Том XVI «АВТОМАТИКА И ТЕЛЕМЕХАНИКА» № 1

1955

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ РАСЧЕТА КОРРЕКТИРУЮЩИХ ЗВЕНЬЕВ СЛЕДЯЩИХ СИСТЕМ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Л. С. ГОЛЬДФАРБ, Н. М. АЛЕКСАНДРОВСКИЙ

Рассмотрены вопросы расчета корректирующих звеньев следящих систем переменного тока. Введено понятие эквивалентной комплексной передаточной функции линейной системы, работающей на переменном токе. Получены выражения, определяющие по заданной передаточной функции линейной системы значения эквивалентной комплексной передаточной функции для «рабочей» и «нерабочей» составляющих.

Рассмотрен ряд корректирующих звеньев на переменном токе и подробно изложен вопрос о работе и расчете двойного Т-образного контура. Получены выражения для эквивалентных комплексных передаточных функций двойного Т-образного контура, найдены условия оптимальной чувствительности контура, даны расчетные формулы контура и рассмотрено влияние отклонения параметров контура и несущей частоты на работу контура. Рассмотрен простой Т-образный контур и дана сравнительная оценка простого и двойного Т-образных контуров.

Следящие системы переменного тока широко внедряются в практику различных отраслей народного хозяйства, что обусловлено рядом преимуществ следящих систем переменного тока по сравнению с системами постоянного тока. Эти преимущества заключаются в следующем.

а) В следящую систему переменного тока органически входят индукционные датчики типа сельсинов и вращающихся трансформаторов, широко применяемых в современной электроавтоматике.

б) Используемые в следящих системах переменного тока электронные усилители надежны в работе и свободны от дрейфа.

в) Применение двигателей переменного тока (двухфазных асинхронных двигателей) повышает надежность и безотказность в работе, что особенно важно в следящих системах ответственного назначения.

г) Отказ от двигателей постоянного тока резко снижает уровень радиопомех.

Особенно велики преимущества следящих систем переменного тока, выполненных на едином тракте (без демодуляции и модуляции). Однако они пока не нашли широкого применения, что объясняется техническими трудностями стабилизации следящих систем на переменном токе.

Вопросам расчета корректирующих звеньев следящих систем переменного тока посвящен ряд работ. В [1] рассмотрены Т-образные мосты в качестве фильтров. В [2] получены условия, при которых фаза несущей на выходе линейного четырехполюсника совпадает с фазой несущей на входе, и дано выражение, определяющее огибающую на выходе при этих условиях. В [3] рассмотрены вопросы расчета двойного Т-образного контура, используемого для стабилизации следящих систем на переменном токе. В [4] проведено исследование следящих систем переменного тока при помощи теоремы о свертке функций. В [5,6,7] расмотрены вопросы расчета стабилизирующих контуров переменного тока, проведен анализ некоторых схем, компенсирующих влияние на работу контуров отклонения несущей частоты.

В настоящей работе введено понятие эквивалентной комплексной передаточной функции линейной системы, работающей на переменном

токе, и сравнительно просто получены выражения, определяющие по заданной передаточной функции для линейной системы значения эквивалентной комплексной передаточней функции «рабочей» и «нерабочей» составляющих.

Введенные понятия использованы для анализа двойного Т-образного контура. Найдены условия оптимальной чувствительности контура, рассмотрено влияние отклонения параметров контура и несущей частоты на работу контура, рассмотрен вопрос об интегрировании сигнала на несущей частоте.

I. ЭКВИВАЛЕНТНАЯ КОМПЛЕКСНАЯ ПЕРЕДАТОЧНАЯ ФУНКЦИЯ ЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ, РАБОТАЮЩЕЙ НА ПЕРЕМЕННОМ ТОКЕ

Следящие системы, работающие на переменном токе, обладают следующими особенностями:

а) величина ошибки выражена напряжением переменного тока несущей частоты, причем амплитуда огибающей напряжения соответствует величине ошибки, а фаза по несущей частоте соответствует знаку ошибки;

б) в следящих системах переменного тока имеется фазовый детектор, который выделяет напряжение определенной фазы.

Последний включается либо до двигателя, если исполнительный двигатель постоянного тока, либо функции детектора выполняет сам двигатель переменного тока (двухфазный индукционный двигатель).

Величина напряжения, соответствующая ошибке, может быть представлена в общем виде

$$u_{\text{вх}}(t) = u_{\text{макс}} f(t) \cos \omega_0 t, \tag{1}$$

где $f(t)$ — некоторая функция времени, ω_0 — несущая частота напряжения питания.

Как известно, непериодическую функцию $f(t)$ можно представить в виде интеграла Фурье, т. е. в виде сплошного спектра гармоник, амплитуда и фаза которых зависят от частоты:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |Y(\Omega)| \cos(\Omega t + \theta)\, d\Omega,$$

$$Y(j\Omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\, e^{-j\Omega t}\, d\Omega = |Y(j\Omega)|\, e^{j\theta},$$

где $Y(j\Omega)$ — спектральная функция.

Используя это выражение можно уравнение (1) переписать в виде

$$u_{\text{вх}}(t) = u_{\text{макс}} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |Y(j\Omega)| \cos(\Omega t + \theta)\, d\Omega \cos \omega_0 t.$$

В случае прохождения такого сигнала через линейный четырехполюсник справедливо рассматривать прохождение через четырехполюсник совокупности составляющих вида

$$u_{\text{макс}} |Y(j\Omega)| \cos(\Omega t + \theta)\, d\Omega \cos \omega_0 t.$$

Каждая такая составляющая, проходя через четырехполюсник, будет соответствующим образом преобразовываться. Для получения выражения выходного напряжения четырехполюсника следует проинтегрировать составляющие выходного напряжения по всему спектру сигнала.

Задача, таким образом, сводится к рассмотрению прохождения напряжения вида

$$u_{\text{вх}}(t) = \cos(\Omega t + \theta)\cos\omega_0 t, \tag{2}$$

где Ω — частота ошибки.

Выходное напряжение линейного четырехполюсника при подаче на вход гармонического воздействия может быть представлено в виде

$$\bar{u}_{\text{вых}} = I(j\omega)\,\bar{u}_{\text{вх}},$$

где $I(j\omega)$ — комплексная передаточная функция четырехполюсника, $\bar{u}_{\text{вх}}$ и $\bar{u}_{\text{вых}}$ — комплексные значения напряжений на входе и выходе четырехполюсника.

Для линейных четырехполюсников, справедливо следующее соотношение:

$$I(j\omega) = I\overline{(-j\omega)},$$

где черточка означает сопряженное значение.

Уравнение (2) может быть приведено к следующему виду:

$$u_{\text{вх}}(t) = \operatorname{Re} e^{j(\Omega t+\theta)}\cos\omega_0 t = \\ = \operatorname{Re}\frac{1}{2}\left[e^{j(\Omega t+\omega_0 t+\theta)} + c^{j(\Omega t-\omega_0 t+\theta)}\right]. \tag{3}$$

Выходное напряжение четырехполюсника при подаче на вход напряжения вида (3) принимает следующий вид:

$$u_{\text{вых}}(t) = \operatorname{Re}\frac{1}{2}\left[I_1 e^{j(\Omega t+\omega_0 t+\theta)} + I_2 e^{j(\Omega t-\omega_0 t+\theta)}\right], \tag{4}$$

где

$$I_1 = I(j\Omega + j\omega_0),\ I_2 = I(j\Omega - j\omega_0) = I\overline{(j\omega_0 - j\Omega)}.$$

Здесь I_1 — комплексная передаточная функция для верхней боковой частоты $\omega_0 + \Omega$, I_2 — сопряженная комплексная передаточная функция для нижней боковой частоты $\omega_0 - \Omega$.

После преобразований уравнение (4) принимает вид [8]:

$$u_{\text{вых}}(t) = \left|\frac{I_1 + I_2}{2}\right|\cos(\Omega t + \theta + \theta_1)\cos\omega_0 t + \\ + \left|\frac{I_1 - I_2}{2}\right|\cos(\Omega t + \theta + \theta_2)\sin\omega_0 t, \tag{5}$$

где

$$\theta_1 = \arg\frac{I_1 + I_2}{2},\quad \theta_2 = \frac{\pi}{2} + \arg\frac{I_1 - I_2}{2},$$

или в комплексной форме

$$u_{\text{вых}}(t) = \operatorname{Re}\frac{I_1 - I_2}{2}\,e^{j(\Omega t+\theta)}\cos\omega_0 t + \operatorname{Re}\frac{I_1 - I_2}{2}\,je^{(\Omega t+\theta)}\sin\omega_0 t. \tag{5a}$$

Как видно из уравнения (5), выходное напряжение четырехполюсника может быть представлено в виде суммы двух составляющих: $u_{\text{вых}_1}$ и $u_{\text{вых}_2}$;

$$u_{\text{вых}_1}(t) = \left|\frac{I_1 + I_2}{2}\right|\cos(\Omega t + \theta + \theta_1)\cos\omega_0 t = \\ = \operatorname{Re}\frac{I_1 + I_2}{2}\,e^{j(\Omega t+\theta)}\cos\omega_0 t \tag{6}$$

и

$$u_{\text{вых}_2}(t) = \left|\frac{I_1 - I_2}{2}\right| \cos(\Omega t + \theta + \theta_2) \sin \omega_0 t =$$
$$= \operatorname{Re} j \frac{I_1 - I_2}{2} e^{j(\Omega t + \theta)} \sin \omega_0 t. \qquad (7)$$

Первое слагаемое $u_{\text{вых}_1}(t)$ имеет фазу несущей частоты, одинаковую с фазой на входе, ее огибающая сдвинута на угол θ_1.

Второе слагаемое $u_{\text{вых}_2}(t)$ имеет фазу несущей частоты, смещенную на 90° относительно фазы входа, и ее огибающая сдвинута на угол θ_2.

Если, далее, в системе имеется фазовый детектор или двухфазный асинхронный двигатель, не реагирующий на составляющую, сдвинутую по фазе на 90°, и система при $u_{\text{вх}}(t)$ ведет себя как линейная, то рассматриваемый четырехполюсник можно представить в виде звена с эквивалентной комплексной передаточной функцией

$$I_{\text{эк}} = \frac{I_1 + I_2}{2}. \qquad (8)$$

Однако необходимо иметь в виду, что составляющая $u_{\text{вых}_2}(t)$ может существенно перегрузить элементы системы, т. е. вывести их из зоны линейности и тем самым значительно уменьшить коэффициент усиления для «рабочей» составляющей $u_{\text{вых}_1}(t)$. Величина $u_{\text{вых}_2}(t)$ определяется эквивалентной комплексной передаточной функцией

$$I_{\text{эк}_1} = j \frac{I_1 - I_2}{2} \qquad (9)$$

[см. уравнение (7)].

На основании уравнения (5а) можно заключить, что для исключения в выходном напряжении «нерабочей» составляющей $u_{\text{вых}_2}(t)$ необходимо выполнить условие $I_1 = I_2$ или

$$I(j\omega_0 + j\Omega) = I\overline{(j\omega_0 - j\Omega)}, \qquad (10)$$

т. е. комплексные передаточные функции четырехполюсника (считая до фазового детектора) для верхней и нижней боковых частот должны быть сопряженными.

В этом случае

$$I_{\text{эк}}(j\Omega) = \frac{I_1 + I_2}{2} = I(j\omega_0 + j\Omega) \qquad (11)$$

и

$$I_{\text{эк}_1}(j\Omega) = 0.$$

II. СТАБИЛИЗИРУЮЩИЕ ЗВЕНЬЯ СЛЕДЯЩИХ СИСТЕМ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Для стабилизации следящих систем переменного тока можно, как это используется и в системах постоянного тока, включить в цепь сигнала ошибки дифференцирующий четырехполюсник. Такой четырехполюсник должен отвечать следующим требованиям:

а) выходное напряжение по несущей частоте должно совпадать по фазе с напряжением входа;

б) огибающая выходного напряжения должна опережать по фазе на 90° огибающую входного напряжения;

в) амплитуда огибающей выходного напряжения должна быть пропорциональна частоте сигнала.

Ниже рассматриваются лишь четырехполюсники, нашедшие широкое распространение и составленные из активных сопротивлений и емкостей, стабильность параметров которых может быть достаточно высокой.

Последовательно рассмотрены четырехполюсники, предназначенные для применения в следящих системах переменного тока, эквивалентные следующим типам звеньев в цепи постоянного тока:

а) дифференцирующему звену с комплексной передаточной функцией

$$I(j\Omega) \approx j\Omega T;$$

б) звену, дающему на выходе сумму сигнала и его производной с комплексной передаточной функцией

$$I(j\Omega) \approx \alpha(1 + j\Omega T);$$

в) интегрирующему звену

$$I(j\Omega) = \frac{1}{j\Omega T}.$$

Этими четырехполюсниками являются:

а) двойной Т-образный контур, настроенный на несущую частоту;

б) простой Т-образный контур или двойной Т-образный контур, не полностью запертый на несущей частоте;

в) усилитель с двойным Т-образным контуром в цепи обратной связи.

1. Двойной Т-образный контур, настроенный на несущую частоту

Схема этого контура показана на рис. 1. Частотная характеристика контура такова, что очень низкие и очень высокие частоты контур пропускает без ослабления, а при некоторой промежуточной частоте (частоте настройки контура) его пропускание равно нулю. Для пояснения физического принципа действия контура изобразим его схему в виде мостика (рис. 2).

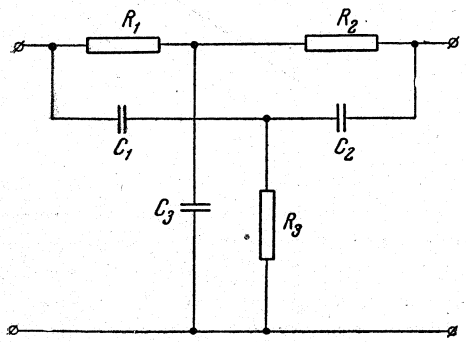

Рис. 1

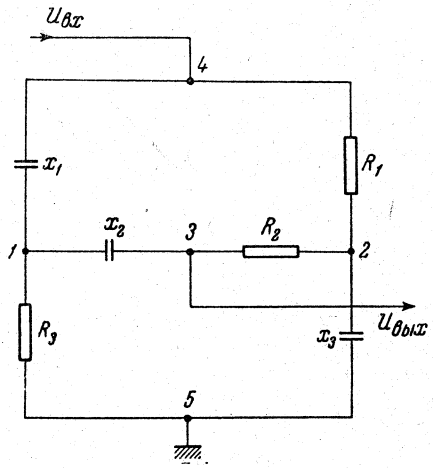

Рис. 2

Обозначим узловые точки контура индексами *1, 2, 3, 4, 5*.

На одну из диагоналей моста *4, 5* подается питающее напряжение $u_{вх}$, а в другую диагональ включен делитель, состоящий из емкости и сопротивления. Выходное напряжение $u_{вых}$ снимается между средней точкой делителя *3* и землей *5*.

Введем следующие обозначения: $\omega_н$ — частота настройки контура, т. е. частота, при которой контур заперт, ω — частота напряжения $u_{вх}$,

$$x_{10} = \frac{1}{\omega_н C_1}, \qquad x_1 = \frac{1}{\omega C_1},$$
$$x_{20} = \frac{1}{\omega_н C_2}, \qquad x_2 = \frac{1}{\omega C_2},$$
$$x_{30} = \frac{1}{\omega_н C_3}, \qquad x_3 = \frac{1}{\omega C_3}.$$

Предположим, что соблюдаются следующие условия:

$$x_{10} = x_{30} = R_1 = R_3,$$

$$x_2 = R_2 \gg R_3.$$

Построим потенциальную диаграмму контура. Так как сопротивление диагонали по условию значительно превышает сопротивление плеч моста, можно рассматривать его ветви независимо друг от друга.

Потенциалы точек *1* и *2* будут изображаться на потенциальной диаграмме точками, расположенными на окружности, построенной на векторе $u_{вх}$, как на диаметре (рис. 3). В частном случае при $x_1 = R_3$ и $R_1 = x_3$, что имеет место при частоте настройки, потенциалы точек *1* и *2* (рис. 3) расположатся на диаметре, перпендикулярном $u_{вх}$.

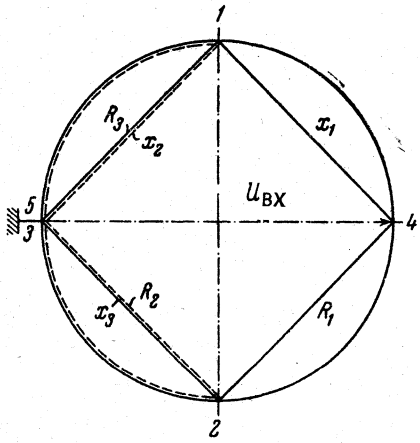

Рис. 3

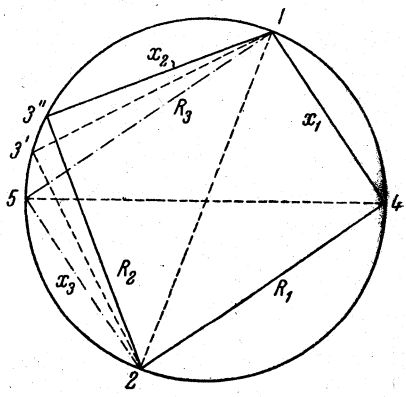

Рис. 4

Для нахождения потенциала точки *3* необходимо построить на отрезке *1—2* свою полуокружность (пунктирная линия на рис. 3). Если частота питания равна частоте настройки и, следовательно, соблюдается условие $R_2 = x_{20}$, то потенциал точки *3* совпадает с потенциалом точки *5*. Следовательно, при указанных соотношениях параметров выходное напряжение контура равно нулю, т. е. контур заперт.

При изменении частоты питающего напряжения $u_{вх}$ изменяются реактивные сопротивления x_1, x_2, x_3. При этом потенциальная диаграмма искажается и потенциал точки *3* становится отличным от нуля. На рис. 4 показана потенциальная диаграмма при частоте $\omega > \omega_н$.

Так как при этом $x_1 < R_3$ и $x_3 < R_1$, то точки *1* и *2* потенциальной диаграммы переместятся по окружности по направлению часовой стрелки на равные углы. В результате напряжение на диагонали при изменившейся частоте попрежнему будет изображаться диаметром окружности, но уже не перпендикулярной к вектору $u_{вх}$. Если бы величина x_2 равнялась R_2, то точка *3* переместилась бы по окружности на такой же угол, как и точки *1* и *2* (положение *3'*).

Но вследствие того, что при увеличении частоты $x_2 < R_2$ происходит дополнительное смещение точки *3* по окружности в направлении движения часовой стрелки в точку *3″*, при уменьшении частоты точка *3* смещается по окружности против часовой стрелки. Таким образом, вектор выходного напряжения рассматриваемой схемы при всяких изменениях частоты перемещается по окружности, проходя через нуль при частоте настройки контура. При малых отклонениях частоты ω от $\omega_н$ напряжение $u_{вых}$ можно считать пропорциональным приращению частоты, а его фазовый сдвиг равным $+90°$ при увеличении частоты и $-90°$ при уменьшении частоты.

Комплексная передаточная функция двойного Т-образного контура, настроенного на частоту $\omega = \omega_н$ (при которой контур заперт), может быть представлена в следующем виде [1,8,9]:

$$I_{2T}(j\xi) = \frac{1}{1 + j\dfrac{A\xi}{1-\xi^2}}, \tag{12}$$

где

$$\xi = \frac{\omega}{\omega_н}, \quad A = \frac{a + bc^2}{abc},$$

$$a = \frac{R_2}{R}, \; b = \frac{x_2}{x_1 + x_2}, \; c = \frac{x_{10} + x_{20}}{R}, \; R = R_1 + R_2.$$

Частота настройки контура $\omega_н$ определяется одним из уравнений (13):

$$R_3 = Rc^2b(1-b),$$
$$x_{30} = R\frac{a}{c}(1-a), \tag{13}$$

если задано значение R_3 или x_{30}.

Полагая контур симметричным, т. е. $a = b = \frac{1}{2}$, $c = 1$, из уравнений (13) получим

$$R_3 = \frac{R_1}{2}, \quad x_{30} = \frac{x_{10}}{2} \quad \text{и} \quad \omega_н = \frac{1}{R_1C_1}. \tag{14}$$

Так как годограф знаменателя уравнения (12) при вариации ξ является уравнением прямой, то годограф $I_{2T}(j\omega)$ представляет собой окружность.

Как видно из уравнения (12), при $\omega = \omega_н$ $(\xi = 1)$ контур будет заперт: $I_{2T}(j\omega) = 0$. При других значениях комплексная передаточная функция контура будет отлична от нуля.

На рис. 5 и 6 построены согласно (12) амплитудно-частотные и фазочастотные характеристики для двух случаев двойного Т-образного контура: при $A = 2$ и $A = 4$.

Как видно из графиков, при больших значениях $|(\xi - 1)|$ амплитудная характеристика становится асимметричной относительно $\xi = 1$.

2. Чувствительность двойного Т-образного контура

Назовем чувствительностью контура отношение приращения модуля комплексной передаточной функции к приращению ξ.

При малых отклонениях ξ от единицы уравнение (12) можно преобразовать следующим образом. Введем обозначение $\xi = 1 + \Delta\xi$, где $\Delta\xi \ll 1$. Тогда, подставив в уравнение (12), получим

$$I_{2T} \approx \frac{j2\Delta\xi}{A}. \tag{15}$$

Как видно из уравнения (15), чувствительность контура будет тем выше, чем меньше величина A; последняя зависит от соотношения коэффициентов a, b и c.

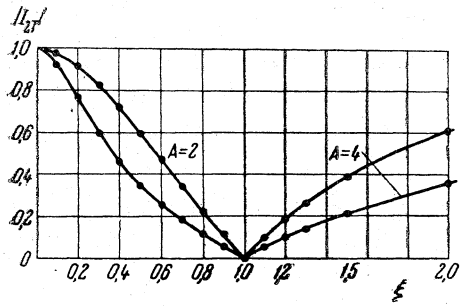

Рис. 5

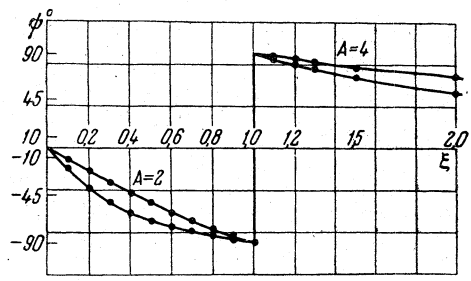

Рис. 6

Найдем оптимальное значение коэффициента c, исходя из условия минимума величины A. Это условие запишется в виде

$$\frac{\partial A}{\partial c} = 0.$$

Подставив соответствующие значения, получим

$$\frac{\partial A}{\partial c} = \frac{\partial}{\partial c}\left[\frac{1}{bc} + \frac{c}{a}\right] = -\frac{1}{bc^2} + \frac{1}{a} = 0.$$

Отсюда оптимальное значение c будет

$$c_{\text{опт}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

и

$$A_{\text{опт}} = \frac{2}{\sqrt{ab}}. \tag{16}$$

Последнее выражение показывает, что чувствительность контура с оптимально подобранным параметром c определяется только коэффициентами a и b, характеризующими симметрию контура.

Для симметричного контура, в котором $R_1 = R_2$ и $x_1 = x_2$, имеем

$$a = \frac{1}{2};\ b = \frac{1}{2};\ c_{\text{опт}} = 1,$$

$$A_{\text{опт}} = 4,\ I_{2T} = j\frac{\Delta\xi}{2}.$$

Выражения (15) и (16) показывают, что для повышения чувствительности контура следует увеличивать коэффициенты a и b, т. е. следует делать контур несимметричным. Однако предельное значение этих коэффициентов (при $R_1 \ll R_2$ и $x_1 \ll x_2$) не может превысить единицу, следовательно, максимально возможное значение A равно двум.

Таким образом, переход от симметричного контура к асимметричному дает не более чем двукратное увеличение чувствительности.

Наряду с увеличением чувствительности превращение контура в асимметричный указанным выше путем имеет, однако, свои отрицательные стороны, связанные с уменьшением входного и увеличением выходного сопротивления контура. Так как в реальных условиях контур всегда питается от источника с конечным внутренним сопротивлением и подключен своим выходом к нагрузке, имеющей в свою очередь конечное сопротивление, то чувствительность всей схемы при превра-

щении контура в асимметричный не только не увеличится, но даже уменьшится.

Значения входного и выходного сопротивлений контура будут [8]

$$z_{\text{вх}} = R\left(1 - \frac{j}{c\xi}\right)\left[\frac{(1-a)(1-b)c^2}{(1-a)+(1-b)c^2}\right],$$

$$z_{\text{вых}} = R\left(1 - \frac{j}{c\xi}\right)\frac{abc^2}{a+bc^2}.$$

Полагая в контуре $a = b$, $c = 1$ и $\xi = 1$, построим зависимость $z_{\text{вх}}$ и $z_{\text{вых}}$ от параметра a (рис. 7).

Из рассмотрения графиков видно, что увеличение a приводит к уменьшению входного и увеличению выходного сопротивления контура, что невыгодно с точки зрения его использования в реальных схемах. Поэтому увеличение чувствительности контура за счет асимметрии является мало эффективным средством. В дальнейшем мы ограничимся рассмотрением симметричного контура, для которого

$$z_{\text{вх}} = z_{\text{вых}} = \frac{R}{4}(1 - j). \qquad (17)$$

Уравнения (14) и (17) при заданных $\omega_{\text{н}}$ и $z_{\text{вх}}$ полностью определяют параметры симметричного контура.

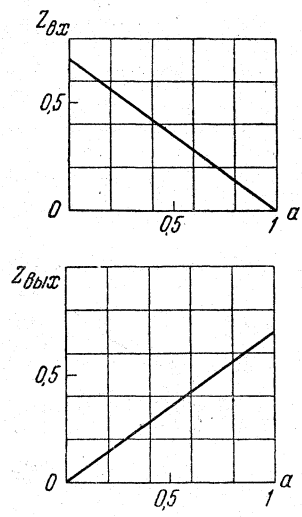

Рис. 7

3. Эквиваленты двойного Т-образного контура

Для получения при помощи пассивных четырехполюсников производной от входной величины при подаче сигнала на постоянном токе используется RC-контур. Можно показать, что эквивалентом этой схемы при подаче сигнала на несущей частоте является двойной T-образный контур.

Согласно уравнению (12) комплексная передаточная функция двойного Т-образного контура будет

$$I_{2T}(j\xi) = \frac{1}{1 + \frac{jA\xi}{1-\xi^2}}.$$

Эквивалентная комплексная передаточная функция при наличии расстройки контура $\omega_0 = \omega_{\text{н}} + \Delta\omega$ согласно уравнениям (8) и (9) будет

$$I_{\text{эк}}(j\Omega) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{1 + \frac{jA\frac{\omega_0+\Omega}{\omega_{\text{н}}}}{1-\left(\frac{\omega_0+\Omega}{\omega_{\text{н}}}\right)^2}} + \frac{1}{1 + \frac{jA\frac{\omega_0-\Omega}{\omega_{\text{н}}}}{1-\left(\frac{\omega_0-\Omega}{\omega_{\text{н}}}\right)^2}}\right) =$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{1}{1 + \frac{jA(1+\gamma+h)}{1-(1+\gamma+h)^2}} + \frac{1}{1 + \frac{jA(1-\gamma+h)}{1-(1-\gamma+h)^2}}\right] \approx j\frac{2}{A}\gamma = j\Omega T_{\text{эк}}, \qquad (18)$$

где

$$\gamma = \frac{\Omega}{\omega_{\text{н}}}, \quad h = \frac{\Delta\omega}{\omega_{\text{н}}} \text{ и } T_{\text{эк}} = \frac{2}{A\omega_{\text{н}}}, \qquad (19)$$

$$I_{эк_1}(j\Omega) = \frac{1}{2}\, j \left(\frac{1}{1 + \dfrac{jA\dfrac{\omega_0 + \Omega}{\omega_н}}{1 - \left(\dfrac{\omega_0 + \Omega}{\omega_н}\right)^2}} - \frac{1}{1 + \dfrac{jA\dfrac{\omega_0 - \Omega}{\omega_н}}{1 - \left(\dfrac{\omega_0 - \Omega}{\omega_н}\right)^2}} \right) \approx$$

$$\approx -\frac{2}{A}\, h = -\Delta\omega T_{эк}. \qquad (20)$$

Уравнения (18) и (20) справедливы при малых значениях γ и h.

На рис. 8 и 9 построены модули и аргументы $I_{эк}$ и $I_{эк_1}$ для двойного Т-образного контура в функции относительной частоты $\frac{\Omega}{\omega_н}$.

Как видно из этих графиков, в диапазоне частот $\frac{\Omega}{\omega_н} \leqslant 0{,}1$ синусная составляющая практически отсутствует: $I_{эк_1} \approx 0$; угол θ_1 близок к 90°, что соответствует практически точному дифференцированию.

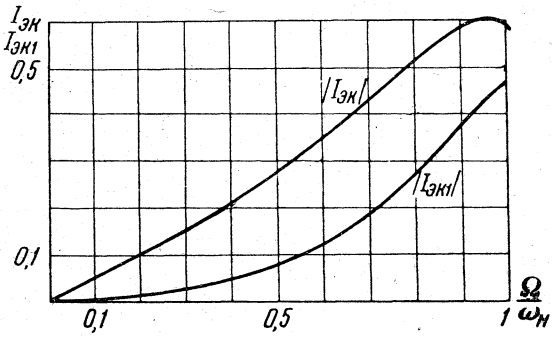

Рис. 8

Из рассмотрения уравнения (20) следует, что «нерабочая» составляющая на выходе двойного Т-образного контура, определяемая значением $I_{эк_1}$, пропорциональна расстройке контура $\Delta\omega$. Если наибольшая частота рабочего сигнала $\Omega_{сиг}$ меньше, чем $\Delta\omega$, то из сравнения (18) и (20) следует, что «нерабочая» составляющая будет больше «рабочей» и может загружать тракт системы и тем самым искажать прохождение «рабочего» сигнала.

Из (12) следует, что высшие гармоники несущей частоты будут пропускаться контуром почти без ослабления и на выходе контура относительное значение этих гармоник может быть весьма существенным, что также будет искажать работу системы.

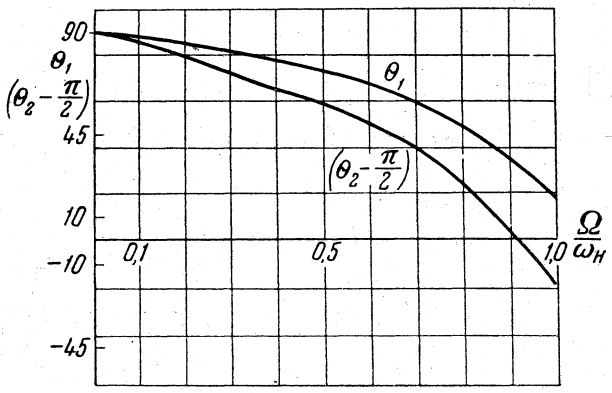

Рис. 9

Значения $T_{эк}$ двойного Т-образного контура согласно уравнению (19) будет:

а) для симметричного контура ($A = 4$)

при $f = 500$ гц $\quad T_{эк} = 1{,}6 \times 10^{-4}$ сек.;
при $f = 50$ гц $\quad T_{эк} = 1{,}6 \times 10^{-3}$ сек.;

б) для предельно асимметричного контура ($A = 2$)

при $f = 500$ гц $\quad T_{эк} = 3{,}2 \times 10^{-4}$ сек.;
при $f = 50$ гц $\quad T_{эк} = 3{,}2 \times 10^{-3}$ сек.

Для получения суммы сигнала и его производной в системах постоянного тока применяется RC-контур.

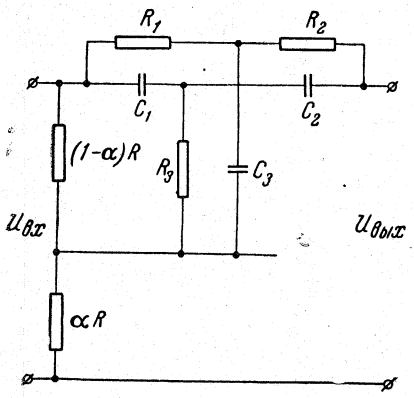

Рис. 10

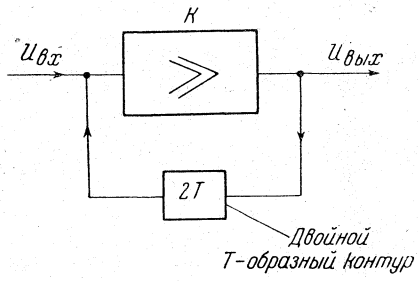

Рис. 11

Соответствующий контур на переменном токе будет двойной Т-образный контур в схеме с делителем напряжения (рис. 10)*. Учитывая уравнение (18), получим эквивалентную комплексную передаточную функцию данного контура

$$I_{эк}(j\Omega) = \alpha + j(1-\alpha)\Omega T_{эк} = \alpha(1 + j\Omega T'_{эк}), \tag{21}$$

где

$$T'_{эк} = \frac{1-\alpha}{\alpha} T_{эк}, \tag{22}$$

а α — коэффициент ослабления.

Из уравнения (22) следует, что при $\alpha \ll 1$ справедливо следующее соотношение:

$$T_{эк}' = \frac{1}{\alpha} T_{эк} = \frac{1}{\alpha} \frac{2}{A\omega_н}. \tag{23}$$

Из (23) следует, что при заданных A и $\omega_н$ варьировать величину $T_{эк}$ можно лишь изменением величины α.

Подсчет значений α для некоторых значений постоянных времени $T'_{эк}$ симметричного контура ($A = 4$) дает

$\alpha = 3 \times 10^{-3}$ при $T'_{эк} = 0{,}05$ сек и $f_0 = 500$ гц,
$\alpha = 3 \times 10^{-2}$ при $T'_{эк} = 0{,}05$ сек и $f_0 = 50$ гц,
$\alpha = 1{,}5 \times 10^{-3}$ при $T'_{эк} = 0{,}1$ сек. и $f_0 = 500$ гц,
$\alpha = 1{,}5 \times 10^{-2}$ при $T'_{эк} = 0{,}1$ сек и $f_0 = 50$ гц.

* Практически часто оказывается целесообразным сигналы по отклонению и его производной подавать по двум раздельным каналам.

Как видно из приведенных примеров, для получения $T'_{эк} = 0{,}05 \div 0{,}1$сек. необходимо сильное ослабление ($\alpha < 0{,}03$), при более низкой несущей частоте коэффициент ослабления контура будет меньше.

Схема интегрирующего контура на переменном токе приведена на рис. 11. Она состоит из усилителя, охваченного звеном обратной связи, представляющего собой двойной Т-образный контур.

Эквивалентная комплексная передаточная функция такого контура, учитывая (18), будет

$$I_{эк}(j\Omega) = \frac{k}{1 + kj\Omega T_{эк}}, \tag{24}$$

где k — коэффициент усиления усилителя.

При значениях $k \gg 1$ уравнение (24) может быть представлено в виде

$$I_{эк}(j\Omega) \approx \frac{1}{j\Omega T_{эк}}.$$

4. Влияние отклонения параметров двойного Т-образного контура на его настройку

Рассмотрим влияние изменения параметров двойного Т-образного симметричного контура R и C на комплексную передаточную функцию.

Влияние изменения активных сопротивлений. 1. Пусть сопротивление R_1, нормальное значение которого в симметричном двойном Т-образном контуре равно $\frac{R}{2}$, станет равным

$$R_1 = \frac{R}{2}(1 + \delta R_1),$$

где $\delta R_1 = \frac{\Delta R}{R/2}$ — относительное изменение сопротивления R_1.

Тогда значение приращения комплексной передаточной функции контура будет [8]

$$\Delta I_{(R_1)} = \frac{\delta R_1}{16}(3j - 1). \tag{25}$$

2. При изменении сопротивления R_2 выражение для $\Delta I_{(R_1)}$ будет соответственно иметь вид:

$$\Delta I_{(R_2)} = \frac{\delta R_2}{16}(3j - 1). \tag{26}$$

3. При изменении сопротивления R_3

$$\Delta I_{(R_3)} = \frac{\delta R_3}{8}(1 + j). \tag{27}$$

Влияние изменения реактивных сопротивлений. 1. Изменение реактивного сопротивления x_1 вызовет следующее приращение комплексной передаточной функции контура:

$$\Delta I_{(x_1)} = -\frac{\delta x_1}{16}(3j + 1). \tag{28}$$

2. Соответственно при изменении сопротивления x_2

$$\Delta I_{(x_2)} = -\frac{\delta x_2}{16}(3j+1). \tag{29}$$

3. Изменение реактивного сопротивления x_3 вызовет следующее изменение:

$$\Delta I_{(x_3)} = \frac{\delta x_3}{8}(1-j). \tag{30}$$

Изменение передаточной функции контура при изменении активных и реактивных сопротивлений иллюстрируется на рис. 12.

Величина и направление векторов характеризуют величину и фазу выходного напряжения, появляющегося на выходе двойного Т-образного контура при отклонении параметров контура от номинального значения и при частоте $\omega = \omega_н$. Можно показать, что во всех случаях годограф передаточного коэффициента двойного Т-образного контура остается окружностью, симметричной относительно оси действительных чисел и пересекающей ее в точке $1,j0$. Изменение параметров элементов контура меняет расположение частотных отметок на этой окружности, либо вторую точку пересечения окружности с осью действительных чисел, или и то и другое одновременно.

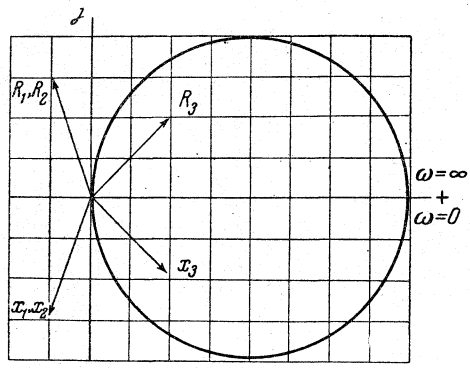

Рис. 12

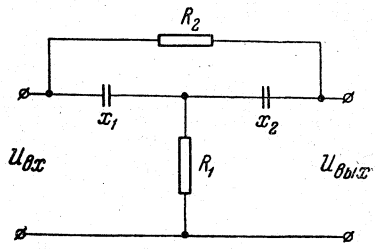

Рис. 13

Так, в частности, изменение всех трех сопротивлений или всех трех емкостей в равной степени меняет частоту настройки контура $\omega_н$, не меняя ее остроты.

Одновременное изменение в равной степени R_1 и x_1 или R_2 и x_2 или R_3 и x_3 не меняет частоты настройки контура, но меняет остроту настройки его. Одновременно при смещении точки с частотной отметкой $\omega_н$ вправо двойной Т-образный контур начинает пропускать сигнал в сумме с производной, т. е. становится эквивалентным схеме рис. 10.

При смещении точки с частотной отметкой $\omega_н$ по действительной оси влево контур при частоте настройки поворачивает фазу выходного напряжения на 180° относительно входного напряжения.

5. Простой Т-образный контур как дифференцирующее звено

Схема контура, показанного на рис. 13, представляет собой вырожденный случай двойного T-образного контура.

Приведенный контур ни при каких реальных значениях параметров не может быть полностью заперт.

Значение комплексной передаточной функции простого T-образного контура будет [8]

$$I_т(j\xi) = \alpha\,\frac{1 + j\,\dfrac{b}{c_0}\left(\xi - \dfrac{1}{\xi}\right)}{1 + j\alpha\,\dfrac{b}{c_0}\left(\xi - \dfrac{1}{\xi}\right)}, \tag{31}$$

где

$$\alpha = \frac{2}{1+ab}, \quad a = \frac{x_1}{x_1+x_2}, \quad b = \frac{R_1}{R_2} \left(x_1 = \frac{1}{\omega C_1}, \quad x_2 = \frac{1}{\omega C_1}\right)$$

$$c_0 = \sqrt{\frac{b}{a(1-a)}}, \quad \xi = \frac{\omega}{\omega_н}, \quad \omega_и = \frac{(C_1+C_2)}{R_1C_1C_2}\sqrt{\frac{a(1-a)}{b}}.$$

Годограф комплексной передаточной функции такого контура (рис. 14) изображается окружностью, опирающейся на точки $1, j0$ (при $\omega = 0$ и $\omega = \infty$) и на точку $\alpha, j0$.

Выражение для эквивалентной комплексной передаточной функции при $\omega_н = \omega_0$ согласно (9) будет

$$I_{экт}(j\Omega) = \frac{I_1+I_2}{2} \approx \alpha \frac{1+\alpha\frac{b^2}{c_0^2}4\gamma^2 + j2\frac{b}{c_0}(1-\alpha)\gamma}{1+\alpha^2\frac{b^2}{c_0^2}4\gamma^2},$$

где $\gamma = \frac{\Omega}{\omega_н}$.

Пренебрегая значением γ^2, получим окончательное выражение

$$I_{экт}(j\Omega) \approx \alpha[1 + j\Omega T'_{экт}], \tag{32}$$

где

$$T'_{экт} = \frac{2b(1-\alpha)}{c_0\omega_н}.$$

Так как $\alpha \ll 1$, то $T'_{экт} \approx \frac{2b}{c_0\omega_н}$, т. е. простой Т-образный контур эквивалентен схеме двойного Т-образного контура, включенного по схеме рис. 10.

Выясним условие, при котором эквивалентная постоянная времени ($T'_{экт}$) простого Т-образного контура имеет максимальное значение.

Подставим в уравнение, определяющее $T'_{экт}$, значение

$$c_0 = \sqrt{\frac{b}{a(1-a)}};$$

тогда

$$\omega_н T'_{экт} \approx 2\sqrt{a(1-a)b}.$$

Оптимальное значение параметра a будет равно $1/2$, следовательно,

$$\omega_н T'_{экт} = \sqrt{b}. \tag{33}$$

Найдем соответствующее этим условиям значение α. Если $\alpha \ll 1$, то, поскольку $\alpha = \frac{1}{1+ab}$, можно принять $\alpha \approx \frac{1}{ab} = \frac{2}{b}$.

Выражая b через α и подставляя его в выражение (33), получим

$$\omega_н T'_{экт} = \sqrt{\frac{2}{\alpha}}. \tag{34}$$

6. Сравнительная оценка простого и двойного Т-образных контуров

Для сравнительной оценки контуров рассмотрим случай, когда в следящей системе переменного тока необходимо применить стабилизирующий контур передающей сигнал и производную, т. е. комплексная передаточная функция контура должна быть равна

$$I_{эк}(j\Omega) = \alpha(1 + j\Omega T).$$

Согласно уравнению (21) двойной Т-образный контур, включенный по схеме рис. 10, имеет эквивалентную комплексную передаточную функцию, равную

$$I_{\text{эк}\,2\text{т}}(j\Omega) = \alpha\,(1 + j\Omega T'_{\text{эк}}),$$

где

$$T'_{\text{эк}} = \frac{1-\alpha}{\alpha}\,\frac{2}{A\omega_{\text{н}}}.$$

Согласно уравнению (32) простой Т-образный контур имеет эквивалентную комплексную передаточную функцию, равную

$$I_{\text{эк}\,\text{т}} = \alpha\,(1 + j\Omega T'_{\text{эк}\,\text{т}}),$$

где

$$T'_{\text{эк}\,\text{т}} = \frac{2b}{c_0\omega_{\text{н}}}(1-\alpha).$$

Пусть по соображениям обеспечения необходимой степени устойчивости следящей системы величина $T_{\text{эк}}$ задана.

Выше было показано, что применение Т-образных стабилизирующих контуров переменного тока неизбежно связано с введением ослабления сигнала на несущей частоте. Чем сильнее ослабление (чем меньше α), тем более резко будут выявляться все высокочастотные помехи и высшие гармонические составляющие на выходе стабилизирующего контура. Поэтому желательно, чтобы ослабление контура было небольшим. Сравним с этой точки зрения простой и двойной Т-образные контуры.

Для простого Т-образного контура из уравнения (34) получим

$$\alpha_{\text{т}} = \frac{2}{(\omega_{\text{н}}T'_{\text{эк}\,\text{т}})^2}, \qquad (35)$$

где $\alpha_{\text{т}}$ — ослабление простого Т-образного контура.

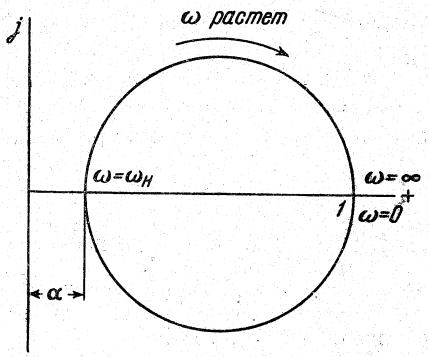

Рис. 14

Для симметричного двойного Т-образного контура согласно уравнению (23) имеем

$$\alpha_{2\text{т}} = \frac{1}{2\omega_{\text{н}}T'_{\text{эк}}}, \qquad (36)$$

где $\alpha_{2\text{т}}$ — ослабление двойного Т-образного контура.

Найдем, при каких значениях $\omega_{\text{н}}T_{\text{эк}}$ оба контура дают одно и то же ослабление; для этого приравняем выражения (35) и (36)

$$\alpha_{\text{т}} = \alpha_{2\text{т}} = \frac{2}{(\omega_{\text{н}}T_{\text{эк}})^2} = \frac{1}{2\omega_{\text{н}}T_{\text{эк}}},$$

откуда $\omega_{\text{н}}T_{\text{эк}} = 4$ и $\alpha = \frac{1}{8}$.

Отсюда следует, что если $T_{\text{эк}} > \frac{4}{\omega_{\text{н}}}$, то выгоднее применять двойной Т-образный контур.

Если $T_{\text{эк}} < \frac{4}{\omega_{\text{н}}}$, выгоднее применять простой Т-образный контур.

Пример. Пусть $T_{эк} = 0{,}08$ сек. и $\omega_н = 314$ рад/сек. Тогда $\omega_н T_{эк} \approx 25$, $\alpha_т = 3{,}2 \times 10^{-3}$, $\alpha_{2т} = 2 \times 10^{-2}$.

Как видно из этого примера, двойной Т-образный контур дает ослабление приблизительно в 6 раз меньше, чем простой Т-образный контур, причем эти данные мы получили при $T_{эк} = 0{,}08$ сек. В реальных следящих системах $T_{эк}$ может быть значительно больше и поэтому в схемах стабилизации при использовании Т-образных контуров целесообразно применять двойной Т-образный контур.

ВЫВОДЫ

1. В работе получены соотношения, определяющие эквивалентную комплексную передаточную функцию линейного четырехполюсного на несущей частоте. Показано, что на выходе четырехполюсника появляются «рабочая» и «нерабочая» составляющие напряжения. Вторая составляющая загружает усилительный тракт и тем самым может при насыщении значительно уменьшить коэффициент усиления для «рабочей» составляющей.

Сформулированы требования к дифференцирующим контурам переменного тока.

2. Приведен сравнительный анализ дифференцирующих контуров переменного тока. Показано, что наиболее целесообразным является использование симметричного двойного Т-образного контура. Использование дифференцирующих контуров более эффективно при работе на низкой несущей частоте, когда ослабление невелико и когда относительно меньше влияние отклонения несущей частоты.

3. В работе получены соотношения, определяющие влияние отклонения параметров контура на работу контура.

Цитированная литература

1. Гуткин Л. С. Анализ избирательных схем из R. C., предложенных Скоттом, ЖТФ, № 10, 1946.
2. Маккол Л. Основы теории сервомеханизмов, 1947.
3. Собжик А. Стабилизация сервомеханизмов на несущей частоте. Механика, вып. II и III, 1950.
4. Чернов Е. И. Исследование маломощного сервомеханизма на переменном токе. Диссертация, 1951.
5. Mc. Donald. Improvements in the Characteristics of A — C Lead Networks for Servomechanisms. Trans. ArJEE, vol. 69, p. I, pp. 293—299, 1950.
6. Notthoff. Phase Lead for A — C Servosystems with Compensation for Carrier Frequency Changes. Trans. AIEE, vol. 69, p. I, pp. 285—292, 1950.
7. Arthur A. Havser. A Generalized Method for Analyzing Servomechanisms. Proceedings of the IRE, no 2, 1952.
8. Александровский Н. М. Маломощные следящие системы переменного тока, ч. 1. Диссертация МЭИ, М., 1953.
9. Филиппчук Е. В. Четырехполюсники для получения скорости изменения сигнала на переменном токе. Сборник ММИ, 1952.