

# Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. В. Невинский, В. И. Розенблюм, М. И. Савельев, Численное исследование влияния скоростного и термического отставания на поведение двухфазной среды при околоритических режимах течения, *ТВТ*, 1984, том 22, выпуск 1, 123–130

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.14.89

14 января 2025 г., 08:21:19



УДК 582.525/529

## ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ СКОРОСТНОГО И ТЕРМИЧЕСКОГО ОТСТАВАНИЯ НА ПОВЕДЕНИЕ ДВУХФАЗНОЙ СРЕДЫ ПРИ ОКОЛОКРИТИЧЕСКИХ РЕЖИМАХ ТЕЧЕНИЯ

*Невинский В. В., Розенблюм В. И., Савельев М. И.*

Описан подход к численному анализу в одномерном приближении адиабатных околоскритических потоков. Показана роль межфазного трения в формировании дисперсного потока пузырьковой структуры. Продемонстрирована необходимость учета слабых воздействий при околоскритических режимах течения.

Рассмотрим двухфазную однокомпонентную среду, которая при стационарном движении в канале подвергается внешним воздействиям. Математическая модель такого потока представляет собой систему дифференциальных уравнений [1]

$$\frac{G_1}{\rho_1 w_1^2} dw_1 + \frac{G_1}{\rho_1^2 w_1} d\rho_1 + \frac{G_2}{\rho_2 w_2^2} dw_2 + \frac{G_2}{\rho_2^2 w_2} d\rho_2 = \sum_{i=1}^n f_{i,1} dz, \quad (1)$$

$$G_1 (dh_1 + w_1 dw_1) + G_2 (dh_2 + w_2 dw_2) = \sum_{i=1}^n f_{i,2} dz, \quad (2)$$

$$G_1 dw_1 + G_2 dw_2 + F dp = \sum_{i=1}^n f_{i,3} dz, \quad (3)$$

$$w_2 dw_2 - \frac{1}{\rho_2} dp = \sum_{i=1}^n f_{i,4} dz, \quad (4)$$

$$dh_2 - \frac{1}{\rho_2} dp = \sum_{i=1}^n f_{i,5} dz, \quad (5)$$

$$d\rho_1 - \left( \frac{\partial \rho_1}{\partial T_1} \right)_p dT_1 - \left( \frac{\partial \rho_1}{\partial p} \right)_{T_1} dp = 0, \quad (6)$$

$$d\rho_2 - \left( \frac{\partial \rho_2}{\partial T_2} \right)_p dT_2 - \left( \frac{\partial \rho_2}{\partial p} \right)_{T_2} dp = 0, \quad (7)$$

$$dh_1 - c_{p1} dT_1 - \left( \frac{\partial h_1}{\partial p} \right)_{T_1} dp = 0, \quad (8)$$

$$dh_2 - c_{p2} dT_2 - \left( \frac{\partial h_2}{\partial p} \right)_{T_2} dp = 0. \quad (9)$$

Здесь величины  $f_{i,j}$  описывают взаимодействия фаз со стенками канала и окружающей средой; функции  $f_{i,4}$ ,  $f_{i,5}$  — межфазный массо- и энергообмен, который можно рассматривать как внешнее воздействие по отношению к фазе;  $c_p$  — изобарная теплоемкость;  $G$  — расход;  $w$  — скорость;  $p$  — давление;  $T$  — температура;  $h$  — удельная энтальпия;  $\rho$  — плотность;  $F$  — площадь поперечного сечения;  $z$  — продольная координата; индексы 1 и 2 относятся к разным фазам. Для сокращения записи из системы уравнений

(1)–(9) с помощью уравнений неразрывности для среды в целом и одной из фаз исключены изменения расходов фаз  $dG_1$  и  $dG_2$ . Таким образом, внешние воздействия на расходы обеих фаз содержатся в суммах

$$\sum_1^n f_{i,j}, \text{ представленных в правых частях уравнений [1].}$$

В систему (1)–(9) входят уравнение сохранения массы (1), в котором поперечное сечение канала рассматривается как сумма сечений, занятых фазами; уравнения энергии (2) и импульса (3) для потока в целом и для одной из фаз (4), (5); соотношения (6)–(9) для полных дифференциалов плотностей и энтальпий фаз. При этом предполагается, что частные производные термодинамических величин, входящие в соотношения (6)–(9), могут быть определены из уравнений состояния. Для термодинамической системы, в которой допускаются фазовые превращения, исходные зависимости должны содержать уравнение Клапейрона — Клаузиуса, которое накладывает дополнительные ограничения на потоки тепла и массы между фазами.

Запись системы уравнений позволяет расширить ее на любое количество фаз и компонентов. При этом, как бы не усложнялась система уравнений, все они обладают одним и тем же свойством: в их левую часть не входят структурные характеристики потока. Изменения в структуре приводят лишь к изменению матрицы свободных членов и характеризуют количественные изменения параметров фаз вдоль оси канала. Для выявления качественных особенностей потока, связанных, например, с фиксацией режима течения, достаточно величины и знака главного определителя системы. Поэтому предпринимаемые иногда попытки связать режим течения со структурой потока, на взгляд авторов, не имеют смысла.

Система уравнений (1)–(9) линейна и замкнута относительно приращений термогазодинамических параметров. Производные от искомого переменных могут быть найдены по правилу Крамера

$$dX_k/dz = \Delta_k / \det \quad (k=1, 2, \dots, n). \quad (10)$$

Величина  $\det$  представляет собой главный определитель системы (1)–(9);  $\Delta_k$  — определитель, полученный при замене элементов  $k$ -го столбца столбцом свободных членов.

Критический режим, согласно [2], наступает при одновременном обращении в нуль числителя и знаменателя уравнения (10)

$$\Delta_k = 0, \quad (11)$$

$$\det = 0. \quad (12)$$

Главный определитель системы имеет одинаковый вид для всех условий течения, в том числе и для потока двух не взаимодействующих между собой фаз без внешнего тепломассоэнергообмена ( $f_{i,j} = 0$ ). Поэтому равенство (11) позволяет найти в общем виде связь между критическими параметрами

$$\frac{G_1}{w_{1кр}^3 \sigma_{1кр}^2} \left( \frac{w_{1кр}^2}{a_{1кр}^2} - 1 \right) + \frac{G_2}{w_{2кр}^3 \sigma_{2кр}^2} \left( \frac{w_{2кр}^2}{a_{2кр}^2} - 1 \right) = 0. \quad (13)$$

Критерием смены режима течения служат знаки определителей  $\Delta_k$  и  $\det$ . В этом случае постоянный знак определителя  $\det$  по всей длине канала свидетельствует о докритических режимах течения, а одновременная смена знака обоих определителей характеризует критический режим течения. Решение системы уравнений (1)–(9) относительно производных всех термогазодинамических функций позволяет получить величины этих производных в текущем сечении и определить местоположение критического сечения.

Определитель  $\Delta_k$  с помощью алгебраических дополнений  $A_{j,k}$  элемента  $a_{j,k}$  в определителе  $\det$  можно представить в виде суммы

$$\Delta_k = \sum_{j=1}^n A_{j,k} b_j \quad (k=1, 2, \dots, n), \quad (14)$$

где  $b_1, b_2, \dots, b_n$  — свободные члены в матрице коэффициентов системы уравнений.

Перепиывая (10) с учетом (14), получим

$$\frac{dX_k}{dz} = \sum_{j=1}^n \frac{A_{j,k}}{\det} b_j. \quad (15)$$

В соотношении (15) каждое внешнее или межфазовое воздействие  $b_j$ , взятое с коэффициентом  $A_{j,k}/\det$ , представляет собой вклад в величину производной термогазодинамического параметра.

Излагаемый метод анализа потока в текущем сечении сопла с помощью системы (1)–(9) возможен тогда, когда в сечении известны все термодинамические параметры, определяющие коэффициенты этой системы. Их расчет требует использования численных методов. Применительно к течению двухфазной однокомпонентной среды с фазовыми переходами это удобно сделать следующим образом. Система (1)–(9) переписывается в виде

$$G_1 + G_2 = \text{const}, \quad (16)$$

$$\frac{G_1}{\rho_1 w_1} + \frac{G_2}{\rho_2 w_2} = F(z), \quad (17)$$

$$G_1(h_1 + 0,5w_1^2) + G_2(h_2 + 0,5w_2^2) = \text{const}, \quad (18)$$

$$T_2 = T_s = f_1(p), \quad (19)$$

$$\rho_1 = f_2(T_1, p), \quad (20)$$

$$\rho_2 = f_3(T_2, p), \quad (21)$$

$$h_1 = f_4(T_1, p), \quad (22)$$

$$h_2 = f_5(T_2, p), \quad (23)$$

$$X_{k,l} = X_{k,l-1} + (\partial X_k / \partial z)_{l-1} \Delta z \quad (k=1, 2, 3), \quad (24)$$

где  $X_1 = w_2$ ,  $X_2 = p$ ,  $X_3 = T_1$ .

Здесь индексом 2 обозначены параметры более плотной фазы, причем принято, что температура плотной фазы равна температуре насыщения при давлении  $p$  (19). Выражения (24) являются формулами численного интегрирования. При этом величина производных термодинамического параметра в предыдущем,  $(l-1)$ -м сечении определяется с помощью соотношений (10). В [3] показано, что включение соотношений (24) в состав системы (16)–(24) позволяет получать правильные результаты, в то время как вычисление величин параметров  $X_k$  исключительно на основе  $k$ -уравнений типа (24) приводит к неверным решениям. Следует отметить, что использование численных методов интегрирования уравнений (16)–(24) вблизи критического сечения, а также в зоне сильных градиентов параметров при околокритических режимах течения требует специальных мер. Так, в [3] нужный результат получен с использованием метода Эйлера.

Обобщение системы на однофазный случай или на случай гетерогенного потока с большим числом составляющих не вызывает принципиальных трудностей, так как все особенности течения проявляются только в записи свободных членов уравнений. Это позволяет единым образом

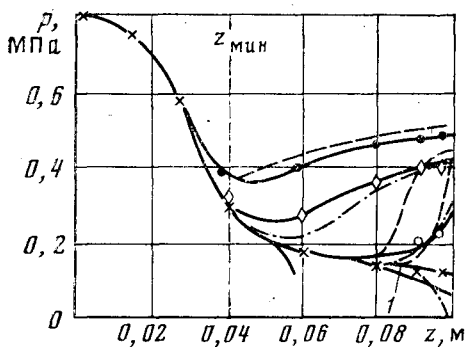


Рис. 1

Рис. 1. Сравнение различных моделей двухфазного потока пузырьковой структуры с экспериментом ( $G_1=5,332$  кг/с,  $p_0=0,80175$  МПа,  $T_0=312$  К). Точки – эксперимент [7]

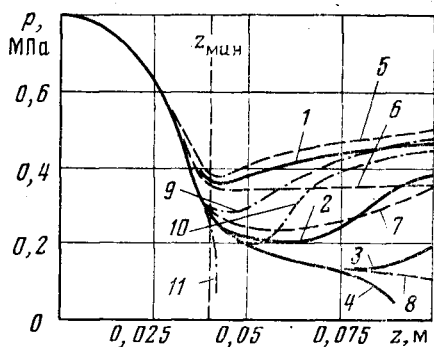


Рис. 2

Рис. 2. Влияние начальных условий на распределение давления в пузырьковом водовоздушном потоке ( $G_1=5,332$  кг/с,  $p_0=0,80175$  МПа,  $T_0=312$  К). Сплошные кривые ( $\xi_0=47,57$  мкм): 1 –  $U_0=4027,2$ ; 2 – 1307; 3 – 1276; 4 – 1273,2. Штриховые кривые ( $U_0=1274,1$ ): 5 –  $\xi_0=10^3$  мкм; 6 – 200; 7 – 70; 8 – 47,57; штрихпунктир – расчет с учетом присоединенных масс

описывать движение гетерогенных сред в одномерной постановке. Примеры построения алгоритмов и численного решения таких задач, основывающиеся на применении полностью консервативных расчетных схем, приведены в [3], где дано сравнение численного и точного решений для потока идеального газа в сопле Лавала; результаты расчетов движения взвеси твердых частиц в газе представлены в [4]; в [3, 5] выполнены расчеты пароканальных потоков.

С увеличением дисперсности потока, несмотря на снижение абсолютных величин скоростного и температурного отставания, потери на межфазовое трение за счет увеличения поверхности раздела фаз значительно возрастают [3, 5]. Это объясняет разгон высоковлажного критического потока в расширяющейся части сопла Лавала и сдвиг критического сечения на срез канала. Аналогичные явления характерны и для пузырьковых сред. Результаты расчетов пузырькового течения в соплах воздуховодяной среды представлены в [6].

На рис. 1 приведены интегральные кривые, полученные при граничных условиях, соответствующих экспериментальным исследованиям [7]. Расчетному анализу подвергнуты три одномерные модели газожидкостного монодисперсного пузырькового потока. В первой учитывалась работа и теплота сил трения на поверхности раздела фаз и теплообмен между ними (штриховые кривые на рис. 1). Во вторую модель введены потери за счет трения о стенки (штрихпунктирные кривые); в третьей, кроме того, учитывается равновесное испарение жидкости в газовый пузырь (сплошные кривые). Видно, что только последняя модель дает удовлетворительное соответствие с измеренными распределениями давления.

Следует отметить, что расчетное критическое распределение давления в канале, по-видимому, не зависит от выбранной модели течения, а определяется только геометрией канала. Это утверждение нуждается в теоретической и экспериментальной проверке; однако в проведенных авторами расчетах всегда это свойство потока подтверждалось. Критическая кривая (кривая 1 на рис. 1) является огибающей всех кривых, включая семейства кривых, относящихся к разным моделям и разным режимам течения.

На рис. 2 представлены результаты расчетов, отличающиеся либо начальными коэффициентами инжекции  $u_0$  (кривые 1–4), либо дисперсностью среды (кривые 5–8). В ряде случаев понятие дисперсности становится условным. Для оценки влияния величины поверхности раздела фаз на параметры течения в расчет вводились различные диаметры пу-

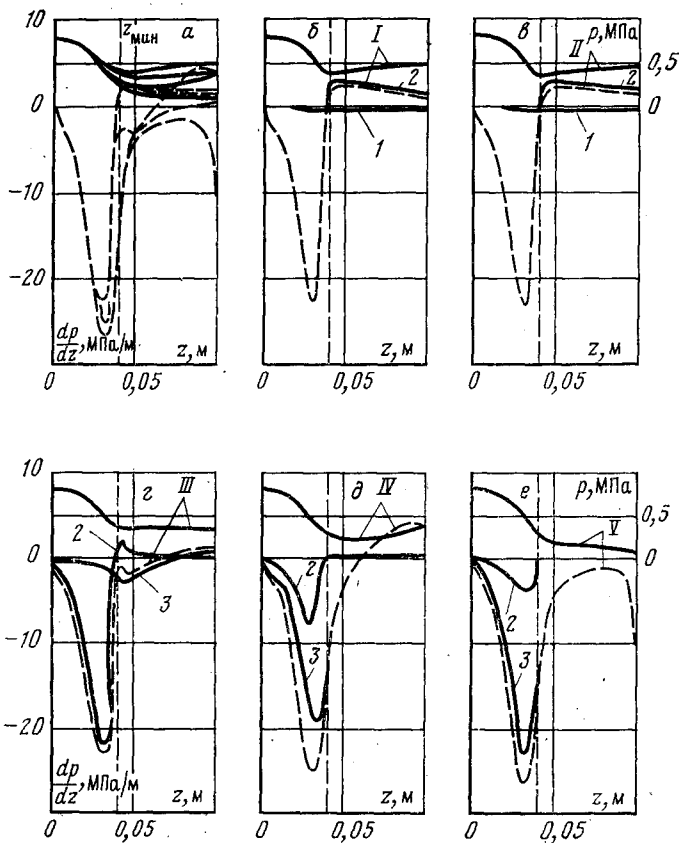


Рис. 3. Вклад воздействий в распределение давления при изменении начальной дисперсности потока (кривые I—V — распределения  $p=f(z)$  — сплошные линии и  $dp/dz=f(z)$  — штриховые кривые: а —  $p=f(\xi_0, z)$ ,  $dp/dz=f(\xi_0, z)$ ; б —  $\xi_0=0,1$  м; в — 1 мм; г — 200 мкм; д — 70; е — 47,57

зырей, в том числе и превышающие диаметр канала. Во всех случаях общей асимптотой кривых является та же критическая кривая 8.

Расчеты моделей течения с учетом присоединенных масс при любых вариациях свободных параметров приводят к рассогласованию вычисленных и опытных величин. Это связано, по-видимому, с тем, что выражения для коэффициентов присоединенных масс [8] получены для условий, отличных от (10)–(24). Интересно отметить, что решения, выполненные с учетом присоединенных масс, ветвятся вокруг той же асимптоты (кривые 9–11 на рис. 2). Это лишний раз подчеркивает жесткость ограничений, накладываемых на диапазон возможных решений консервативностью математических моделей.

Заложенная в представленные модели неделимость дискретных частиц монодисперсной фазы требует осторожного отношения к численным результатам, однако следует отметить, что при среднем размере пузырей, обеспечивающем совпадение расчетных и опытных величин (рис. 1), дробление пузырей и не должно происходить из-за достаточно малых значений числа Вебера [8]

$$We = 2\xi\rho_2(w_1 - w_2)^2/\sigma_1 \ll 1.$$

Проведены также расчеты случаев движения парожидкостной среды с учетом дробления частиц монодисперсной фазы. При критическом числе Вебера  $We_{кр} = 3,5$  расчетное распределение давления всегда совпадало с опытным, при любых значениях  $\xi_0$ , в том числе и соответствовавших оценкам [7]. Незначительные отклонения результатов наблюдались только на начальном участке канала.

Оценка локальной по длине канала интенсивности того или иного воздействия на поток важна для понимания механизма разгона фаз в сопле.

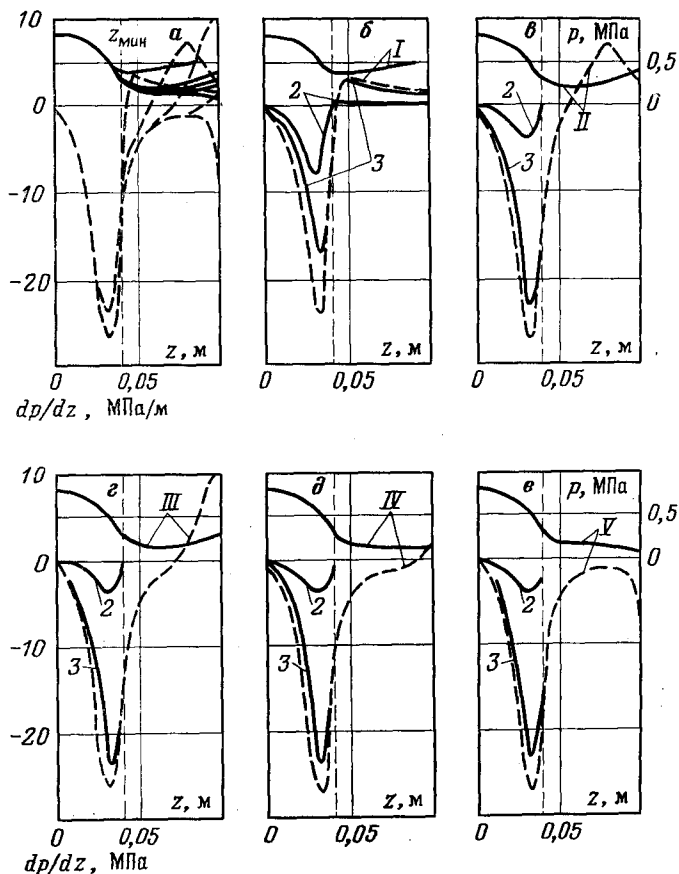


Рис. 4. Вклад воздействий в распределение давления при изменении начального коэффициента инжекции: б -  $U_0=4026,79$ ; в - 1307,53; г - 1276,40; д - 1274,43; е - 1274,28. Остальные обозначения см. на рис. 3

Поэтому в процессе обработки экспериментальных данных [7], а также при проведении вариантных расчетов осуществлялся сравнительный анализ локальной интенсивности воздействий в соответствии с (14), (15); некоторые результаты его приведены на рис. 3.

Исследования позволили выявить ряд особенностей процесса расширения двухфазной пузырьковой среды в соплах. Градиенты давления для режимов течения, экспериментально изученных в [7] (кривые I-V на рис. 3), изменяются как в суживающейся, так и в расширяющейся части. Однако физические процессы, обеспечивающие распределение давлений в конфузурной и диффузорной частях сопел, различны. При среднем размере пузыря  $\xi_0=47,57$  мкм (рис. 3, е) межфазное трение дает основной вклад в производную давления по длине (кривая 3), значительно меньше - вклад геометрического воздействия (кривая 2). Трение о стенки (кривая 1), а также межфазный теплообмен оказываются существенно меньшими и потому не могут быть представлены на рисунках. Однако их вклад в формирование градиента давлений оказывается весомым в расширяющейся части канала. При малых начальных дисперсиях (рис. 3, г, д, е) или газосодержаниях (рис. 4, г, д, е) потока на отдельных участках расширяющейся части силы межфазного трения малы, воздействие межфазного трения может изменять знак, а это означает, что развитие потока определяется суммарным эффектом всех воздействий, в том числе и таких малых, как межфазный теплообмен, внешнее трение, геометрия канала. Поток в расширяющейся части оказывается неустойчивым, и любое малое воздействие может определить направление его развития. Этим и объясняется влияние на особенности поведения двухфазного потока слабого процесса испарения жидкости в пузырьки (рис. 1).

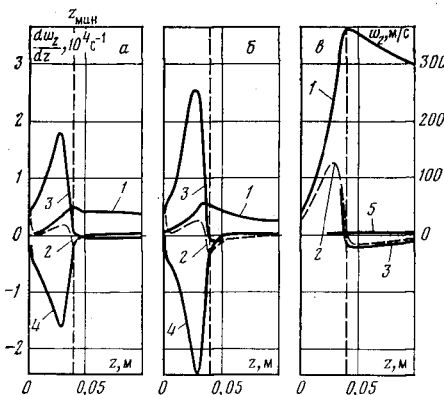


Рис. 5

Рис. 5. Вклад воздействий в распределения скорости газовой фазы (1) и ее градиента (2) при  $U_0=1274,275$ : а -  $\xi_0=47,57$  мкм; б - 70; в - 0,1 м

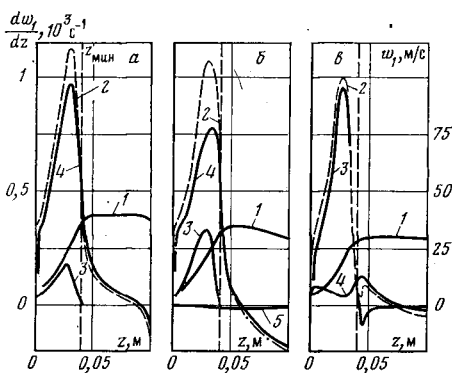


Рис. 6

Рис. 6. Вклад воздействий в распределения скорости жидкой фазы (1) и ее градиента (2) при  $U_0=1274,275$ : а -  $\xi_0=47,57$  мкм; б - 70; в - 200

При увеличении среднего размера пузыря от 47 мкм (рис. 3, а) до 200 мкм (рис. 3, в) влияние сил межфазного трения на динамику потока падает и остается значительным лишь в расширяющейся части канала (кривая 3); при дальнейшем увеличении радиуса пузыря и переходе к раздельному течению движение фаз полностью определяется геометрией канала (кривая 2). Газ и жидкость, несмотря на значительный рост скольжения фаз, начинают двигаться независимо друг от друга. Силы межфазного трения оказывают меньшее влияние на динамику потока в целом, и, хотя потери на межфазное трение в локальном процессе движения одиночного пузыря существенно возрастают, среднемассовые потери на необратимость оказываются более низкими, чем в мелкодисперсных потоках. При увеличении начального газосодержания (коэффициент инжекции связан с газосодержанием соотношением  $U=(1-x)/x$ ) уменьшается относительная величина поверхности раздела фаз, и поэтому качественные особенности поведения двухфазной среды в этом случае (рис. 4) аналогичны представленным на рис. 3.

Своеобразно формирование кинетической энергии потока в сопле Лавала. В мелкодисперсных потоках (рис. 5, а) газ разгоняется под влиянием достаточно мощных разнонаправленных и близких по величине воздействий — геометрического (кривая 3 на рис. 5, а, б, в) и сил межфазного трения (кривая 4). Их суммарный эффект (кривая 2) оказывается соизмеримым с величинами остальных воздействий (например, с трением о стенки канала — кривая 5). Поэтому, когда динамика разгона газовой фазы представляет самостоятельный интерес, нельзя пренебрегать слабыми воздействиями на протяжении всего канала, несмотря на возможно малое их влияние на суммарные характеристики течения. С увеличением размера частиц роль межфазного трения в ограничении скорости пузырей снижается (рис. 5, б, в), и основной вклад в кинетическую энергию газовой фазы дают силы давления (геометрическое воздействие). Однако это характеризует конфузурную часть канала, а в расширяющейся его части изменение кинетической энергии достигается за счет всех воздействий. Последнее справедливо и для жидкой фазы, условия разгона которой несколько отличны лишь в суживающейся части сопла (рис. 6). На этом участке разгон жидкости определяется действующими в одном направлении геометрическим и межфазным воздействиями, поэтому слабые воздействия не определяют условий разгона жидкости в конфузуре.

В мелкодисперсных средах жидкость разгоняется в основном силами межфазного трения (рис. 6, а), приложенными к чрезвычайно развитой поверхности раздела фаз; при наличии крупных пузырей разгон жидкой фазы осуществляется силами давления (рис. 6, в).



Анализируя тепловое взаимодействие фаз, можно отметить, что температурное равновесие газа и жидкости достигается в двухфазном потоке при значительно больших размерах дисперсных частиц, чем это необходимо для достижения динамического равновесия. Даже при наличии крупных пузырей ( $\xi_0=200$  мкм), когда динамическое скольжение достигает больших величин, различие в температурах фаз составляет 5–7 К. Температурное состояние фаз в равной мере определяется всеми компонентами межфазных взаимодействий на всем протяжении канала. Для парок капельных потоков характерны те же качественные особенности, однако диапазон относительного изменения температур и скоростей фаз в них значительно шире.

Ленинградский политехнический институт  
им. М. И. Калинина

Поступила в редакцию  
31.III.1982

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Невинский В. В., Розенблюм В. И.* В кн.: Вопросы газотермодинамики энергоустановок. Тр. ХАИ, вып. 4, 1977.
2. *Вулис Л. А.* Термогазодинамика газовых потоков. М.—Л.: Госэнергоиздат, 1950.
3. *Невинский В. В., Розенблюм В. И., Савельев М. И.* ИФЖ, 1981, т. 40, № 3, с. 427.
4. *Невинский В. В., Розенблюм В. И., Шлейфер А. А.* В кн.: Вопросы энергопереноса в неоднородных средах. Тр. ИТМО, Минск, 1975.
5. *Зысин В. А., Невинский В. В., Плудовская Е. Л., Розенблюм В. И.* В кн.: Тепло-массообмен-V. Матер. V Всес. конф. по тепло-массообмену. Т. 3. Минск, 1978.
6. *Невинский В. В., Розенблюм В. И., Савельев М. И.* Изв. вузов. Энергетика, 1981, № 7, с. 55.
7. *Горбенко Г. А., Фролов С. Д.* В кн.: Вопросы газотермодинамики энергоустановок. Тр. ХАИ, вып. 4, 1977.
8. *Низматуллин Р. И.* Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978.