $w \cdot W_P$ в точку $w(\omega_P)$. Назовем его отображением момента. Любому подмножеству $L \subseteq W^P$ сопоставим многогранник Δ_L, равный выпуклой оболочке точек $\mu(L)$.

Определение 3. Многогранник Δ_L, где L – некоторое подмножество в W^P, назовем гиперсимплексом, если все его ребра параллельны векторам из Σ.

Теорема 5. (W, P, L) *есть* (W, P)-*матроид тогда и только тогда, когда* Δ_L – *гиперсимплекс.*

Замечание. Упорядочение $\overset{w}{\leqslant}$ на множестве вершин гиперсимплекса можно определить геометрически. Пусть C_w – выпуклый конус в $\mathbf{R}^n$, состоящий из векторов $y = \sum_{i=1}^{n} m_i w(\sigma_i)$ таких, что $m_i \geqslant 0$, $i = 1, \ldots, n$. Заметим, что $\Delta_W = \bigcap_{w \in W} (\mu(w) - C_w)$. Зададим в $\mathbf{R}^n$ частичное упорядочение $\overset{w}{\leqslant}$, положив $x \overset{w}{\leqslant} y$, если $y - x \in C_w$. Ограничение этого порядка на множество $\mu(W^P)$ вершин гиперсимплекса Δ_{W^P} совпадает с упорядочением $\overset{w}{\leqslant}$ на W^P.

Пример 1. Рассмотрим многогранник Δ_W, соответствующий максимальному флаговому матроиду. Существует биекция между множеством его граней и множеством $\bigcup_{P \subseteq R} W^P$, причем размерность грани, соответствующей левому смежному классу $w \cdot W_P$, равна $|P|$. Многогранник Δ_W называется комплексом Кокстера.

При $W = S_3$ Δ_W является правильным шестиугольником, при $W = S_4$ Δ_W – полуправильный многогранник в $\mathbf{R}^3$ с 24 вершинами, 8 шестиугольными и 6 квадратными гранями.

Пример 2. Пусть $M(I_n)$ – некоторый матроид с множеством баз L. Каждой базе $B \in L$ сопоставим точку δ_B с координатами $(\delta_B)_i = 0$, если $i \notin B$, и 1, если $i \in B$. Тогда гиперсимплекс Δ_L есть выпуклая оболочка точек δ_B.

Пусть $M_k(I_n)$ – свободный матроид ранга k, т.е. $L = B_k(I_n)$. Соответствующий ему гиперсимплекс $\Delta_{n,k} \subset R^n$ задан ограничениями; $\sum_{i=1}^{n} x_i = k$, $0 \leqslant x_i \leqslant 1$, $i \leqslant n$. Многогранник $\Delta_{n,k}$ рассматривался в [2, 9]. Отметим, что $\Delta_{n,k}$ есть выпуклая оболочка центров k-мерных граней правильного $(n-1)$-мерного симплекса.

Рассмотрим матроид $MF(I_7)$ заданный конфигурацией из всех семи точек проективной плоскости над полем F_2 из двух элементов. Базами матроида $MF(I_7)$ являются тройки точек в общем положении. Тогда соответствующий гиперсимплекс Δ_F в $\mathbf{R}^7$ задан условиями: $\sum_{i=1}^{7} x_i = 3$, $0 \leqslant x_i \leqslant 1$, $x_i + x_j + x_k \leqslant 2$, $(i, j, k) \notin L$, имеет группу симметрий $PGL(3, F_2)$. У него 28 вершин, 126 ребер, 245 двухмерных, 238 трехмерных, 112 четырехмерных, 21 пятимерная грань. Аналогично можно построить серию многогранников с группой симметрий $PGL(n, F_q)$.

Пример 3. Пусть (J_n, L) – симплектический матроид ранга k. Тогда гиперсимплекс Δ_L имеет своими вершинами некоторые из вершин куба $E_n = \{x \in R^n \mid |x_i| \leqslant 1\}$, а ребрами – ребра куба E_n или диагонали его двухмерных граней. Симплектический матроид, построенный по Δ_L, будет ортогональным тогда и только тогда, когда все ребра многогранника Δ_L являются диагоналями двухмерных граней куба.

Пример 4. Отображение момента μ можно определить для любой конечной группы Кокстера W, поскольку W порождена отражениями относительно конечного числа векторов в $\mathbf{R}^n$ (см. [5]). Пусть $W = H_3$, т.е. W порождена образующими r_1, r_2, r_3 и соотношениями $(r_1 r_2)^5 = (r_2 r_3)^3 = (r_1 r_3)^2 = 1$. Для максимальных параболических подгрупп $W_P \subseteq W$ имеем следующие гиперсимплексы: Δ_{W^P} – додекаэдр, если $P = \{r_3, r_2\}$, икосаэдр, если $P = \{r_1, r_2\}$, если $P = \{r_1, r_3\}$, то Δ_{W^P} – выпуклая оболочка середин ребер икосаэдра.

Пусть (W, P, L) – некоторый (W, P)-матроид. Подгруппа $\bar{W} \subseteq W$, сопряженная некоторой параболической подгруппе группы W, называется сепаратором (W, P)-матроида, если $L \subseteq \bar{W} \cdot \alpha$ для некоторого $\alpha \in L$.

Предложение 2. *Пусть* $\bar{W}$ *– сепаратор* (W, P)*-матроида* (W, P, L), $L \subseteq \bar{W} w W_{\bar{P}} = \bar{W} \cap w W_P w^{-1}$, $\bar{L} = \{\alpha w^{-1} \cap \bar{W} \mid \alpha \in L\}$. *Тогда* $(\bar{W}, \bar{P}, \bar{L})$ *есть* $(\bar{W}, \bar{P})$*-матроид.*

(W, P)-матроид назовем невырожденным, если у него нет сепаратора, отличного от W.

Предложение 3. *Пусть* W *– группа Вейля,* (W, P, L) *есть* (W, P)*-матроид, а* Δ_L *– соответствующий ему гиперсимплекс.* (W, P, L) *невырожден тогда и только тогда, когда размерность гиперсимплекса* Δ_L *равна числу образующих группы* W.

Авторы благодарны А.В. Зелевинскому за проявленный интерес к работе и ценные советы.

Московский государственный университет
им. М.В. Ломоносова
Научный совет Академии наук СССР
по комплексной проблеме "Кибернетика"
Москва

Поступило
1 X 1986

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гельфанд И.М.* – ДАН, 1986, т. 288, № 1, с. 14–18. 2. *Gelfand I.M., MacPherson R.* – Adv. in Math., 1982, vol. 44, № 3, p. 279–312. 3. *Guillemin V., Sternberg S.* – Invent. Math., 1982, vol. 67, p. 491–513. 4. *Atiyah M.F.* – Bul. London Math. Soc., 1982, vol. 14, p. 1–15. 5. *Бурбаки Н.* Группы и алгебры Ли. М.: Мир, 1972, гл. IV–VI. 6. *Айгнер М.* Комбинаторная теория. М.: Мир, 1982. 7. *Korte B., Lovasz L.* – Discrete Math., 1985, vol. 59, p. 297–314. 8. *Metropolis N., Rota G.C.* – SIAM J. Appl. Math., 1978, vol. 35, № 4, p. 689–694. 9. *Габризлов А.М., Гельфанд И.М., Лосик М.В.* – Функц. анализ, 1975, вып. 2, с. 12–28.

УДК 517.98 МАТЕМАТИКА

В.И. ГОРБАЧУК

О СУММИРУЕМОСТИ РАЗЛОЖЕНИЙ ПО СОБСТВЕННЫМ ФУНКЦИЯМ САМОСОПРЯЖЕННЫХ ОПЕРАТОРОВ

(Представлено академиком Н.Н. Боголюбовым 17 VI 1985)

Пусть $A \geqslant 0$ – самосопряженный оператор в гильбертовом пространстве $\mathfrak{H}$ с дискретным спектром, $\{e_k\}_{k=1}^{\infty}$ – ортонормированный базис из его собственных векторов, $\{\lambda_k\}_{k=1}^{\infty}$ – последовательность соответствующих собственных чисел, расположенных в порядке возрастания, при этом каждое собственное число берется столько раз, какова его кратность, и $\sum_{k:\lambda_k \neq 0} \lambda_k^{-p} < \infty$ при каком-либо $p > 0$. В работе рассматривается линейное топологическое пространство $\Phi' \supset \mathfrak{H}$, в котором каждый ряд $\sum_{k=1}^{\infty} c_k e_k$ ($c_k \in \mathbf{C}^1$, $\mathbf{C}^1$ – комплексная плоскость) сходится к элементу из Φ, являясь его рядом Фурье. В терминах роста коэффициентов Фурье описываются различные подпространства основных и обобщенных элементов из Φ', связанные с оператором A. Исследуется также суммируемость разложений в ряд Фурье по системе $\{e_k\}_{k=1}^{\infty}$ в банаховых пространствах из Φ' методом Абеля–Пуассона.