

# Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. Ф. Формалев, Численное исследование двумерных нелинейных задач теплопроводности в анизотропных телах, *ТВТ*, 1988, том 26, выпуск 6, 1122–1127

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.9.168

23 января 2025 г., 08:01:03



УДК 536.21

**ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДВУМЕРНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ  
ЗАДАЧ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ В АНИЗОТРОПНЫХ ТЕЛАХ**

*Формалев В. Ф.*

Изложены методика и результаты численного решения нестационарной, нелинейной задачи теплопроводности в двумерных, анизотропных телах, ограниченных произвольной криволинейной границей, на которой имеет место сложный теплообмен. Исследовано влияние на температурное поле степени анизотропии и ориентации главных осей тензора теплопроводности.

В настоящее время возрос интерес к решению нелинейных задач теплопроводности в анизотропных телах произвольной конфигурации, работающих в условиях сложного теплообмена. Вместе с тем число работ, опубликованных по этой тематике, незначительно. Это связано с тем, что для анизотропных тел приходится решать многомерные по пространственным переменным задачи; в каждой конкретной задаче необходимо осуществлять вывод компонентов тензора теплопроводности; тепловой поток на границе тела является сложной функцией. Например, в [1-5] полуаналитическими и аналитическими методами решаются линейные задачи в полубесконечных телах или телах, ограниченных границами типа плоскость, окружность.

В данной работе изложена постановка и численное решение нестационарной, существенно нелинейной задачи теплопроводности в двумерных анизотропных телах, ограниченных криволинейными границами, на которых имеет место теплообмен конвекцией, излучением, теплопроводностью.

На рис. 1 представлена расчетная область, ограниченная границей  $w_1$ , заданной функцией  $r=r_{w_1}(\theta)$ , границей  $w_2(r=R_1)$  и границами  $w_3(\theta=\theta_0)$  и  $w_4(\theta=\pi-\theta_0)$ , причем  $0<\theta_0<\pi/2$ ,  $R_0=\max_{\theta} r_{w_1}(\theta)$ . На границах  $w_1$ ,  $w_2$  задается сложный теплообмен, а на границах  $w_3$ ,  $w_4$  — температура или тепловой поток.

Математическая модель имеет следующий вид.

1. Уравнение теплопроводности

$$c(T)\rho \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{1}{r^\nu} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^\nu \lambda_{rr} \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^\nu} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^\mu \lambda_{r\theta} \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^{\nu-\mu} \sin^\mu \theta_1} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin^\mu \theta_1 \lambda_{\theta r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^{2(\nu-\mu)} \sin^\mu \theta_1} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin^\mu \theta_1 \lambda_{\theta\theta} \frac{\partial T}{\partial \theta} \right), \quad (1)$$

где  $\theta_1 = \theta + \theta_0$ ,

$$(\nu, \mu) = \begin{cases} (2, 1) & \text{— для сферической системы координат;} \\ (1, 0) & \text{— для цилиндрической системы координат;} \\ (0, 0) & \text{— для декартовой системы координат;} \end{cases}$$

$$\lambda_{rr} = \lambda_\xi(T) \cos^2(\theta_1^{\nu-\mu} - \psi) + \lambda_\eta(T) \sin^2(\theta_1^{\nu-\mu} - \psi);$$

$$\lambda_{\theta\theta} = \lambda_\xi(T) \sin^2(\theta_1^{\nu-\mu} - \psi) + \lambda_\eta(T) \cos^2(\theta_1^{\nu-\mu} - \psi);$$

$$\lambda_{r\theta} = \lambda_{\theta r} = [\lambda_\eta(T) - \lambda_\xi(T)] \sin(\theta_1^{\nu-\mu} - \psi) \cos(\theta_1^{\nu-\mu} - \psi).$$

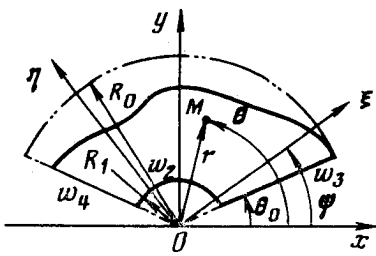


Рис. 1. Схема расчетной области

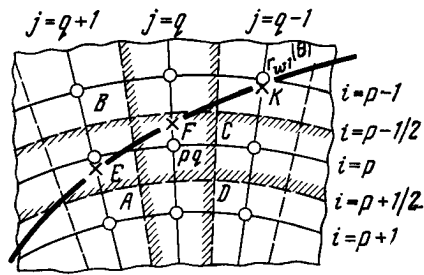


Рис. 2. Разностная сетка в окрестности границы  $w_1$

2. Баланс энергии на границе  $w_1$

$$\frac{\alpha_1(\tau, \theta)}{c_{pw_1}} (I_{e_1}(\tau, \theta) - I_{w_1}) - \lambda_{m_1} \text{grad } T|_{w_1} - \varepsilon_1 \sigma T_{w_1}^4 = 0, \quad (2)$$

где  $m$  — направление градиента температуры на границе  $w_1$ ,  $\lambda_m$  — значение коэффициента теплопроводности в этом направлении, которое необходимо выразить через компоненты тензора  $\lambda_{rr}$ ,  $\lambda_{r\theta}$ ,  $\lambda_{\theta\theta}$ .

3. Баланс энергии на границе  $w_2$

$$\alpha_2(\tau, \theta) (T_{e_2}(\tau, \theta) - T_{w_2}) + \lambda_{m_2} \text{grad } T|_{w_2} - \varepsilon_2 \sigma T_{w_2}^4 = 0. \quad (3)$$

4. Граничное условие 1-го или 2-го рода на границах  $w_3$ ,  $w_4$

$$T(r, \theta_0, \tau) = T_{w_3}(r, \tau) \text{ или } \lambda_{m_3} \text{grad } T|_{w_3} = g_{w_3}(r, \tau), \quad (4)$$

$$T(r, \pi - \theta_0, \tau) = T_{w_4}(r, \tau) \text{ или } \lambda_{m_4} \text{grad } T|_{w_4} = q_{w_4}(r, \tau). \quad (5)$$

5. Начальное условие

$$T(r, \theta, 0) = T_{\text{нач}}(r, \theta). \quad (6)$$

Для нахождения функциональной зависимости теплового потока, направленного в тело, от координат, компонент тензора теплопроводности  $\lambda_{rr}$ ,  $\lambda_{r\theta}$ ,  $\lambda_{\theta\theta}$  и производных  $\frac{\partial T}{\partial r}$ ;  $\frac{1}{r^{\nu-\mu}} \frac{\partial T}{\partial \theta}$  необходимо записать уравнение

баланса энергии на соответствующей границе в векторной форме и спроектировать его на направление нормали.

Полагая, что векторы конвективного и лучистого тепловых потоков направлены по нормали к границе тела, для границы  $w_1$ , например, получим выражение

$$\frac{\alpha_1(\tau, \theta)}{c_{pw_1}} (I_{e_1}(\tau, \theta) - I_{w_1}) - \lambda_n \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{w_1} - \varepsilon_1 \sigma T_{w_1}^4 = 0. \quad (7)$$

В соответствии с [6] коэффициент теплопроводности  $\lambda_n$  и производную  $\partial T / \partial n$  в направлении нормали можно представить в следующем виде:

$$\lambda_n = \left[ \lambda_{rr} + 2\lambda_{r\theta} \frac{dr_{w_1}}{r^{\nu-\mu} d\theta} + \lambda_{\theta\theta} \left( \frac{dr_{w_1}}{r^{\nu-\mu} d\theta} \right)^2 \right] \left[ 1 + \left( \frac{dr_{w_1}}{r^{\nu-\mu} d\theta} \right)^2 \right]^{-1}, \quad (8)$$

$$\frac{\partial T}{\partial n} = \left( \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial T}{r^{\nu-\mu} \partial \theta} \frac{dr_{w_1}}{r^{\nu-\mu} d\theta} \right) \left[ 1 + \left( \frac{dr_{w_1}}{r^{\nu-\mu} d\theta} \right)^2 \right]^{-1/2}. \quad (9)$$

Аналогичные выражения можно получить и для остальных границ тела. Такое представление теплового потока в направлении нормали  $\lambda_n \cdot \partial T / \partial n$  на границе тела позволяет при численной аппроксимации применить эффективные методы расщепления по координатным направлениям, использующие скалярные проголки, а также минимизировать потери тепловых потоков при аппроксимации самой границы.

Если поместить расчетную область с произвольной границей  $w$  в область, большую по размерам, но с классической границей (приняв, на-

пример, координаты точек границы  $w_1$  равными  $R_0 = \max_{\theta} r_{w_1}(\theta) = \text{const}$ ), то на эту область можно наложить фиксированную пространственную сетку, которая только в окрестности заданной границы  $w_1$  будет иметь дробные шаги.

Для сетки  $r_i = i\Delta r$ ,  $i = \overline{1, m}$ ;  $\theta_j = j\Delta\theta$ ,  $j = \overline{1, n}$ ,  $\tau^k = k\Delta\tau$ ,  $k = \overline{1, K}$  шаги разбиения  $\Delta r$ ,  $\Delta\theta$ ,  $\Delta\tau$  фиксированы, поэтому конечно-разностная аппроксимация задачи (1)–(6) однородна за исключением граничных точек.

Аппроксимация системы (1)–(6) осуществлена методом продольно-поперечных направлений [7] в условиях, когда смешанные производные в (1) аппроксимированы явным образом. Можно доказать, что такие схемы условно устойчивы, хотя примерно в  $s$  раз ( $s$  – число пространственных переменных) экономичнее абсолютно устойчивых схем расщепления, которые к тому же невозможно применить к задачам при наличии сложного теплообмена на границах, не прибегая к итерационным процедурам.

Для приведения схемы продольно-поперечных направлений к абсолютно устойчивой используется экстраполяция решения по методу прямых на каждом временном слое.

В соответствии с этим методом вместо явной аппроксимации дифференциальных операторов применена аппроксимация экстраполяционными значениями температур  $\bar{T}_{ij}$ , полученными из решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений с начальным условием в виде распределения температур на предыдущем временном слое

$$\frac{d\bar{T}_{ij}}{d\tau} = A_j\bar{T}_{i-1j} + B_j\bar{T}_{ij} + C_j\bar{T}_{i+1j} + D_j, \quad (10)$$

$$\bar{T}_{ij}(\tau^k) = T_{ij}^k, \quad i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n}.$$

Используя обозначения [8], метод продольно-поперечных направлений в этом случае можно записать следующим образом соответственно для нечетных и четных временных шагов:

$$(\bar{a}T_r)_r + (\bar{b}T_\theta)_r + (\bar{c}T_\tau)_\theta + (\bar{d}T_\theta)_\theta = \bar{f}T_\tau, \quad (11)$$

$$(\bar{a}T_r)_r + (\bar{b}T_\theta)_\theta + (\bar{c}T_\tau)_\theta + (\bar{d}T_\theta)_\theta = \bar{f}T_\tau \quad (12)$$

В (11), (12) коэффициенты  $\bar{a}$ ,  $\bar{b}$ ,  $\bar{c}$ ,  $\bar{d}$ ,  $\bar{f}$  вычислены по распределению температур  $\bar{T}_{ij}$ , полученному из решения задачи (10).

Для использования схем (11), (12) в многомерных по пространству телах вся расширенная расчетная область покрывается системой поперечных  $[\theta_j - \Delta\theta/2, \theta_j + \Delta\theta/2]$ ,  $j = \overline{2, n-1}$  и продольных  $[r_i - \Delta r/2, r_i + \Delta r/2]$ ,  $i = \overline{2, m-1}$  полос, внутри которых осуществляется решение систем (11), (12) с помощью скалярных прогонок. Для  $j = 1$ ,  $j = n$ ,  $i = 1$ ,  $i = m$  такие полосы будут иметь соответственно вид:  $[\theta_0, \theta_0 + \Delta\theta/2]$ ,  $[(\pi - \theta_0) - \Delta\theta/2, (\pi - \theta_0)]$ ,  $[R_0 - \Delta r/2, R_0]$ ,  $[R_1, R_1 + \Delta r/2]$ .

В регулярных узлах, не примыкающих к граничным и не являющихся граничными, аппроксимация (11), (12) не вызывает затруднений. Для аппроксимации в узлах, примыкающих к границе  $r_{w_1}(\theta)$ , т. е. в узлах  $pq$  (рис. 2), рассмотрим следующие случаи:

1) если  $r_{w_1}(\theta_q) > r_{p-1/2}$  и хотя бы одно из значений  $r_{w_1}(\theta_{q-1})$ ,  $r_{w_1}(\theta_{q+1})$  больше  $r_{p+1/2}$ , то в узле  $pq$  передача тепла осуществляется в продольном и поперечном направлениях, аккумуляция энергии происходит в объеме  $ABCD$ , а в аппроксимации баланса (2) для узла  $F$  появляется консервативный член, связанный с аккумуляцией энергии в объеме  $\Delta\theta[r_{w_1}(\theta_q) - r_{p-1/2}]$ ;

2) если  $r_{p-1/2} \geq r_{w_1}(\theta_q) > r_p$ , то объем, примыкающий к узлу  $F$ , отсутствует и консервативный член, связанный с аккумуляцией энергии, в аппроксимации баланса (2) равен нулю, а в узле  $pq$  аккумуляция энергии происходит в объеме  $\Delta\theta[r_{w_1}(\theta_q) - r_{p+1/2}]$ ;

3) если  $r_p \geq r_{w_1}(\theta_q) > r_{p+1/2}$ , то узел  $pq$  считается лежащим вне расчетной области (так же, как и узлы  $p-1q, \dots, 2q, 1q$ , в которых значения тем-

ператур полагаются равными нулю), а в узле  $F$  аппроксимация баланса (2) осуществляется таким же образом, как и в случае 1;

4) если  $r_{w1}(\theta_q) \leq r_{p+1/2}$ , то узел  $pq$  и узел  $F$  выпадают из полосы  $[r_p - \Delta r/2, r_p + \Delta r/2]$  и аппроксимация уравнения (2) и баланса (1) в них не производится.

Если ввести единичную функцию

$$\eta(r_{w1}(\theta) - r_i) = \begin{cases} 1, & r_{w1}(\theta) > r_i; \\ 0, & r_{w1}(\theta) \leq r_i, \end{cases} \quad (13)$$

то аппроксимацию баланса (2), охватывающую все перечисленные случаи, можно представить следующим образом:

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\alpha}{c_p} \right)_{w1q}^{k+1} (I_{e1q}^{k+1} - c_{pw1} T_{w1q}^{k+1}) - \varepsilon_1 \sigma (T_{w1q}^{k+1})^4 = \Lambda_q \left[ \frac{T_{w1q}^{k+1} - T_{pq}^{k+1}}{r_{w1q} - r_p} + \right. \\ & \left. + \frac{T_{w1q} - T_{pq \pm 1}}{r_{w1q}^{v-\mu} \Delta \theta} \frac{df}{r_{w1q}^{v-\mu} d\theta} \eta(r_{w1q \pm 1} - r_{w1q \mp 1}) \right] + \eta(r_{w1q} - r_{p+1/2}) \times \\ & \times \left\{ + \frac{(c\rho)_{w1}}{\Delta \tau} (T_{w1q}^{k+1} - T_{w1q}^k) (r_{w1q} - r_{p+1/2}) \left[ 1 + \left( \frac{df}{r_{w1q}^{v-\mu} d\theta} \right)^2 \right]^{-1/2} \right\}, \quad (14) \end{aligned}$$

где  $f(\theta_q)$  — аппроксимация кубическими сплайнами границы  $w1$ ;  $\Lambda_q$  — аппроксимация выражения  $\lambda_n [1 + (dr_{w1}/r_{w1q}^{v-\mu} d\theta)^2]^{-1/2}$ , где  $\lambda_n$  определяется выражением (8).

Соотношение (14) аппроксимирует уравнение баланса (2) на нечетных временных слоях. Для четных временных слоев радиальный оператор аппроксимируется явным образом (третье слагаемое), а все остальные — неявным.

Лучистый тепловой поток на границе  $w1$  аппроксимируется неявно [9], а на границе  $w2$ , где возмущения тепловых потоков и температур существенно ниже, — явно.

Изложенная методика позволяет определять двумерные нестационарные температурные поля в телах с практически произвольной границей,

$j$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\theta_j$	0,345	0,655	0,96	1,265	1,57	1,88	2,182	2,487	2,792
$\bar{r}_{w1j}$	0,956	0,933	0,9	0,856	0,917	0,856	0,9	0,933	0,956
$\bar{v}_{w1j}$	327	2498	6497	13 800	6274	8577	15 630	17 280	11 820
$T_{e1j}$	2194	2167	2144	2 218	2148	2218	2 141	2 133	2 149

изготовленных из анизотропных материалов, таких, например, как графиты (включая пиролитический, для которого  $\lambda_{\xi}/\lambda_{\eta}$  может составлять несколько сотен), композиционные пластики, некоторые металлы (кадмий, олово) в условиях, когда на границе тела с газом одновременно имеют место конвективный, лучистый и кондуктивный виды теплообмена.

В частности, если конвективный тепловой поток в (2) заменить на кондуктивный со стороны газа, то изложенная постановка и метод позволяют решать сопряженные задачи теплообмена и теплопроводности.

Программная реализация изложенного метода позволила исследовать влияние на многомерные температурные поля различных факторов, связанных с тензором теплопроводности.

На рис. 3 приведено изменение в зависимости от чисел  $Fo$  двумерных температурных полей для тела с симметричными относительно вертикальной оси геометрией и теплообменом на границе  $w1$ , но с постоянной ориентацией главных осей тензора теплопроводности под углом  $\psi = \pi/6$ .

Рисунок указывает на явную несимметрию изотерм температурного поля, связанную только с ориентацией главных осей. Для расчетов использованы следующие данные:  $\lambda_{\xi}=0,084$  кВт/(м·К),  $\lambda_{\eta}=0,168$  кВт/(м·К),  $c\rho=6300$  кДж/(м<sup>3</sup>·К),  $Fo=||\lambda||\tau/c\rho(R_0-R_1)^2$ ,  $Bi_{wi}=\alpha_{wi}R_0\theta_j/||\lambda||$ ,  $\bar{r}_{wij}=-r_{wij}/R_0$ ,  $||\lambda||=\max_T \sqrt{\lambda_{\xi}(T)\lambda_{\eta}(T)}$  и данные, приведенные в таблице. На границе  $w2$  задавался нулевой тепловой поток, а на границах  $w3$ ,  $w4$  — первое краевое условие.

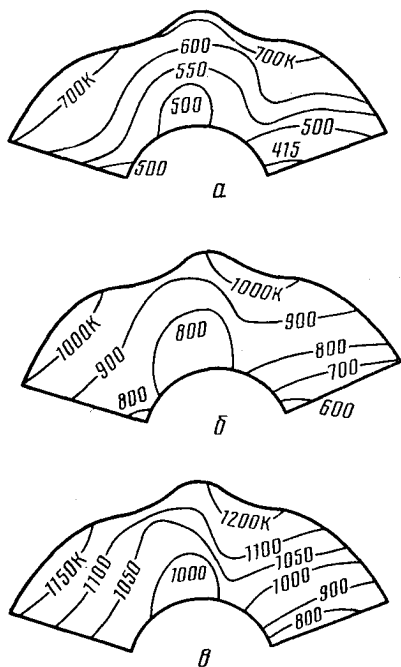


Рис. 3. Нестационарное температурное поле в анизотропной области: а —  $Fo=0,33$ ; б —  $1,53$ ; в —  $2,73$

С целью исследования влияния на температурное поле степени анизотропии  $\lambda_{\xi}/\lambda_{\eta}$  и углов ориентации главных осей тензора теплопроводности  $\psi$  были проведены систематические расчеты по изложенному методу.

На рис. 4 приведены результаты численного исследования влияния на двумерное относительное температурное поле  $\bar{T}=T_{\text{аниз}}/T_{\text{изотр}}$  степени анизотропии  $\lambda_{\xi}/\lambda_{\eta}$  для узла  $i=3$ ,  $j=5$  при  $\psi=\pi/6$ . При этом  $T_{\text{изотр}}$  всюду определено по значению коэффициента теплопроводности  $\lambda=\sqrt{\lambda_{\xi}\lambda_{\eta}}$ . Видно, что при  $\lambda_{\xi}=\lambda_{\eta}=\lambda$  ( $\lambda_{rr}=\lambda_{\theta\theta}=\lambda$ ,  $\lambda_{r\theta}=0$ , т. е. имеем изотропный случай)  $\bar{T}=1$  или  $(T_{ij})_{\text{аниз}}=(T_{ij})_{\text{изотр}}$ . Таким образом, все кривые проходят через точку (1;1). При  $\lambda_{\xi}/\lambda_{\eta}>1$  зависимости  $\bar{T}(\tau, \lambda_{\xi}/\lambda_{\eta})$  имеют точку максимума, причем наибольшее влияние степени анизотропии имеет место при малых временах, а с увеличением  $\tau$  точка максимума смещается

к значению  $\lambda_{\xi}/\lambda_{\eta}=1$  и отличие решения для анизотропного тела от решения для изотропного смещается в сторону значений  $\bar{T}<1$ .

В соответствии с результатами расчетов, приведенными на рис. 4, можно дать следующую рекомендацию: при умеренных углах ориентации главных осей тензора теплопроводности ( $\psi=0^{\circ}-30^{\circ}$ ) и значениях степени анизотропии  $\lambda_{\xi}/\lambda_{\eta}$ , лежащих в пределах 0,8–1,2, расчеты двумерных температурных полей с погрешностью в 5% можно осуществлять с помощью методов, разработанных для расчета изотропных тел с использованием среднего коэффициента теплопроводности  $\lambda=\sqrt{\lambda_{\xi}(T)\lambda_{\eta}(T)}$ .

На рис. 5 приведены результаты исследования влияния на поле температуры ориентации по углу  $\psi$  главных осей тензора теплопроводности  $\xi$ ,  $\eta$ , причем главные компоненты тензора принимались постоянными и равными  $\lambda_{\xi}(T)=0,336$  кВт/(м·К),  $\lambda_{\eta}(T)=0,084$  кВт/(м·К). Исследования проведены для того же узла (3; 5).

Как и следовало ожидать, наибольшее отличие температуры по сравнению с ортотропным случаем ( $\psi=0^{\circ}$ ) наблюдается в окрестности угла  $\psi=90^{\circ}$ , когда  $\lambda_{\xi}>\lambda_{\eta}$ . При  $\lambda_{\xi}<\lambda_{\eta}$  такие максимумы лежат в окрестности  $\psi=0^{\circ}$ . Некоторое отклонение ярко выраженных максимумов отношения  $T_{\psi}/T_{\psi=0^{\circ}}$  от прямой  $\psi=90^{\circ}$  при некоторых числах  $Fo$  объясняется двумерностью температурного поля.

Таким образом, в данной работе изложены постановка и метод численного решения нестационарных, нелинейных задач теплопроводности в двумерных анизотропных телах, ограниченных произвольными криволинейными границами, на которых имеет место сложный теплообмен.

Разработанный по данной методике пакет прикладных программ позволяет определять нестационарные двумерные температурные поля при совместном действии конвективного, лучистого и кондуктивного теплообмена в телах с ярко выраженной анизотропией свойств (в телах,

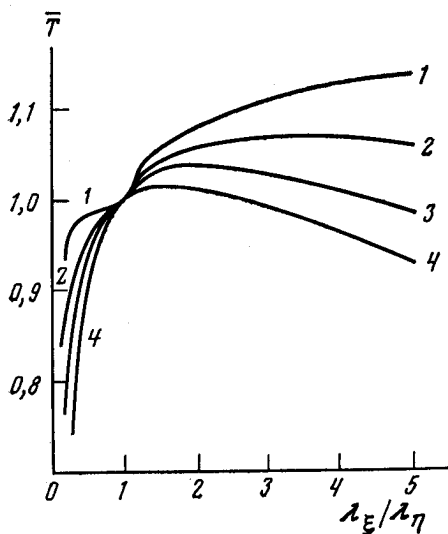


Рис. 4. Влияние на прогрев степени анизотропии  $\lambda_{\xi}/\lambda_{\eta}$ : 1 —  $\tau=1,1$ ; 2 — 3,1; 3 — 5,1; 4 — 7,1

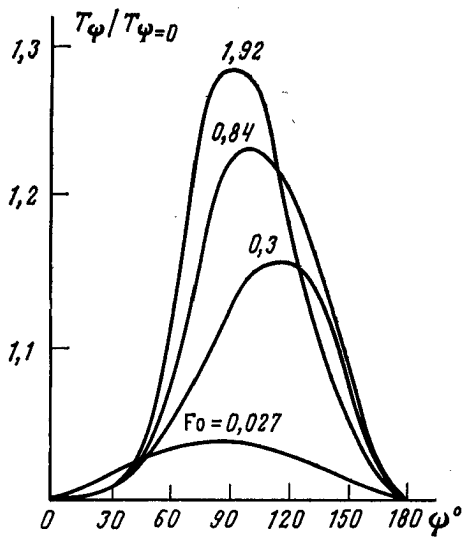


Рис. 5. Влияние на температурное поле ориентации главных осей тензора теплопроводности  $\xi$  и  $\eta$

изготовленных, например, из графитов, композиционных пластиков и т. п.).

Исследовано влияние характеристик тензора теплопроводности (степени анизотропии  $\lambda_{\xi}/\lambda_{\eta}$  и угла ориентации  $\psi$  главных осей  $\xi$  и  $\eta$ ) на двумерное температурное поле. Проведено сравнение со случаями нагрева изотропного ( $\lambda_{\xi}=\lambda_{\eta}$ ) и ортотропного ( $\psi=0^{\circ}$ ) тел.

Дана рекомендация о пределах применимости методик, разработанных для расчета прогрева изотропных тел, к расчету анизотропных тел.

**Обозначения:**  $r, \theta$  — криволинейная система координат;  $c$  — удельная теплоемкость,  $\text{кДж}/(\text{кг}\cdot\text{K})$ ;  $\rho$  — плотность,  $\text{кг}/\text{м}^3$ ;  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности,  $\text{кВт}/(\text{м}\cdot\text{K})$ ;  $T$  — температура,  $\text{K}$ ;  $I$  — энтальпия,  $\text{кДж}/\text{кг}$ ;  $\varepsilon$  — степень черноты;  $\alpha$  — коэффициент теплоотдачи,  $\text{кВт}/(\text{м}^2\cdot\text{K})$ ;  $c_p$  — удельная теплоемкость при постоянном давлении,  $\text{кДж}/(\text{кг}\cdot\text{K})$ ;  $\xi, \eta$  — главные оси тензора теплопроводности;  $\psi$  — угол, ориентирующий главные оси тензора теплопроводности;  $\tau$  — время, с.

И н д е к с ы:  $w$  — наружная граница расчетной области;  $e$  — окружающая среда.

Московский авиационный институт  
им. С. Орджоникидзе

Поступила в редакцию  
20.VIII.1987

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Чепрасов А. И. Математическое моделирование теплового состояния анизотропного материала в области дефекта структуры. Деп. ВИНТИ № 7002-В, 1985.
2. Ким Л. В., Миков В. Л. Решение нестационарной теплопроводности в анизотропных средах. Деп. ВИНТИ № 642-В, 1986.
3. Пэдовен Д. // РТК. 1973. № 2. С. 174.
4. Чжан Ю. П., Цзоу Р. Ц. // Теплопередача. 1977. № 1. С. 42.
5. Чжан Ю. П., Пунь К. Ц. // Теплопередача. 1979. № 3. С. 203.
6. Формалев В. Ф. В кн.: Математические методы механики жидкости и газа. Днепропетровск: ДГУ. 1985. С. 80.
7. Яценко Н. Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. Новосибирск: Наука, 1967.
8. Самарский А. А., Гулин А. В. Устойчивость разностных схем. М.: Наука, 1973.
9. Формалев В. Ф. В кн.: Функциональный анализ и дифференциальные уравнения с различными приложениями. М.: Изд-во МАИ, 1976. С. 48.