



# Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. В. Ивахник, Д. Р. Капизов, В. И. Никонов, Шестиволновое взаимодействие с удвоенным обращением волнового фронта в многомодовых волноводах с керровской, тепловой нелинейностями,  
*Компьютерная оптика*, 2023, том 47, выпуск 5, 702–709

<https://www.mathnet.ru/co1170>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением  
<https://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.14.91

28 апреля 2025 г., 03:29:36



# Шестиволновое взаимодействие с удвоенным обращением волнового фронта в многомодовых волноводах с керровской, тепловой нелинейностями

В.В. Ивахник<sup>1</sup>, Д.Р. Капизов<sup>1</sup>, В.И. Никонов<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва, 443086, Россия, г. Самара, Московское шоссе, д. 34

## Аннотация

Исследована пространственная селективность шестиволновых преобразователей излучения, осуществляющих удвоенное обращение волнового фронта сигнальной волны в длинных многомодовых волноводах как с керровской, так и тепловой нелинейностями. В качестве волноводов использовались волноводы с бесконечно проводящими поверхностями, с параболическим изменением показателя преломления. Показано, что пространственная структура первой волны накачки не влияет на качество удвоенного обращения волнового фронта в волноводе с керровской нелинейностью, слабо влияет на качество удвоенного обращения волнового фронта в волноводе с тепловой нелинейностью. Уменьшение на задней грани волновода радиуса второй гауссовой волны накачки приводит к улучшению качества удвоенного обращения волнового фронта как при шестиволновом взаимодействии на керровской, так и на тепловой нелинейностях. В параболическом волноводе при возбуждении волнами накачки нулевой моды волновода и неизменной частоте первой волны накачки увеличение частоты второй волны накачки улучшает качество удвоенного обращения волнового фронта.

**Ключевые слова:** шестиволновой преобразователь излучения, удвоенное обращение волнового фронта, керровская нелинейность, тепловая нелинейность.

**Цитирование:** Ивахник, В.В. Шестиволновое взаимодействие с удвоенным обращением волнового фронта в многомодовых волноводах с керровской, тепловой нелинейностями / В.В. Ивахник, Д.Р. Капизов, В.И. Никонов // Компьютерная оптика. – 2023. – Т. 47, № 5. – С. 702-709. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1313.

**Citation:** Ivakhnik VV, Kapizov DR, Nikonov VI. Six-wave interaction with double wavefront reversal in multimode waveguides with Kerr and thermal nonlinearities. Computer Optics 2023; 47(5): 702-709. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1313.

## Введение

Шестиволновое взаимодействие по сравнению с четырехволновым позволяет получить не только волну с обращенным волновым фронтом (ОВФ), но и волну с удвоенным обращенным волновым фронтом (УОВФ) с последующим использованием ее для коррекции фазовых искажений, для обработки в реальном масштабе времени оптических изображений, сигналов и т.д. [1–4].

При переходе от рассмотрения шестиволнового взаимодействия в неограниченных по поперечным размерам нелинейных средах к волноводам [5] появляется возможность, как и в случае четырехволновых взаимодействий [6–10], за счет увеличения длины взаимодействия без существенного изменения на этой длине интенсивности взаимодействующих волн значительно повысить эффективность преобразования излучения.

При рассмотрении многоволновых взаимодействий одной из основных задач является установление однозначной связи между комплексными амплитудами (или их пространственными спектрами) взаимодействующих волн. Знание этой связи и позволяет

дать ответ на вопрос о целесообразности использования многоволновых преобразователей излучения при решении той или иной физической задачи [11].

К настоящему времени в случае неограниченных по поперечным размерам средам с керровской, тепловой, тепловой и резонансной нелинейностями в приближении заданного поля по волнам накачки и сигнальной волне выполнен цикл работ по установлению однозначной связи между амплитудами взаимодействующих волн при шестиволновом взаимодействии с удвоенным обращением волнового фронта [2, 12–13]. При использовании в качестве сигнальной волны волны от точечного источника проанализировано влияние параметров волн накачки, схемы взаимодействия, характеристик нелинейной среды на качество УОВФ.

В представленной работе исследуется качество удвоенного обращения волнового фронта при шестиволновом взаимодействии в двумерных многомодовых волноводах как с керровской, так и с тепловой нелинейностями. В качестве волноводов рассматриваются волновод с бесконечно проводящими поверхностями и волновод с параболическим профилем показателя преломления (параболический волновод).

### 1. Вывод основных уравнений, описывающих шестиволновое взаимодействие с удвоенным обращением волнового фронта

Рассмотрим типичную схему взаимодействия волн, позволяющую получить волну с удвоенным обращенным волновым фронтом. В волноводе, расположенном между плоскостями  $z=0$  и  $z=l$ , распространяются навстречу друг другу две волны накачки с комплексными амплитудами  $A_1$  и  $A_2$ , частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$  и сигнальная волна с амплитудой  $A_3$ , частотой  $\omega_1$  (рис. 1). Наличие нелинейной восприимчивости пятого порядка приводит к появлению в среде с керровской нелинейностью слагаемого  $A_1 A_1 A_3^* A_3^* A_2$ , в среде с тепловой нелинейностью слагаемого

$$\frac{d^2 n}{dT^2} \delta T^2 A_2,$$

которые и отвечают за шестиволновое взаимодействие вида  $\omega_1 + \omega_1 + \omega_2 - \omega_1 - \omega_1 = \omega_2$ . В результате такого взаимодействия генерируется объектная волна на частоте  $\omega_2$  с комплексной амплитудой  $A_6$ , пропорциональной квадрату комплексно-сопряженной амплитуды сигнальной волны (волна с УОВФ).

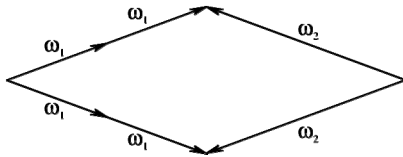


Рис. 1. Схема шестиволнового взаимодействия

Будем рассматривать шестиволновое взаимодействие в двумерных волноводах в приближении заданного поля по волнам накачки, без учета изменения показателя преломления вследствие распространения волн накачки, при малом коэффициенте преобразования ( $|A_6| \ll |A_3|$ ). В качестве сигнальной волны возьмем волну от точечного источника, расположенного на передней грани волновода на расстоянии  $x_0$  от его оси:  $A_3(x, z=0, \omega_1) = \delta(x - x_0)$ .

#### 1.1. Волновод с керровской нелинейностью

С учетом заданных выше приближений в среде с керровской нелинейностью система уравнений, описывающая распространение волн накачки, сигнальной волны, генерацию волны с УОВФ, имеет вид [2, 14]:

$$\begin{aligned} [\nabla^2 + k_1^2 n^2(x, \omega_1)] A_{1,3} &= 0, \\ [\nabla^2 + k_2^2 n^2(x, \omega_2)] A_2 &= 0, \\ [\nabla^2 + k_2^2 n^2(x, \omega_2)] A_6 &= -g A_1^2 A_2 A_3^{*2}. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь

$$g = \frac{120\pi\omega_2^2}{c^2} \chi^{(5)},$$

$\chi^{(5)}$  – нелинейная восприимчивость пятого порядка,  $k_{1,2} = \omega_{1,2}/c$ ,  $n(x, \omega_{1,2})$  – значение показателя преломления на частоте  $\omega_{1,2}$ ,  $x$  – поперечная координата.

Пусть модами волновода являются функции:

$$f_m(x, z, \omega_{1,2}) = \tilde{f}_m(x, \omega_{1,2}) \exp[-i\beta_m(\omega_{1,2})z]. \quad (2)$$

Здесь  $\beta_m(\omega_{1,2})$  – постоянная распространения  $m$ -й моды световода.

Разложим комплексные амплитуды взаимодействующих волн по модам волновода:

$$A_1(x, z) = \sum_{p=0}^{N_1} a_{1p}(z) \tilde{f}_p(x, \omega_1) \exp[-i\beta_p(\omega_1)z], \quad (3)$$

$$A_3(x, z) = \sum_{s=0}^{N_1} a_{3s}(z) \tilde{f}_s(x, \omega_1) \exp[-i\beta_s(\omega_1)z],$$

$$A_2(x, z) = \sum_{m=0}^{N_2} a_{2m}(z) \tilde{f}_m(x, \omega_2) \exp[i\beta_m(\omega_2)z], \quad (4)$$

$$A_6(x, z) = \sum_{r=0}^{N_2} a_{6r}(z) \tilde{f}_r(x, \omega_2) \exp[i\beta_r(\omega_2)z].$$

Здесь  $a_{jn}(z)$  – коэффициенты в разложении амплитуд волн накачки, сигнальной и объектной волн по модам волновода,  $N_{1,2}$  – число отсечки на частоте  $\omega_{1,2}$ . Из системы уравнений (1) следует, что коэффициенты  $a_{jn}(z)$ ,  $j=1, 2, 3$  не меняются вдоль оси  $Z$ :

$$\begin{aligned} a_{1p}(z) &= a_{1p}(z=0) = a_{1p}^{(0)}, \\ a_{3s}(z) &= a_{3s}(z=0) = a_{3s}^{(0)}, \\ a_{2m}(z) &= a_{2m}(z=l) = a_{2m}^{(0)}. \end{aligned} \quad (5)$$

В приближении медленно меняющихся амплитуд из (1) с учетом разложения взаимодействующих волн по модам волновода уравнение, описывающее изменение вдоль оси  $Z$  коэффициентов в разложении амплитуды волны  $A_6(x, z, \omega_2)$  по модам волновода, можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} 2i\beta_r \frac{da_{6r}}{dz} &= g \sum_{p=0}^{N_1} \sum_{p'=0}^{N_1} \sum_{m=0}^{N_2} \sum_{s=0}^{N_1} \sum_{s'=0}^{N_1} a_{1p}^{(0)} a_{1p'}^{(0)} a_{2m}^{(0)} \times \\ &\times a_{3s}^{(0)*} a_{3s'}^{(0)*} \gamma_{pp'mss'r} \exp(-i\Delta_{pp'mss'r} z), \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} \gamma_{pp'mss'r} &= \int \tilde{f}_p(x, \omega_1) \tilde{f}_{p'}(x, \omega_1) \tilde{f}_m(x, \omega_2) \times \\ &\times \tilde{f}_s(x, \omega_1) \tilde{f}_{s'}(x, \omega_1) \tilde{f}_r(x, \omega_2) dx \end{aligned}$$

интеграл перекрытия, характеризующий эффективность взаимодействия шести мод волновода,  $\Delta_{pp'mss'r} = \beta_p + \beta_{p'} - \beta_m - \beta_s - \beta_{s'} + \beta_r$  – волновая расстройка.

Проинтегрировав правую и левую части выражения (6) по продольной координате  $z$  с учетом граничного условия

$$a_{6r}(z=l) = 0, \quad (7)$$

получим

$$a_{6r}(z=0) = -\frac{ig\ell}{2\beta_r} \sum_{p=0}^{N_1} \sum_{p'=0}^{N_1} \sum_{m=0}^{N_2} \sum_{s=0}^{N_1} \sum_{s'=0}^{N_1} a_{1p}^{(0)} a_{1p'}^{(0)} a_{2m}^{(0)} \times \times a_{3s}^{(0)*} a_{3s'}^{(0)*} \gamma_{pp'mss'r} \text{sinc}\left(\frac{\Delta_{pp'mss'r}\ell}{2}\right) \exp\left(-i\frac{\Delta_{pp'mss'r}\ell}{2}\right). \quad (8)$$

Зная выражение для коэффициента  $a_{6r}$ , найдем амплитуду объектной волны на передней грани волновода:

$$A_6(x, z=0) = \sum_{r=0}^{N_2} a_{6r} \tilde{f}_r(x, \omega_2) = -i\frac{g\ell}{2} \sum_{r=0}^{N_2} \frac{\tilde{f}_r(x, \omega_2)}{\beta_r} \sum_{p=0}^{N_1} \sum_{p'=0}^{N_1} \sum_{m=0}^{N_2} \sum_{s=0}^{N_1} \sum_{s'=0}^{N_1} a_{1p}^{(0)} a_{1p'}^{(0)} \times \times a_{2m}^{(0)} a_{3s}^{(0)*} a_{3s'}^{(0)*} \gamma_{pp'mss'r} \text{sinc}\left(\frac{\Delta_{pp'mss'r}\ell}{2}\right) \exp\left(-i\frac{\Delta_{pp'mss'r}\ell}{2}\right). \quad (9)$$

Для сигнальной волны от точечного источника ( $a_{3s}^{(0)*} = \tilde{f}_s(x_0, \omega_1)$ ) выражение для амплитуды объектной волны примет вид

$$G(x, x_0, z=0) = -i\frac{g\ell}{2} \sum_{r=0}^{N_2} \frac{\tilde{f}_r(x, \omega_2)}{\beta_r} \sum_{p=0}^{N_1} \sum_{p'=0}^{N_1} \sum_{m=0}^{N_2} \sum_{s=0}^{N_1} \sum_{s'=0}^{N_1} a_{1p}^{(0)} \times \times a_{1p'}^{(0)} a_{2m}^{(0)} \tilde{f}_s(x_0, \omega_1) \tilde{f}_{s'}(x_0, \omega_1) \gamma_{pp'mss'r} \times \times \text{sinc}\left(\frac{\Delta_{pp'mss'r}\ell}{2}\right) \exp\left(-i\frac{\Delta_{pp'mss'r}\ell}{2}\right). \quad (10)$$

Как и в случае рассмотрения качества преобразования изображения при многоволновом взаимодействии [15–16], функцию  $G(x, x_0, z=0)$  будем называть функцией размытия точки (ФРТ).

Будем рассматривать длинные волноводы, т.е. считаем, что выполняется условие  $\text{Re}(\Delta_{pp'mss'r})\ell \gg 1$ , если  $\text{Re}(\Delta_{pp'mss'r}) \neq 0$ . Тогда основной вклад в выражение для комплексной амплитуды объектной волны дают слагаемые, для которых волновая расстройка равна нулю

$$\Delta_{pp'mss'r} = 0. \quad (11)$$

Это условие фазового синхронизма для шестиволнового взаимодействия с УОВФ. Условие фазового синхронизма уменьшает число сумм, входящих в выражение (10), устанавливает связь между номерами мод взаимодействующих волн.

При выполнении условия фазового синхронизма выражение для ФРТ примет вид:

$$G_K(x, x_0, z=0) = -i\frac{g\ell}{2} \sum_{r=0}^{N_2} \frac{\tilde{f}_r(x, \omega_2)}{\beta_r} \sum_{p=0}^{N_1} \sum_{p'=0}^{N_1} \sum_{m=0}^{N_2} \sum_{s=0}^{N_1} a_{1p}^{(0)} a_{1p'}^{(0)} a_{2m}^{(0)} \times \times \tilde{f}_s(x_0, \omega_1) \tilde{f}_{s'}(x_0, \omega_1) \gamma_{pp'mss'r}. \quad (12)$$

### 1.2. Волновод с тепловой нелинейностью

Уравнения, описывающие распространение взаимодействующих волн в среде с тепловой нелинейностью, есть [12, 14]:

$$\begin{aligned} [\nabla^2 + k_1^2 n^2(x, \omega_1) - 2ik_1\alpha(\omega_1)] A_{1,3} &= 0, \\ [\nabla^2 + k_2^2 n^2(x, \omega_2) - 2ik_2\alpha(\omega_2)] A_2 &= 0, \\ [\nabla^2 + k_2^2 n^2(x, \omega_2) - 2ik_2\alpha(\omega_2)] A_6 + \\ + k_2^2 n_1 \frac{d^2 n}{dT^2} \delta T_{31}^2 A_2 &= 0, \end{aligned} \quad (13)$$

где  $\alpha(\omega_{1,2})$  – коэффициент поглощения на частоте  $\omega_{1,2}$ ,  $\delta T_{31}$  – изменение температуры, обусловленное выделением тепла при поглощении излучения, связанного с наличием в выражении для интенсивности интерференционного слагаемого ( $A_1 A_3^*$ ),  $n_1$  – значение показателя преломления на частоте  $\omega_2$  на оси волновода,  $d^2 n/dT^2$  – термооптический коэффициент.

Для определения  $\delta T_{31}$  систему уравнений (13) необходимо дополнить уравнением Пуассона [13]:

$$\nabla^2 \delta T_{31} + \frac{2\alpha(\omega_1) A_1 A_3^*}{\Lambda \cdot c_p \cdot \rho} = 0, \quad (14)$$

где  $\Lambda$  – коэффициент теплопроводности среды;  $c_p$  – удельная теплоемкость при постоянном давлении;  $\rho$  – плотность вещества.

Изменение температуры, обусловленное интерференцией первой волны накачки и сигнальной волны, представим в виде

$$\delta T_{31}(x, z) = \sum_{i=0}^{N_1} \delta \tilde{T}_i(z) \tilde{f}_i(x, \omega_1), \quad (15)$$

где  $\delta \tilde{T}_i(z)$  – коэффициенты в разложении изменения температуры по модам волновода (пространственный спектр температурной решетки).

Подставив (3), (4), (15) в уравнение для амплитуды волны с УОВФ, получим

$$\begin{aligned} \frac{da_{6r}}{dz} &= \frac{ik_2^2 n_1}{2\beta_r} \frac{d^2 n}{dT^2} \sum_{m=0}^{N_2} \sum_{t=0}^{N_1} \sum_{t'=0}^{N_1} a_{2m}^{(0)}(z) \gamma_{mrtt'} \times \\ &\times \delta T_t(z) \delta T_{t'}(z) \exp[i(\beta_m - \beta_r)z], \end{aligned} \quad (16)$$

где

$$\gamma_{mrtt'} = \int \tilde{f}_m(x, \omega_2) \tilde{f}_r^*(x, \omega_2) \tilde{f}_t(x, \omega_1) \tilde{f}_{t'}(x, \omega_1) dx -$$

интеграл перекрытия четырех мод волновода.

С учетом условий (5), (7), проинтегрировав правую и левую части выражения (16) по координате  $z$  от 0 до  $\ell$ , получим:

$$\begin{aligned} a_{6r}(z=0) &= \frac{ik_2^2 n_1}{2\beta_r} \frac{d^2 n}{dT^2} \sum_{m=0}^{N_2} \sum_{t=0}^{N_1} \sum_{t'=0}^{N_1} a_{2m}^{(0)} \gamma_{mrtt'} \times \\ &\times \int_0^\ell \delta T_t(z) \delta T_{t'}(z) \exp[i(\beta_m - \beta_r)z] dz. \end{aligned} \quad (17)$$

Для нахождения пространственного спектра изменения температуры подставим (15) в уравнение (14). С учетом отвода тепла от граней волновода  $\delta T_i(z=\ell) = \delta T_i(z=0) = 0$  найдем выражение для пространственного спектра температурной решетки

$$\delta T_i(z) = \frac{2\alpha(\omega_1)}{\Lambda \cdot c_p \cdot \rho} \sum_{p=0}^{N_1} \sum_{s=0}^{N_1} a_{1p}^{(0)} \cdot a_{3s}^{(0)*} \cdot \gamma_{pst} \cdot \xi_{pst}, \quad (18)$$

где

$$\gamma_{pst} = \int \tilde{f}_p(x) \tilde{f}_s^*(x) \tilde{f}_t(x) dx,$$

$$G_T(x, x_0, z=0) = \frac{ik_2^2 n_1}{2} \frac{d^2 n}{dT^2} \left( \frac{2\alpha(\omega_1)}{\Lambda \cdot c_p \cdot \rho} \right)^2 \cdot \sum_{p=0}^{N_1} \sum_{p'=0}^{N_1} \sum_{m=0}^{N_2} \sum_{s=0}^{N_1} \sum_{s'=0}^{N_1} \sum_{r=0}^{N_2} \sum_{t=0}^{N_1} \sum_{t'=0}^{N_1} \frac{\tilde{f}_r(x)}{\beta_r} a_{2m}^{(0)} a_{1p}^{(0)} a_{1p'}^{(0)} \tilde{f}_s^*(x_0, \omega_1) \times \\ \times \tilde{f}_{s'}^*(x_0, \omega_1) \gamma_{mrt'} \gamma_{pst} \gamma_{p's't'} \frac{1}{q_t^2 + (\beta_p - \beta_s^*)^2} \frac{1}{q_{t'}^2 + (\beta_{p'} - \beta_{s'}^*)^2} \times \\ \times \int_0^\ell \left( \exp[-i(\beta_p - \beta_s^*)z] - \frac{sh(q_p z)}{sh(q_p \ell)} \exp[-i(\beta_p - \beta_s^*)\ell] - \frac{sh[q_t(\ell - z)]}{sh(q_t \ell)} \right) \times \\ \times \left( \exp[-i(\beta_{p'} - \beta_{s'}^*)z] - \frac{sh(q_{p'} z)}{sh(q_{p'} \ell)} \exp[-i(\beta_{p'} - \beta_{s'}^*)\ell] - \frac{sh[q_{t'}(\ell - z)]}{sh(q_{t'} \ell)} \right) \exp[i(\beta_m - \beta_r)z] dz. \quad (19)$$

Выражения (12), (19) позволяют проанализировать влияние на качество УОВФ в волноводах с керровской, с тепловой нелинейностями соотношения между частотами волн накачки, пространственной структуры волн накачки.

## 2. Обсуждение результатов

В качестве волноводов рассмотрим двумерный волновод с бесконечно проводящими поверхностями, расположенными на расстоянии  $2a$  друг от друга, заполненный средой с показателем преломления  $n_1$ , и двумерный волновод с параболическим профилем показателя преломления  $n^2(x) = n_1^2 \left[ 1 - 2\varepsilon_2 (x/x_q)^2 \right]$ . Здесь  $\varepsilon_2$  и  $x_q$  – два параметра, задающие изменение показателя преломления.

Модами волновода с бесконечно проводящими поверхностями являются функции

$$\tilde{f}_r(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} \sin \left[ \frac{\pi(r+1)}{2a} (x+a) \right]. \quad (20)$$

Модами параболического волновода являются функции Гаусса–Эрмита [17]

$$\tilde{f}_r(x, \omega_{1,2}) = \sqrt{\frac{2}{\pi(2^r r! \omega_{01,02}^2)}} \times \\ \times H_r \left( x\sqrt{2}/\omega_{01,02} \right) \exp \left( -\frac{x^2}{\omega_{01,02}^2} \right). \quad (21)$$

Здесь

$$q_i^2 = -\int \tilde{f}_i^*(x) \frac{d^2 \tilde{f}_i(x)}{dx^2} dx,$$

$$\xi_{pst} = \frac{1}{q_i^2 + (\beta_p - \beta_s^*)^2} \left( \exp[-i(\beta_p - \beta_s^*)z] - \right.$$

$$\left. - \frac{sh(q_i z)}{sh(q_i \ell)} \exp[-i(\beta_p - \beta_s^*)\ell] - \frac{sh[q_i(\ell - z)]}{sh(q_i \ell)} \right).$$

С учетом (17), (18) функция размытия точки шестиволнового преобразователя излучения, осуществляющего УОВФ в волноводе с тепловой нелинейностью, имеет вид

$$H_r \left( \frac{x\sqrt{2}}{\omega_{01,02}} \right) - \text{полином Эрмита } r\text{-го порядка,}$$

$$\omega_{01,02}^2 = \frac{2x_q}{k_{1,2} n_1 \sqrt{2\varepsilon_2}}.$$

Для приосевых мод волновода постоянная распространения  $r$ -й моды есть

$$\beta_r(\omega_{1,2}) \approx k_{1,2} n_1 - \frac{q_r^2}{2k_{1,2} n_1}, \quad (22)$$

где

$$q_r^2 = \left[ \frac{\pi(r+1)}{2a} \right]^2 - \text{для волновода с бесконечно}$$

проводящими поверхностями;

$$q_r^2 = \frac{2(2r+1)}{\omega_{01,02}^2} - \text{для параболического волновода.}$$

Если волновод заполнен поглощающей средой с коэффициентом поглощения  $\alpha(\omega_{1,2})$ , то в выражении для постоянной распространения (22) добавляется слагаемое  $-i\alpha(\omega_{1,2})$ .

На рис. 2 для параболического волновода с керровской, тепловой нелинейностями приведены характерные нормированные графики зависимости модулей функций размытия точки, расположенной на оси

волновода  $(\tilde{G}_{K,T} = \left| \frac{G_{K,T}(x, x_0=0, z=0)}{G_{K,T}^{\max}} \right|)$ ,  $G_{K,T}^{\max}$  – мак-

симальные значения модуля ФРТ), от нормированной

поперечной координаты при условии одномодовых волн накачки с номерами мод  $p=p'=m=0$  и фиксированном отношении между частотами волн накачки  $h = \omega_2 n_1(\omega_2) / \omega_1 n_1(\omega_1) = 2$ . С ростом поперечной координаты наблюдается уменьшение модуля ФРТ.

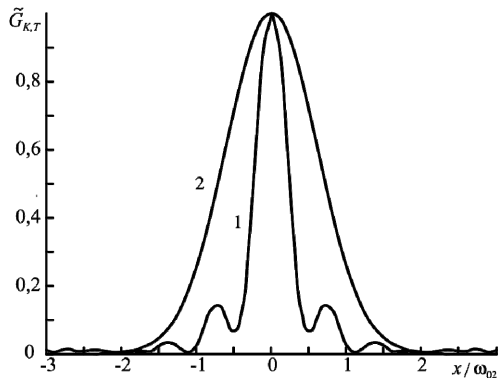


Рис. 2. Зависимость модуля ФРТ от поперечной координаты для шестиволнового преобразователя излучения в параболических волноводах с керровской (1), тепловой (2) нелинейностями при  $\alpha(\omega)l = 0,01$

В качестве количественного параметра, характеризующего качество удвоенного ОВФ, может выступать полуширина модуля ФРТ ( $\Delta x$ ), определяемая из решения уравнения

$$|G_{k,T}(x = \Delta x, x_0 = 0, z = 0)| = \frac{1}{2} |G_{k,T}(x = 0, x_0 = 0, z = 0)|. \quad (23)$$

### 2.1. Влияние на качество УОВФ соотношения между частотами волн накачки

На рис. 3 для шестиволновых преобразователей излучения в параболических волноводах как с керровской, так и тепловой нелинейностями при условии возбуждения волнами накачки мод волновода с номерами  $p=p'=0, m=0$  приведены зависимости нормированной полуширины модуля ФРТ от отношения частот волн накачки. При расчете ФРТ учитывали 20 мод волновода в сигнальной волне и  $20h$  мод волновода в объектной волне.

Увеличение частоты второй волны накачки сужает «ширину» (параметр  $\omega_{02}$ ) мод параболического волновода, формирующих волну с УОВФ. Это объясняет уменьшение полуширины модуля ФРТ при неизменной частоте первой волны накачки с увеличением частоты второй волны накачки. Изменение интеграла перекрытия при увеличении частоты второй волны накачки и, как следствие этого, изменение коэффициентов в разложении амплитуды объектной волны по модам волновода не оказывает существенного влияния на полуширину модуля ФРТ.

При условии возбуждения волнами накачки мод волновода с номерами  $p=p'=0, m=0$  и  $h=2$  полуширина ФРТ составляет в волноводе с керровской нели-

нейностью  $0,234\omega_{02}$ , в волноводе с тепловой нелинейностью  $0,642\omega_{02}$ .

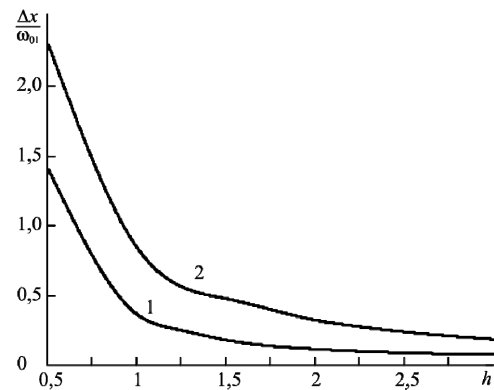


Рис. 3. Зависимость полуширины модуля ФРТ шестиволнового преобразователя излучения в параболических волноводах с керровской (1), тепловой (2) нелинейностями от отношения частот волн накачки

Аналитическое выражение, связывающее нормированную полуширину модуля ФРТ и отношение частот волн накачки в интервале  $0,5 \leq h \leq 2,5$  с коэффициентом корреляции 0,99, есть

$$\frac{\Delta x}{\omega_{01}} = \frac{1}{h} \left( \frac{\delta_1}{h + \eta_1} + \zeta_1 \right). \quad (24)$$

Для параболического волновода с керровской нелинейностью  $\delta_1 = 0,186; \eta_1 = -0,172; \zeta_1 = 0,132$ , тепловой нелинейностью  $\delta_1 = 0,557; \eta_1 = 0,236; \zeta_1 = 0,389$ .

В длинных волноводах с бесконечно проводящими поверхностями, когда для выполнения условия фазового синхронизма (11) необходимо, чтобы номер моды объектной волны был равен номеру моды второй волны накачки, а между номерами мод сигнальной волны и первой волны накачки выполнялось условие  $p=s, p'=s'$  и  $p=s', p'=s$ , полуширина модуля ФРТ шестиволнового преобразователя излучения, осуществляющего УОВФ, не зависит от соотношения между частотами волн накачки и при  $p=p'=m=0$  как при наличии керровской, так и тепловой нелинейностей составляет  $\Delta x = 0,67a$ .

### 2.2. Влияние на качество УОВФ пространственной структуры волн накачки

Для исследования влияния на качество УОВФ пространственной структуры волн накачки предположим, что одна из волн накачки возбуждает нулевую моду волновода, а изменение в зависимости от поперечной координаты амплитуды другой волны накачки на грани волновода описывается гауссовой функцией.

На рис. 4 приведены характерные зависимости нормированных полуширин ФРТ от радиуса пучка накачки ( $b$ ) при условии, что 1) первая волна накачки одномодовая с номером моды  $p=0$ , а амплитуда второй волны накачки на задней грани волновода описывается гауссо-

вой функцией  $A_2(x, z=l) \sim \exp(-x^2/b^2)$  (кривая 1); 2) вторая волна накачки одномодовая с номером моды  $m=0$ , а амплитуды первой волны накачки на передней

грани волновода описывается гауссовой функцией  $A_1(x, z=0) \sim \exp(-x^2/b^2)$  (кривая 2). При расчете ФРТ в параболическом волноводе считали  $h=2$ .

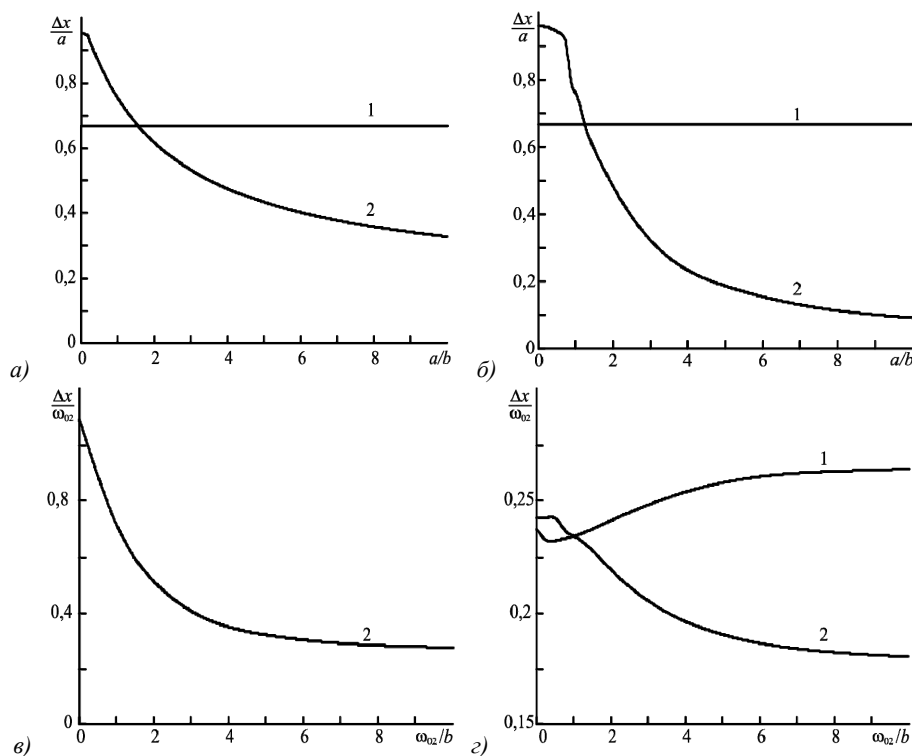


Рис. 4. Зависимость полуширины модуля ФРТ шестиволнового преобразователя в волноводах с бесконечно проводящими поверхностями (а, б), параболическом (в, г) с керровской (а, в), тепловой (б, г) нелинейностями от радиуса Гауссовых волн накачки: 1) первая волна накачки Гауссова, вторая волна накачки одномодовая с номером моды  $m=0$ ; 2) первая волна накачки одномодовая с номером моды  $p=0$ , вторая волна накачки Гауссова

Для волновода с бесконечно проводящими поверхностями исследование влияния пространственной структуры волн накачки на качество УОВФ проводилось при условии, что номер моды объектной волны совпадал с номером моды второй волны накачки. В таком волноводе при одномодовой второй волне накачки изменение радиуса первой волны накачки не меняет нормированную полуширину модуля ФРТ. И наоборот, при одномодовой первой волне накачки изменение радиуса второй волны накачки приводит к существенному уменьшению нормированной полуширины модуля ФРТ шестиволнового преобразователя излучения как в волноводе с тепловой нелинейностью, так и в волноводе с керровской нелинейностью. Наблюдается улучшение качества УОВФ. Причем изменение нормированной полуширины модуля ФРТ шестиволнового преобразователя излучения в волноводе с тепловой нелинейностью оказывается выше, чем в волноводе с керровской нелинейностью. Так, при изменении радиуса второй волны накачки от  $b=1,25a$  до  $b=0,125a$  полуширина модуля ФРТ в волноводе с керровской нелинейностью уменьшается в 2,2 раза, а в волноводе с тепловой нелинейностью – в 7,1 раза.

Сходные зависимости полуширины ФРТ при УОВФ от пространственной структуры второй вол-

ны накачки при одномодовой первой волны накачки с номером моды  $p=0$  наблюдаются и у шестиволновых преобразователей излучения в параболическом волноводе. В случае одномодовой второй волны накачки с номером моды  $m=0$  в параболическом волноводе с керровской нелинейностью уменьшение радиуса первой гауссовой волны накачки приводит к незначительному увеличению полуширины модуля ФРТ.

Приближенные аналитические выражения, связывающие нормированную полуширину ФРТ шестиволнового преобразователя излучения в волноводе с бесконечно проводящими поверхностями с радиусом волн накачки в диапазоне  $0,125a \leq b \leq 1,25a$  с коэффициентом корреляции 0,99, есть:

$$\frac{\Delta x}{a} = \frac{\delta_2}{(a/b) + \eta_2} + \zeta_2. \quad (25)$$

При замене  $a$  на  $\omega_{02}$  аналитическое выражение (25) для нормированной полуширины ФРТ оказывается справедливым и для шестиволнового преобразователя излучения в параболическом волноводе в диапазоне изменения радиуса волн накачки  $0,125\omega_{02} \leq b \leq 1,25\omega_{02}$ .

В табл. 1 приведены значения параметров  $\delta_2$ ,  $\eta_2$ ,  $\zeta_2$ .

Табл. 1. Значения параметров  $\delta_2$ ,  $\eta_2$ ,  $\zeta_2$  для шестиволнового преобразователя излучения в параболическом волноводе в диапазоне изменения радиуса волн накачки  $0,125 a\omega_2 \leq b \leq 1,25 a\omega_2$

| Волновод  | Нелинейность | 1-я волна накачки | 2-я волна накачки | $\delta_2$ | $\eta_2$ | $\zeta_2$ |
|---|--------------|-------------------|-------------------|------------|----------|-----------|
| Волновод с бесконечно проводящими поверхностями | керровская   | одномодовая       | Гауссова          | 1,897      | 2,280    | 0,172     |
|   |              | Гауссова          | одномодовая       | 0          | –        | 0,670     |
|   | тепловая     | одномодовая       | Гауссова          | 1,41       | 0,756    | –0,049    |
|   |              | Гауссова          | одномодовая       | 0          |          | 0,670     |
| Параболический волновод                         | керровская   | одномодовая       | Гауссова          | 0,897      | 6,490    | 0,107     |
|   |              | Гауссова          | одномодовая       | –0,449     | 4,640    | 4,130     |
|   | тепловая     | одномодовая       | Гауссова          | 1,242      | 1,264    | 0,141     |

Аналитические выражения (24), (25) позволяют оценить влияние на качество УОВФ соотношения между частотами волн накачки, радиуса Гауссовых волн накачки.

Для объяснения зависимости полуширины ФРТ от

$$\frac{\omega_2 n_1(\omega_2)}{\omega_1 n_1(\omega_1)} \left[ (p+1)^2 + (p'+1)^2 - (s+1)^2 - (s'+1)^2 \right] - \left[ (m+1)^2 - (r+1)^2 \right] = 0. \tag{26}$$

Если номер моды объектной волны совпадает с номером моды второй волны накачки, то при условии многомодовой первой волны накачки и одномодовой

$$G_K^{(1)}(x, x_0, z = 0) = -i \frac{g \ell}{2k_2 n_1(\omega_2) a^{3/2}} a_{2m}^{(0)} \sin \left[ \frac{\pi(m+1)}{2a} (x+a) \right] \sum_{p=0}^{N_1} \sum_{p'=0}^{N_1} \sum_{s=0}^{N_1} \sum_{s'=0}^{N_1} a_{1p}^{(0)} a_{1p'}^{(0)} \sin \left[ \frac{\pi(s+1)}{2a} (x_0+a) \right] \times \sin \left[ \frac{\pi(s'+1)}{2a} (x_0+a) \right] \gamma_{pp'mmss'}. \tag{27}$$

Из выражения (27) следует, что пространственная структура первой волны накачки, меняя максимальное значение ФРТ, не влияет на качество УОВФ.

При условии многомодовой второй волны накачки и одномодовой первой волны накачки с номером моды  $p=0$  без учета интермодуляционных слагаемых ( $p'=p, s'=s$ ) формирование ФРТ шестиволнового преобразователя излучения полностью определяет мода сигнальной волны, номер которой совпадает с номером моды первой волны накачки. В этом случае из (12) с учетом (20), (22) выражение для ФРТ примет вид

$$G_K^{(2)}(x, x_0, z = 0) = \sum_{m=0}^{N_2} G_{Km}^{(2)}(x, x_0, z = 0), \tag{28}$$

где

$$G_{Km}^{(2)}(x, x_0, z = 0) = -i \frac{g \ell \gamma_{0000mm}}{2k_2 n_1(\omega_2) a^{3/2}} a_{1p=0}^2 a_{2m} \times \sin^2 \left[ \frac{\pi}{2a} (x_0+a) \right] \sin \left[ \frac{\pi(m+1)}{2a} (x+a) \right]$$

ФРТ шестиволнового преобразователя при условии, что и вторая волна накачки одномодовая с номером моды  $m$ .

В зависимости от отношения  $a/b$  с учетом знака коэффициентов в разложении второй волны накачки по модам волновода когерентное сложение центральных максимумов функций  $G_{Km}^{(2)}(x, x_0 = 0, z = 0)$  приво-

диуса волн накачки в качестве примера рассмотрим УОВФ в волноводе с бесконечно проводящими поверхностями с керровской нелинейностью.

Для такого волновода условие синхронизма (11) переписывается в виде

второй волны накачки вид ФРТ (12) полностью определяет мода волновода, номер которой равен номеру моды второй волны накачки

дит при уменьшении радиуса второй волны накачки к уменьшению полуширины модуля ФРТ (качество УОВФ улучшается) [18].

Приведенные выше рассуждения объясняют характер изменения качества УОВФ при шестиволновом взаимодействии в волноводе с керровской нелинейностью в зависимости от радиуса Гауссовых волн. Сходные рассуждения можно привести для объяснения влияния на качество УОВФ радиуса волн накачки при шестиволновом взаимодействии в волноводе с бесконечно проводящими поверхностями с тепловой нелинейностью, параболическом волноводе с тепловой нелинейностью, параболическом волноводе с керровской нелинейностью.

Заметим, что похожая зависимость качества ОВФ от структуры волн накачки наблюдается для четырехволновых преобразователей излучения в волноводах [18]. Сравнение зависимостей полуширин модулей ФРТ вырожденного четырехволнового и шестиволнового преобразователей излучения в волноводах с керровской нелинейностью с бесконечно проводящими поверхностями от радиуса второй волны накачки при условии, что первая волна накачки возбуждает моду волновода с номером моды  $p=0$ , показывает, что по мере уменьшения радиуса второй волны накачки разница в значениях полуширин модулей функций размытия точки уменьшается и при  $b < 0,125a$  их относительное отличие оказывается меньше 8%.



### Заключение

Проведено исследование влияния на качество удвоенного обращения волнового фронта при шестиволновом взаимодействии в многомодовых волноводах как с керровской, так и тепловой нелинейностями соотношения между частотами волн накачки, пространственной структуры волн накачки. В качестве количественного параметра, характеризующего качество УОВФ, использовалась полуширина модуля амплитуды объектной волны при условии, что сигнальной волной являлась волна от точечного источника, расположенного на передней грани волновода.

Показано, что в длинных волноводах (параболическом, с бесконечно проводящими поверхностями) пространственная структура первой волны накачки не влияет на качество УОВФ в волноводе с керровской нелинейностью, слабо влияет на качество УОВФ в волноводе с тепловой нелинейностью. Уменьшение на задней грани волновода радиуса второй гауссовой волны накачки приводит к улучшению качества УОВФ при шестиволновом взаимодействии как на керровской, так и на тепловой нелинейностях.

В длинном параболическом волноводе при неизменной частоте первой волны накачки увеличение частоты второй волны накачки приводит к уменьшению полуширины модуля ФРТ.

### References

- [1] Charra F, Nunzi JM. Nondegenerate multiwave mixing in polydiacetylene: phase conjugation with frequency. *J Opt Soc Am B* 1991; 8(3): 570-577.
- [2] Ivakhnik VV, Nikonov VI. Double phase conjugation with frequency conversion under nondegenerate six-wave mixing. *Optics Spectrosc* 1993; 75(2): 227-230.
- [3] Karpuk SM, Rubanov AS, Tolstik AL. Double phase conjugation in quadratic recording of dynamic holograms in resonance media. *Optics Spectrosc* 1996; 80(2): 276-280.
- [4] Romanov OG, Gorbach DV, Tolstik AL. Frequency transformation of optical vortices upon nondegenerate multiwave interaction in dye solutions. *Optics Spectrosc* 2010; 108(5): 768-773. DOI: 10.1134/S0030400X10050152.
- [5] Zhou H, Liao M, Huang SW, Zhou L, Qiu K, Wong CW. Six-wave mixing induced by free-carrier plasma in silicon nanowire waveguides. *Laser Photon Rev* 2016; 10: 1054-1061. DOI: 10.1002/lpor.201600124.
- [6] Nazemosadat E, Poubeyram H, Mafi A. Phase matching for spontaneous frequency conversion via four-wave mixing in graded-index multimode optical fibers. *J Opt Soc Am B* 2016; 33(2): 144-150. DOI: 10.1364/JOSAB.33.000144.
- [7] Turitsyn SK, Bednyakova AE, Fedoruk MP, Paperny SB, Clements WRL. Inverse four-wave mixing and selfparametric amplification in optical fibre. *Nat Photon* 2015; 9(9): 608-614. DOI: 10.1038/NPHOTON.2015.150.
- [8] Weng Y, He X, Wang J, Pan Z. All-optical ultrafast wavelength and mode converter based on intermodal four-wave mixing in few-mode fibers. *Opt Commun* 2015; 348: 7-12. DOI: 10.1016/j.optcom.2015.03.018.
- [9] Anjum OF, Guasoni M, Horak P, Jung Y, Petropoulos P, Richardson DJ, Parmigiani F. Polarization-insensitive fourwave-mixing-based wavelength conversion in few-mode optical fibers. *J Lightw Technol* 2018; 36(17): 3678-3683. DOI: 10.1109/JLT.2018.2834148.
- [10] Zhang H, Bigot-Astruc M, Bigot L, Sillard P, Fatome J. Multiple modal and wavelength conversion process of a 10-Gbit/s signal in a 6-LP-mode fiber. *Opt Express* 2019; 27(11): 15413-15425. DOI: 10.1364/OE.27.015413.
- [11] Zel'dovich BYa, Pilipetskiy NF, Shkunov VV. Wavefront reversal [In Russian]. Moscow: "Nauka" Publisher; 1985.
- [12] Ivakhnik VV, Nikonov VI, Savelyev MV. Double wavefront reversal at six-wave interaction on the thermal nonlinearity [In Russian]. *Physics of Wave Processes and Radiotechnical Systems* 2015; 18(1): 13-17.
- [13] Ivakhnik VV, Nikonov VI. Six-wave interaction with double wavefront reversal on thermal nonlinearity in a medium with a nonlinear absorption coefficient [In Russian]. *Computer Optics* 2017; 41(3): 315-321. DOI: 10.18287/2412-6179-2017-41-3-315-321.
- [14] Vinogradova MB, Rudenko OV, Sukhorukov AP. Wave theory [In Russian]. Moscow: "Fizmatlit" Publisher; 1979.
- [15] Voronin ES, Strizhevskii VL. Parametric up-conversion of infrared radiation and its applications. *Soviet Physics Uspekhi* 1979; 22(1): 26-45. DOI: 10.1070/PU1979v022n01ABEH005414.
- [16] Voronin ES, Petnikova VM, Shuvalov VV. Use of degenerate parametric processes for wavefront correction (review). *Sov J Quantum Electron* 1981; 11(5): 551-561. DOI: 10.1070/QE1981v011n05ABEH006899.
- [17] Marcuse D. Light transmission optics. New York: Van Nostrand Reinhold Co; 1982. ISBN: 978-0-442-26309-6.
- [18] Ivakhnik VV, Kapizov DR, Nikonov VI. Quality of wavefront reversal for four-wave interaction in a multimode waveguide with thermal nonlinearity [In Russian]. *Computer Optics* 2022; 46(1): 48-55. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1011.

### Сведения об авторах

**Ивахник Валерий Владимирович**, 1951 года рождения. Доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой оптики и спектроскопии Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королева. Область научных интересов: нелинейная оптика, динамическая голография. E-mail: [ivakhnik@ssau.ru](mailto:ivakhnik@ssau.ru).

**Капизов Дархан Рахметулович**, 1996 года рождения, аспирант 3-го года обучения кафедры оптики и спектроскопии Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П.Королева. Область научных интересов: нелинейная оптика, динамическая голография. E-mail: [darkhankapizov@gmail.com](mailto:darkhankapizov@gmail.com).

**Никонов Владимир Иванович**, 1959 года рождения. Кандидат физико-математических наук, доцент кафедры оптики и спектроскопии Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королева. Область научных интересов: нелинейная оптика, динамическая голография. E-mail: [nikon5919@mail.ru](mailto:nikon5919@mail.ru).

ГРНТИ: 29.33.27.

Поступила в редакцию 3 апреля 2023 г. Окончательный вариант – 16 мая 2023 г.

---

# Six-wave interaction with double wavefront reversal in multimode waveguides with Kerr and thermal nonlinearities

V.V. Ivakhnik<sup>1</sup>, D.R. Kapizov<sup>1</sup>, V.I. Nikonov<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Samara National Research University, 443086, Russia, Samara, Moscow highway 34

## Abstract

Spatial selectivity of six-wave radiation converters, which perform double wavefront conjugation of a signal wave in long multimode waveguides with both Kerr and thermal nonlinearities, is studied. Waveguides with infinitely conductive surfaces, with a parabolic refractive index profile, were used. It is shown that the spatial structure of the first pump wave does not affect the quality of doubled wavefront conjugation in a waveguide with Kerr nonlinearity, but only slightly affects the quality of doubled wavefront conjugation in a waveguide with thermal nonlinearity. A decrease in the radius of the second Gaussian pump wave on the back face of the waveguide leads to an improvement in the quality of the doubled wavefront reversal both in the case of six-wave interaction in the Kerr and thermal nonlinearities. In a parabolic waveguide, when the zero mode of the waveguide is excited by pump waves at a constant frequency of the second pump wave, an increase in the frequency of the first pump wave worsens the quality of the double wavefront conjugation.

**Keywords:** six-wave radiation converter, double wavefront reversal, Kerr nonlinearity, thermal nonlinearity.

**Citation:** Ivakhnik VV, Kapizov DR, Nikonov VI. Six-wave interaction with double wavefront reversal in multimode waveguides with Kerr and thermal nonlinearities. *Computer Optics* 2023; 47(5): 702-709. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1313.

---

## Authors' information

**Valery Vladimirovich Ivakhnik** was born in 1951, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, professor, head of Optics and Spectroscopy department, Samara National Research University, Samara, Russia. Research interests: nonlinear optics, dynamic holography. E-mail: [ivakhnik@ssau.ru](mailto:ivakhnik@ssau.ru).

**Darkhan Rakhmetulovich Kapizov** was born in 1996, 3st year postgraduate student of Optics and Spectroscopy department, Samara National Research University, Samara, Russia. Research interests: nonlinear optics, dynamic holography. E-mail: [darkhankapizov@gmail.com](mailto:darkhankapizov@gmail.com).

**Vladimir Ivanovich Nikonov** was born in 1959, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, associate professor of Optics and Spectroscopy department, Samara National Research University, Samara, Russia. Research interests: nonlinear optics, dynamic holography. E-mail: [nikon5919@mail.ru](mailto:nikon5919@mail.ru).

---

*Received April 3, 2023. The final version – May 12, 2023.*

---