

ИССЛЕДОВАНИЕ СОУДАРЕНИЙ ОСЦИЛЛЯТОРА С УПРУГИМ ПОЛУПРОСТРАНСТВОМ

М.М. ОШХУНОВ¹, С.Ш. РЕХВИАШВИЛИ², В.В. НАРОЖНОВ²

¹ ФБГУН Институт информатики и проблем регионального управления
Кабардино-Балкарского научного центра РАН
360000, КБР, г. Нальчик, ул. И.Арманд,37-а
E-mail: iipru@rambler.ru

² ФГБНУ Институт прикладной математики и автоматизации
360000, КБР, г. Нальчик, ул. Шортанова, 89-а
E-mail: ipma@niipma.ru

Проведено экспериментальное и теоретическое исследование соударений осциллятора ударника с упругим полупространством. Показано, что измерение акустических сигналов, возникающих при соударении ударника с исследуемым образцом, дает возможность определять его динамический модуль Юнга.

Ключевые слова: осциллятор, теория упругости, задача Герца, акустический сигнал.

1. ВВЕДЕНИЕ

Понятие осциллятора играет очень важную роль в физике и технике, поскольку используется в классической и квантовой механике, электродинамике и электронике, теории твёрдого тела, квантовой теории поля и т.п. Среди наиболее известных моделей осцилляторов, которые нашли широкое практическое применение, можно выделить гармонический осциллятор, осциллятор Дуффинга, осциллятор Чуа, осциллятор Ван дер Поля, осциллятор Лоренца (странный аттрактор).

В настоящей работе реализован механический осциллятор – ударник на упругой балке, который совершает вынужденные колебания и соударения с упругим полупространством – металлическим образцом. Проведены исследования звуковых сигналов, возникающих при ударах осциллятора о поверхность различных металлических образцов. Экспериментальным результатам дана физическая интерпретация и предложена математическая модель, описывающая процесс соударения. Проведенные исследования дают возможность определять динамический модуль Юнга и другие физико-механические характеристики металлов и сплавов.

2. ЭКСПЕРИМЕНТ

В эксперименте использовался стенд оригинальной конструкции, предложенный ранее в работах [1, 2]. Принцип работы стенда заключается в следующем. С генератора переменный сигнал подается на катушку. В катушке возникает переменное магнитное поле, которое приводит в колебательное движение осциллятор. Осциллятор изготовлен в виде тонкой металлической балки с закрепленным на конце корундовым зондом. В процессе колебаний зонд совершает удары по поверхности металлического образца. Амплитуда колебаний осциллятора и соответственно сила удара зависят от величины переменного напряжения на катушке. Для измерения интенсивности звуковых сигналов, возникающих при ударах зонда о поверхность образца, использовался пьезоэлектрический датчик вибраций KD-35. Для формирования и измерения сигналов применялся генератор-осциллограф Velleman PCSGU250.

В качестве образцов использовались различные металлические пластины Al, Cu, Ta, Ti и Zr. Модуль упругости корунда, из которого изготовлен зонд, намного превышает модуль упругости исследованных образцов. В связи с этим деформация зонда в экспериментах была практически исключена. Радиус кривизны кончика зонда составлял приблизительно 100 мкм. Расстояние между зондом и пьезоэлектрическим датчиком составляло 0,5 см. Частота возбуждающего сигнала 25 Гц.

На рис. 1 показаны осциллограммы сигналов: 1 – сигнал, подаваемый на катушку; 2 – звуковой сигнал. При минимумах задающего сигнала 1 происходят смещения осциллятора. В промежутках между ними осциллятор совершает затухающие колебания. При этом зонд наносит удары по образцу с частотой, близкой к некоторой собственной частоте. Эксперименты показали, что степень затухания этих колебаний зависит от вязкоупругих свойств образца. Чем больше модуль упругости образца, тем медленнее затухает сигнал. Максимумам и минимумам сигнала 2 соответствуют прямая и возвратная деформации консоли пьезоэлектрического датчика. Из экспериментов следует, что акустические сигналы для различных образцов существенно отличаются друг от друга (см. более подробно работу [1]). Амплитуда колебаний осциллятора регулировалась с помощью генератора. Эксперименты показали, что максимальная амплитуда акустических сигналов при малых колебаниях осциллятора прямо пропорциональна силе удара зонда о поверхность образца. Таким образом, можно сделать вывод, что измерения амплитуды акустических сигналов чувствительны к упругим свойствам металлов и позволяют их надежно идентифицировать.

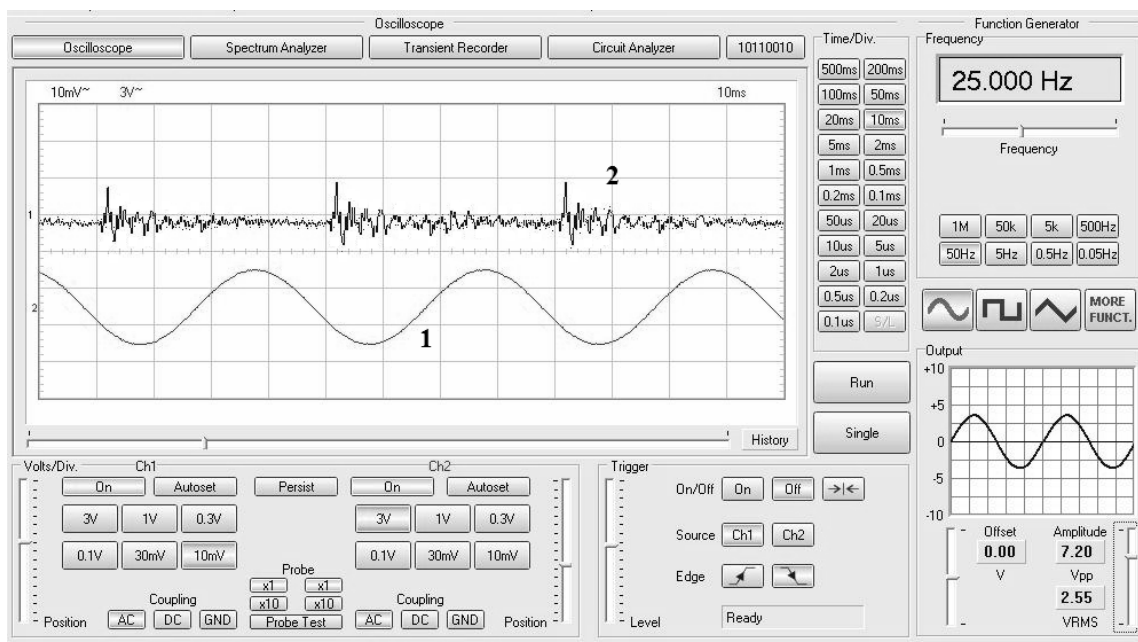


Рис. 1. Пример осциллограмм сигналов, полученных на измерительном стенде

3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ОСЦИЛЛЯТОРА

1. Рассмотрим сначала затухающие колебания осциллятора в поле сил тяжести в отсутствие соударений и внешней возбуждающей силы. Уравнение движения записывается в виде

$$x'' + 2a x' + x + b = 0, \quad (1)$$

$$a = \frac{\gamma}{m\omega_0^2}, \quad b = \frac{g}{\omega_0^2}, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}},$$

где $x(t)$ – смещение, являющееся функцией безразмерного времени, g – ускорение свободного падения, m – эффективная масса осциллятора, k – изгибная жесткость, γ – коэффициент затухания. Общее решение уравнения (1) имеет вид

$$x(t) = \exp(-at)[c_1 \cos(\omega t) + c_2 \sin(\omega t)] - b, \quad (2)$$

$$\omega = \sqrt{1 - a^2}.$$

Решение (2) в нашем случае должно удовлетворять следующим начальным условиям:

$$x(0) = 0, \quad x'(0) = v_0, \quad (3)$$

где v_0 – начальная скорость. Отсюда получаем

$$c_1 = b, \quad c_2 = \frac{v_0 + ab}{\omega}, \quad a < 1. \quad (4)$$

Из решения (2) следует, что в отсутствие внешнего возбуждения амплитуда колебаний осциллятора должна затухать по экспоненциальному закону. Такое затухание регистрируется также и в режиме соударений осциллятора (см. сигнал 2 на рис. 1).

2. При движении ударника в процессе контакта коэффициент жесткости в уравнении (1) зависит от смещения x , что приводит к нелинейному дифференциальному уравнению

$$mx'' + 2\gamma x' + k(x)x + mg = 0, \quad (5)$$

где $k(x)$ – характеристика жесткости внедрения зонда в упругое полупространство. Очевидно, что в нашем эксперименте выполняется условие $k(x)x \gg mg$ и, кроме того, изгибной жесткостью балки можно также пренебречь. Таким образом, движение шара при контакте вплоть до остановки и процесс выталкивания можно описать простым уравнением:

$$x'' + \omega_0^2 x = 0. \quad (6)$$

Если $\omega_0 = \text{const}$, то решение уравнения (6) с учетом начальных условий (3) будет иметь вид

$$x(t) = \frac{v_0}{\omega_0} \sin(\omega_0 t). \quad (7)$$

Время контакта в данном случае равно

$$\tau = \frac{T}{2} = \frac{\pi}{\omega_0} = \frac{\pi x_0}{v_0}, \quad (8)$$

где T – период, x_0 – максимальная глубина внедрения зонда в образец. Отметим, что формула (8) была получена ранее в работе [1] в модели сталкивающихся шаров.

В наиболее общем случае для расчета контактной жесткости при ударе зонда необходимо использовать известное решение задачи Герца для взаимодействия шара с упругим полупространством [3, 4]. Уравнение движения зонда в зоне контакта приобретает вид

$$x'' + \alpha x^{3/2} = 0, \quad (9)$$

$$\alpha = \frac{4E\sqrt{R}}{3m(1 - \sigma^2)},$$

где E – модуль упругости образца, σ – коэффициент Пуассона для материала образца, R – радиус кривизны кончика зонда. При записи упругой силы в уравнении (9) предполага-

лось, что модуль упругости материала ударника намного превышает модуль упругости образца. Представим уравнение (9) в следующем виде:

$$v dv = -\alpha x^{3/2} dx, \quad (10)$$

$$v = x'.$$

Интегрируя уравнение (10), находим

$$\frac{1}{2} (v^2 - v_0^2) = -\frac{2\alpha}{5} x^{5/2}. \quad (11)$$

При $v = 0$ смещение достигает максимального значения [1]:

$$x_0 = \left(\frac{5v_0^2}{4\alpha} \right)^{2/5} = v_0^{4/5} \left[\frac{15m(1-\sigma^2)}{16E\sqrt{R}} \right]^{2/5}. \quad (12)$$

Интегрируя уравнение (11) с учетом (12), находим длительность удара

$$\tau \approx 2.9432 \frac{x_0}{v_0} = 2.9432 \left[\frac{15m(1-\sigma^2)}{16E\sqrt{v_0 R}} \right]^{2/5}. \quad (13)$$

Таким образом, приходим к выводу, что формулы (8) и (13) достаточно хорошо согласуются между собой (различие определяется отношением $\pi / 2.9432 \approx 1.067$). Это означает, что для интерпретации наших экспериментов вполне достаточно воспользоваться линейной моделью, которая описывается уравнением (6). В рамках этой модели амплитуда акустического сигнала, возникающего при соударениях зонда о поверхность твердого тела, пропорциональна $1/\sqrt{E}$, что дает возможность использовать акустические измерения для определения модуля упругости образца [1].

Различные модели, описывающие движение тел с учетом затухания, пропорционального скорости, описаны в работе [5]. В работе [6] предлагается модель внедрения штампа сферической формы в слой, лежащий на жестком основании, причем для оценки силы сопротивления внедрению предлагается заменить сплошную среду системой независимых пружин. Схожие идеи изложены в работе [4]. Такой подход справедлив при не очень больших значениях коэффициента Пуассона, однако преимуществом такой модели является возможность учета нелинейных свойств среды и потери энергии, связанные с явлениями гистерезиса.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработка новых неразрушающих методов контроля свойств металлов и сплавов является актуальной задачей [7]. На практике наиболее распространены ультразвуковые методы, которые обладают высокой чувствительностью, а также радиационные методы, успешно выявляющие дефекты структуры. Для поиска поверхностных дефектов используются капиллярные методы, а для выявления сквозных дефектов используется течеискание. Электрические и магнитные методы позволяют контролировать свойства электропроводящих сред. Наиболее полный неразрушающий контроль осуществляется совокупностью нескольких методов. В настоящей статье рассмотрена возможность использования зондового акустического метода, разработанного в работах [1, 2], для неразрушающего контроля упругих свойств металлов. Проведенные экспериментальные и теоретические исследования убедительно показали, что рассмотренный акустический метод, основанный на применении осциллятора с упругими соударениями, может использоваться для исследования упругих свойств твердых тел. Применение этого метода в сочетании с другими из-

вестными методами [см. 7] позволит повысить информативность неразрушающего контроля физических свойств металлов и сплавов.

Следует отметить, что предложенные математические модели построены в предположении упругости свойств образцов, однако из экспериментальных результатов следует, что имеет место процесс затухания, связанный с пластичностью материала и потерей энергии в процессе соударения. Учет этих свойств требует дальнейшей разработки нелинейных математических моделей, описывающих реальные свойства образцов, в том числе наличие петли гистерезиса в процессе соударения осциллятора с полупространством.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рехвиашвили С.Ш., Нарожнов В.В. Нелинейная динамика и акустические сигналы при упругих соударениях зонда с поверхностью твердого тела // Известия ВУЗов. Прикладная и нелинейная динамика. 2013. Т 21. №6. С. 49-57.
2. Рехвиашвили С.Ш., Нарожнов В.В. Стенд для исследования вязкоупругих свойств металлов и сплавов с помощью зондового акустического метода // Патент на изобретение №2552600. Приоритет изобретения 27.05.2013, зарегистрировано 07.05.2015. С.1-5.
3. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория упругости. М.: Наука, 1987. 246 с.
4. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. М.: Мир, 1989. 510 с.
5. Ошхунов М.М., Нагоев З.В. Метод дискретно-динамических частиц в задачах механики деформируемого твердого тела // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. 2011. № 4. С. 155-169.
6. Ошхунов М.М. Удар жесткой сферы о слой, лежащий на жестком основании // Труды МФТИ, серия «Аэрофизика и прикладная математика», Долгопрудный, 1973. С. 52-59.
7. Неразрушающий контроль: справочник. В 8 т. / Под общ. ред. В.В. Клюева, 2-е изд., испр. М.: Машиностроение, 2006.

RESEARCH OF IMPACTS OF OSCILLATOR WITH AN ELASTIC HALF-SPACE

M.M. OSHKHUNOV¹, S.SH. REKHVIASHVILI², V.V. NAROZHNOV²

¹ Institute of Computer Science and Problems of Regional Management
of KBSC of the Russian Academy of Sciences
360000, KBR, Nalchik, 37-a, I. Armand street
E-mail: iipru@rambler.ru

² Institute of Applied Mathematics and Automation,
360000, Nalchik, Russia, Shortanov str. 89-a,
E-mail: ipma@niipma.ru

Experimental and theoretical study of impacts of probe oscillator with an elastic half-space was conducted. It is shown that measurements of acoustic signals generated by the probe impacts with investigated sample allow to determinate its dynamic Young's modulus.

Key words: oscillator, theory of elasticity, Hertz problem, acoustic signal.

Работа поступила 02.06.2016