



Math-Net.Ru

All Russian mathematical portal

I. G. Kazantsev, B. O. Mukhametzhanova, K. T. Iskakov, T. Mirgalikyzy, Detection of the corner structures in images by scalable masks, *Sib. Zh. Ind. Mat.*, 2020, Volume 23, Number 1, 70–83

DOI: 10.33048/SIBJIM.2020.23.107

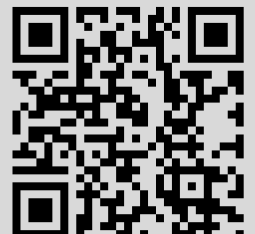
Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that you have read and agreed to these terms of use

<http://www.mathnet.ru/eng/agreement>

Download details:

IP: 18.97.14.81

February 14, 2025, 18:02:01



УДК 517.562

ВЫДЕЛЕНИЕ УГЛОВЫХ СТРУКТУР НА ИЗОБРАЖЕНИЯХ С ПОМОЩЬЮ МАСШТАБИРУЕМЫХ МАСОК

© 2020 И. Г. Казанцев^{1a}, Б. О. Мухаметжанова^{2b}, К. Т. Искаков^{2c},
Т. Миргаликызы^{2d}

¹*Институт вычислительной математики и математической геофизики
СО РАН,*

просп. Акад. Лаврентьева 6, г. Новосибирск 630090, Россия,

²*Евразийский национальный университет им. Л. Н. Гумилева,
ул. Сатпаева 2, г. Нур-Султан 010008, Казахстан*

E-mails: ^akig@oii.sccc.ru, ^bgrek79@mail.ru, ^ckazizat@mail.ru, ^dm_t85@mail.ru

Поступила в редакцию 05.06.2019 г.; после доработки 28.11.2019 г.;
принята к публикации 05.12.2019 г.

Рассматриваются масштабируемые маски выделения угловых структур на цифровых изображениях, применяемые при обработке скользящим по изображению окном. Предлагаемые матрицы масок произвольных размеров конструируются добавлением строк и столбцов по периметру к матрице меньших масок. Подматрицы при этом остаются неизменными, а новые элементы добавляются повторением элементов подматрицы, сохраняющих структуру угла. Алгоритм может применяться в обработке визуальных данных робототехники, аэрофотосъемки и кристаллографии.

Ключевые слова: обработка изображений, скользящее окно, масштабируемая маска, детектор углов.

DOI: 10.33048/SIBJIM.2020.23.107

ВВЕДЕНИЕ

В работе рассматриваются новые маски выделения углов на изображениях для применения в традиционном методе скользящих фрагментов, или окон [1]. Вершины угловых структур, или угловые точки, являются важной локальной особенностью изображения и принадлежат к классу так называемых доминантных характерных сингулярных точек, или точек интереса, и др. Они используются как опорные точки в работе со стереопарами, как признаки в распознавании лиц (например, уголки глаз), отпечатков пальцев и букв в текстах [2]. Важные приложения включают также калибровку камер, отслеживание движущихся объектов в робототехнике и машинном зрении, согласование изображений и распознавание образов [3]. Углы инвариантны к вращению и изменению условий освещения. Интерес к созданию помехоустойчивых и эффективных алгоритмов обнаружения углов существует на протяжении десятилетий и источниками создаваемых методов служат многие области науки: от цифровой обработки снимков и оптики до дифференциальной и интегральной геометрии. Недавние обзоры можно найти в работах [4–7]. В литературе имеется множество статей, посвященных аналитическим и практическим аспектам анализа углов (в частности для инспекции и контроля линий электропередач [8], в видеотехнологиях (взрывлет-разложения) [9]) и методам машинного обучения [10, 11]. Отдельную актуальную проблему представляет распознавание лиц, где

Работа выполнена в рамках государственного задания ИВМиМГ СО РАН (проект 0315-2016-0003) и поддержана грантом Минобрнауки Республики Казахстан (проект AP05133922).

особенное место для применения нашёл метод локальных бинарных шаблонов, использующий в основе вариант производных по направлениям, известным как дифференцирующие маски Кирша [12–15]. В работах [16, 17] исследуются математические аспекты компьютерного зрения и регуляризация решения обратных задач обработки изображений с использованием априорной информации о разрежённости (sparsity) угловых точек на объектах изображения.

Данная работа основана на новой модели угла [18], обладающей пологими сторонами, в отличие от традиционного задания идеального угла с помощью обрывистых функций-ступенек. Значениям яркости изображения на границе предполагаемой угловой структуры придаются веса, промежуточные между весами области фона и собственно угла.

Статья структурирована следующим образом. В разд. 1 показаны примеры построения масок углов и рассмотрены их свойства; в разд. 2 изложены принципы построения масштабируемых масок произвольных размеров; в разд. 3 предложены алгоритмы выделения углов; в разд. 4 описаны свойства представления масок суммами масок меньшего размера; в разд. 5 приведено описание численной реализации. Алгоритмы апробированы на тестовом снимке, содержащем угловые структуры, результаты иллюстрируются в разд. 6.

1. МАТРИЦЫ МАСОК

В зависимости от приложений углом называют и собственно вершину угла, т. е. отдельную точку, и менее локальный объект, включающий помимо вершины ещё и лучи, распространяющиеся из неё, а также угловую структуру целиком, с определением длин каждой из сторон угла, т. е. треугольник. В обработке изображений прямые, составляющие стороны угла, называются его границами, в которых визуально наблюдаются доминирующие изменения яркости, характеризующие различие одной области снимка (угла) от другой (фона). Один из распространённых подходов к поиску углов состоит в выделении границ и бинаризации и последующих процедур обнаружения на бинарном аналоге изображения. В основе метода лежит исследование яркостей изображения в окрестности точки на равенство нулю второй производной и изменение знака в направлении нормали к границе. Известно множество градиентных масок, предложенных для этого метода. Отметим, что одномерный яркостный профиль изображения, нормальный к границе, может быть разнообразным, обычно выделяют такие виды: импульс, ступенька, пандус и крыша. Поскольку движение скользящего дифференцирующего окна и вычисление его свёртки с локальным фрагментом изображений происходит автоматически, возникают проблемы, связанные с импульсным шумом, который проявляется в коротких ложных контурах длиной в единицы пикселей. Известны эффективные быстрые алгоритмы регуляризации дифференцирующей свёртки, например дополнительной свёрткой с двумерной функцией Гаусса, параметры которой можно варьировать.

Вторая группа алгоритмов не производит выделение границ и бинаризацию, а работает непосредственно с полутоновым изображением, сканируя его элементы локальной окрестностью и вычисляя корреляцию фрагмента снимка с маской, программирующей модель угловой структуры. Предполагается, что внутренняя область угла приближённо представляет собой плато. Размер маски нечётный, при сканировании снимка её центральный элемент помещается в центр исследуемого фрагмента изображения. Для каждого элемента изображения вычисляются величины свёртки фрагмента и маски при её различных вращениях около центрального элемента. Максимальное абсолютное значение из них оставляется как мера наличия угла в точке.

Приведём примеры расчёта масок традиционным методом. Рассмотрим традиционные маски A и B размерами 3×3 и 5×5 элементов соответственно:

$$A = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline ? & & & \dots & & ? \\ \hline & & & & & \\ \hline & & -4 & -4 & \mathbf{5} & \\ \hline & & -4 & \mathbf{5} & \mathbf{5} & \\ \hline & & -4 & -4 & \mathbf{5} & \\ \hline & & & & & \\ \hline ? & & & \dots & & ? \\ \hline \end{array}, \quad B = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline ? & & & \dots & & ? \\ \hline & -9 & -9 & -9 & -9 & \mathbf{16} & \\ \hline & -9 & -9 & -9 & \mathbf{16} & \mathbf{16} & \\ \hline & -9 & -9 & \mathbf{16} & \mathbf{16} & \mathbf{16} & \\ \hline & -9 & -9 & -9 & \mathbf{16} & \mathbf{16} & \\ \hline & -9 & -9 & -9 & -9 & \mathbf{16} & \\ \hline ? & & & \dots & & ? \\ \hline \end{array} \quad (1)$$

предназначенные для выделения углов, раствор которых составляет 90 градусов. Например, значения 25 элементов маски B рассчитываются следующим образом. На угол отводится $3 \times 3 = 9$ положительных элементов, на отрицательные для фона остаётся $25 - 9 = 16$ элементов. Чтобы маска была дифференцирующей, сумма её элементов приравнивается нулю. Поэтому область угла заполняется девятью элементами со значениями $+16$, область фона — шестнадцатью элементами со значениями (-9) . Имеем $9 \times (+16) + 16 \times (-9) = 0$.

Известно множество дифференцирующих масок, или дискретных ядер двумерной свёртки [1, 2]. Среди подобных схем конструирования масок выделяется маска Кирша, моделирующая ориентированные границы при анализе текстур и угловых структур в видеоданных:

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline \mathbf{5} & \mathbf{5} & \mathbf{5} \\ \hline -3 & \mathbf{0} & -3 \\ \hline -3 & -3 & -3 \\ \hline \end{array}, \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline -3 & \mathbf{5} & \mathbf{5} \\ \hline -3 & \mathbf{0} & \mathbf{5} \\ \hline -3 & -3 & -3 \\ \hline \end{array}, \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline -3 & -3 & \mathbf{5} \\ \hline -3 & \mathbf{0} & \mathbf{5} \\ \hline -3 & -3 & \mathbf{5} \\ \hline \end{array}, \quad (2)$$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline -3 & -3 & -3 \\ \hline -3 & \mathbf{0} & \mathbf{5} \\ \hline -3 & \mathbf{5} & \mathbf{5} \\ \hline \end{array}, \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline -3 & -3 & -3 \\ \hline -3 & \mathbf{0} & -3 \\ \hline \mathbf{5} & \mathbf{5} & \mathbf{5} \\ \hline \end{array}, \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline -3 & -3 & -3 \\ \hline \mathbf{5} & \mathbf{0} & -3 \\ \hline \mathbf{5} & \mathbf{5} & -3 \\ \hline \end{array}$$

Рассмотренные детекторы обладают свойством немасштабируемости, создающим проблемы для организации быстрых вычислений. Например, данные сканирования маской 5×5 проблематично использовать в вычислениях с масками больших размеров. Это отмечено в (1) вопросительными знаками для периферийных элементов матриц A и B . Маски Кирша (2) также требуют пересчёта элементов при использовании масок больших размеров чем 3×3 , однако их конструирование не исследовано. Вычисления с масками последовательно увеличивающихся размерностей содержат информацию о линейных и площадных параметрах и моменте перехода угла в область фона. Поэтому были предприняты попытки дизайна масок, обладающих конструктивными свойствами масштабируемости. Такие маски получаются в предположении, что граница между угловой структурой и фоном проходит внутри некоторого пикселя через его центр, а не между двумя соседними пикселями по их общим граням, как это имеет место в матрицах A и B .

2. МАСШТАБИРУЕМЫЕ МАТРИЦЫ МАСОК

Дадим определение элементов масштабируемых матриц цифровых углов, используемое в работе, ограничиваясь тремя углами $\pi/4$, $\pi/2$, $3\pi/4$.

Определение 1. Матрицы W_n нечётного размера $(2n - 1) \times (2n - 1)$, $n = 2, \dots$, с нулевым $W_n(n, n) = 0$ центральным элементом и нецентральными элементами a , b , c называем масштабируемыми масками угловых структур, если для всех $n = 2, \dots$ выполняются следующие условия.

(А) Множество элементов $A_n = \{a\}$, моделирующих стороны угла, состоит из двух цифровых полупрямых с началом в нулевой точке $O = \{0\}$ и распространяющихся от неё либо

по столбцу и строке, либо по столбцу/строке и одной из четырёх диагоналей, либо по двум диагоналям.

(В) Множество элементов $B_n = \{b\}$ матрицы, «ограничиваемых» сторонами угла, называется телом угла.

(С) Оставшиеся элементы составляют множество $C_n = W_n \setminus (O_n \cup A_n \cup B_n)$, называемое фоном.

На примере матриц 5×5 представим маски общего вида, обозначив буквами a, b, c области сторон, тела и фона угла соответственно:

$$W_3^{1,\pi/2} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline c & c & a & b & b \\ \hline c & c & a & b & b \\ \hline c & c & 0 & a & a \\ \hline c & c & c & c & c \\ \hline c & c & c & c & c \\ \hline \end{array}, \quad W_3^{1,\pi/4} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline c & c & a & b & a \\ \hline c & c & a & a & c \\ \hline c & c & 0 & c & c \\ \hline c & c & c & c & c \\ \hline c & c & c & c & c \\ \hline \end{array}, \quad W_3^{1,3\pi/4} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline c & c & a & b & b \\ \hline c & c & a & b & b \\ \hline c & c & 0 & b & b \\ \hline c & c & c & a & b \\ \hline c & c & c & c & a \\ \hline \end{array} \quad (3)$$

Мы используем для новых масок обозначение $W_n^{k,\alpha}$, где $k = 1, \dots, R$ — номер угла, вращающегося вокруг центра маски дискретно с поворотом в 45 градусов, α — величина угла, $n = 2, 3, \dots$ — целое число, определяющее размер $N \times N$ квадратной маски, $N = 2n - 1$. Для углов в $45, 90$ и 135 градусов имеется $R = 8$ дискретных вариантов вращения маски, оставляющих её элементы целочисленными. Условимся маску, имеющую левую сторону угла ориентированной вертикально вверх, называть первичной, и ей будет соответствовать индекс $k = 1$. Например, все маски в (3) являются первичными. В модель маски угла заложен принцип самоподобия, заключающийся в том, что при увеличении числа n значения a элементов сторон угла продолжают по заданной линии распространения (строки, столбцы, диагонали). При этом значения b внутренних элементов тела угла распространяются от центра маски к её периферии, а значения фона c заполняют дополнительную к угловым элементам область маски. Центральный элемент маски выбирается нулевым, а также и сумма всех элементов маски, что объясняет дифференцирующее воздействие на изображение, производимое свёрткой со скользящей маской такого типа.

Обозначим через $|A_n|, |B_n|, |C_n|, |O_n| \equiv 1$ число элементов маски со значениями $a, b, c, 0$ соответственно. Число всех элементов маски W_n (верхние индексы опустим для удобства) равно $|W_n| = (2n - 1)^2$. Вычислим значения $|A_n|, |B_n|, |C_n|$ в общем виде и запишем условие дифференциальной маски в виде

$$|A_n|a + |B_n|b + |C_n|c = 0. \quad (4)$$

Мы не используем здесь верхние индексы, поскольку условие (4) используется единообразно для всех масок в $45, 90$ и 135 градусов и их восьми вращательных вариантов. Нетрудно вычислить, что для маски прямого угла $|A_n| = 2(n - 1)$, $|B_n| = (n - 1)^2$. Тогда $|C_n| = |W_n| - |B_n| - |O_n| = (n - 1)(3n - 1)$. Подставляя эти значения в (4), получаем уравнение

$$2a + (n - 1)b + (3n - 1)c = 0. \quad (5)$$

Ещё одно уравнение на веса a, b, c получим, налагая второе условие, состоящее в том, что конструируемые маски обладают нулевой суммой периферийных элементов матриц.

Определение 2. Периферийными элементами произвольной матрицы $M_{ij} \equiv M(i, j)$ размера $N \times N$, составляющими её периметр P , назовём элементы, у которых хотя бы один из индексов (i, j) равен единице или N .

Ограничение на периметр идентично уравнению (4), с разницей в том, что $|A_n|, |B_n|, |C_n|$ выражают теперь количество элементов a, b, c в периметре $P_n = A_n \cup B_n \cup C_n$. При увеличении параметра n маски W_n величина $|P_n|$ периметра также растёт и равна $|P_n| = 8(n - 1)$.

Вычислим число элементов a, b, c в периметре $|P_n| = |A_n| + |B_n| + |C_n|$: $|A_n| = 2$, $|B_n| = 2n - 3$, $|C_n| = 6n - 7$. Тогда дифференциальное условие на периметр имеет вид

$$2a + (2n - 3)b + (6n - 7)c = 0. \quad (6)$$

Находим решение системы двух уравнений (5) и (6) в терминах c : $a = -c$, $b = -3c$, тогда

$$(a, b, c) = (-c, -3c, c) = c(-1, -3, 1) = -c(1, 3, -1).$$

Представляется более удобным использовать взаимно простые веса $(a, b, c) = (1, 3, -1)$ в масштабируемой маске углов в 90 градусов.

Утверждение 1. Минимальные взаимно простые значения масок углов $\pi/4$ и $3\pi/4$ соответственно равны $(a, b, c) = (3, 7, -1)$ и $(a, b, c) = (1, 5, -3)$.

Доказательство. Утверждение следует из выкладок, подобных уравнениям (5)–(6), проведённых для элементов маски в 45 градусов, дающих для неё (а также её поворотов) систему

$$\begin{aligned} 4a + (n - 2)b + (7n - 2)c &= 0, \\ 2a + (n - 2)b + (7n - 8)c &= 0, \end{aligned}$$

а затем минимальную тройку значений взаимно простых $(a, b, c) = (3, 7, -1)$. Аналогично выводится система двух уравнений

$$\begin{aligned} 4a + (3n - 2)b + (5n - 2)c &= 0, \\ 2a + (3n - 4)b + (5n - 6)c &= 0 \end{aligned}$$

и вычисляются элементы матрицы масок углов в 135 градусов $(a, b, c) = (1, 5, -3)$. \square

Таким образом, вычисляя веса элементов, определяющих фон, углы и периметр, и приводя их к целым взаимно простым значениям, можно получить масштабируемые матрицы, при увеличении размера которых используется простое повторение структуры меньших матриц. Такие масштабируемые, или самоподобные, матрицы ядер при вычислении свёртки не требуют повторных вычислений, а иерархически могут использоваться для ускорения последующих вычислений [19]. Приведём пример маски угла в 45 градусов, из которой дискретными поворотами можно получить углы с восемью ориентациями

$$W_4^{1,\pi/4}, \quad W_4^{2,\pi/4}, \quad \dots, \quad W_4^{8,\pi/4},$$

где

$$W_4^{1,\pi/4} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|} \hline -1 & \vdots & -1 & \mathbf{3} & \mathbf{7} & \mathbf{7} & \mathbf{3} \\ \hline \vdots & -1 & -1 & \mathbf{3} & \mathbf{7} & \mathbf{3} & -1 \\ \hline \vdots & & -1 & \mathbf{3} & \mathbf{3} & -1 & -1 \\ \hline \vdots & -1 & -1 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ \hline \vdots & \dots & -1 & -1 & & & -1 \\ \hline \vdots & -1 & & \dots & & -1 & -1 \\ \hline -1 & & & & \vdots & & -1 \\ \hline \end{array}, \quad W_4^{2,\pi/4} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|} \hline -1 & \vdots & -1 & -1 & -1 & -1 & \mathbf{3} \\ \hline \vdots & -1 & -1 & -1 & -1 & \mathbf{3} & \mathbf{7} \\ \hline \vdots & & -1 & -1 & \mathbf{3} & \mathbf{7} & \mathbf{7} \\ \hline \vdots & -1 & -1 & 0 & \mathbf{3} & \mathbf{3} & \mathbf{3} \\ \hline \vdots & \dots & -1 & -1 & & & \\ \hline \vdots & -1 & & \vdots & & -1 & \\ \hline -1 & & & \vdots & & & -1 \\ \hline \end{array} \quad (7)$$

Одним из свойств периметра является то, что новые маски имеют значения на границе угла, равные полусумме фона и тела угла: $a = (b+c)/2$. Это придаёт такому ядру свёртки свойства гладкости первого порядка и стабильности в оценке значения свёртываемого фрагмента изображения на зашумлённых границах угла по сравнению с масками в уравнениях (1), (2).

3. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Обозначим через F часть большего изображения f , т. е. фрагмент, размером $N \times N$, на котором остановилось скользящее окно, или маска, W того же размера. Мера сходства фрагмента и маски может быть получена из известного тождества

$$\|F - W\|^2 = \|F\|^2 - 2\langle F, W \rangle + \|W\|^2$$

в выбранной норме гильбертова пространства. Из этого соотношения следует, что фрагмент F наилучшим образом аппроксимируется идеальным углом W поиском максимума скалярного произведения $\langle F, W \rangle$, поскольку $\|W\|^2 = \text{const}$. Тогда можно сформулировать первый критерий обнаружения угла в виде $Q_1 = \max_{k, \alpha, n} \langle F, W_n^{k, \alpha} \rangle$.

Двумерные массивы могут быть различными способами вытянуты в векторы для удобства использования обозначений линейной алгебры. Естественным способом при наших иерархических построениях выглядит вытягивание двумерного фрагмента в вектор по спирали, начиная с центрального элемента, дающего первый элемент вектора. Второй элемент вектора равен ближайшему элементу матрицы над центральным элементом, затем производится обход по часовой стрелке всех элементов, непосредственно обрамляющих центральный. Всего их восемь. Затем аналогично выбираются элементы следующих обрамлений. Результат такого лексикографического порядка перевода матрицы маски $W_3^{i, \pi/4}$ в векторы φ_i имеет вид

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= (\underbrace{0 \ 3 \ 3 \ -1 \ -1 \ -1 \ -1 \ -1 \ -1}_{\text{1}} \ \underbrace{3 \ 7 \ 3 \ -1 \ -1 \ -1 \ -1 \ -1 \ -1 \ -1 \ -1 \ -1 \ -1 \ -1 \ -1 \ -1 \ -1}_{\text{2}}), \\ \varphi_2 &= (\underbrace{0 \ -1 \ 3 \ 3 \ -1 \ -1 \ -1 \ -1 \ -1}_{\text{1}} \ \underbrace{-1 \ -1 \ 3 \ 7 \ 3 \ -1 \ -1 \ -1 \ -1 \ -1 \ -1 \ -1 \ -1 \ -1 \ -1 \ -1}_{\text{2}}), \\ &\quad \vdots \\ \varphi_8 &= (\underbrace{0 \ -1 \ -1 \ -1 \ -1 \ -1 \ -1 \ -1 \ 3 \ 3}_{\text{1}} \ \underbrace{-1 \ -1 \ -1 \ -1 \ -1 \ -1 \ -1 \ -1 \ -1 \ -1 \ -1 \ -1 \ -1 \ 3 \ 7 \ 3}_{\text{2}}). \end{aligned}$$

Тогда имеется восемь векторов $(\varphi_1, \dots, \varphi_8)$, задающих модели углов, которые принимаются за базисные, и ищется проекция фрагмента F на линейную оболочку, составленную векторами $\{\varphi_i\}$ по методу Ритца. Заметим, что лексикографическое упорядочение с началом в центре маски и разворачиванием спиралью по её полю позволяет просто добавлять периферийные элементы к вектору, чтобы получить лексикографическое представление увеличенных матриц. Искомая аппроксимация

$$F^* = \sum_{i=1}^8 x_i \varphi_i \quad (8)$$

ищется скалярным умножением обеих частей равенства (8) на базисные функции $\{\varphi_k\}$, $k = 1, \dots, 8$, что даёт систему линейных алгебраических уравнений $Gx = d$ из восьми уравнений на коэффициенты $x = (x_i)$ с матрицей Грама $G(i, k) = \langle \varphi_i, \varphi_k \rangle$ и вектором $d = \{d_k\}$ правой части $d_k = \langle F, \varphi_k \rangle$. Матрица G является циркулянтной и сингулярной. Применяя псевдообратную матрицу G^+ к вектору данных d , вычисляем минимальное нормальное решение $x^* = G^+ d$. Тогда может быть предложен второй критерий обнаружения угла в виде $Q_2 = \max_{i=1, \dots, 8} |x_i^*|$.

4. ДЕКОМПОЗИЦИЯ МАСОК

Важное свойство матриц состоит в возможности разлагать маски углов $\pi/2$ и $3\pi/4$ в суммы углов с раствором $\pi/4$, например:

$$W_4^{1, \pi/4} + W_4^{2, \pi/4} = 2W_4^{1, \pi/2},$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|} \hline -1 & \vdots & -1 & \mathbf{3} & \mathbf{7} & \mathbf{7} & \mathbf{3} \\ \hline \vdots & -1 & -1 & \mathbf{3} & \mathbf{7} & \mathbf{3} & -1 \\ \hline \vdots & & -1 & \mathbf{3} & \mathbf{3} & -1 & -1 \\ \hline \vdots & -1 & -1 & \mathbf{0} & -1 & -1 & -1 \\ \hline \vdots & \dots & -1 & -1 & & & \\ \hline \vdots & -1 & & \dots & & -1 & \\ \hline -1 & & & \vdots & & & -1 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|} \hline -1 & \vdots & -1 & -1 & -1 & -1 & \mathbf{3} \\ \hline \vdots & -1 & -1 & -1 & -1 & \mathbf{3} & \mathbf{7} \\ \hline \vdots & & -1 & -1 & \mathbf{3} & \mathbf{7} & \mathbf{7} \\ \hline \vdots & -1 & -1 & \mathbf{0} & \mathbf{3} & \mathbf{3} & \mathbf{3} \\ \hline \vdots & \dots & -1 & -1 & & & \\ \hline \vdots & -1 & & \vdots & & -1 & \\ \hline -1 & & & \vdots & & & -1 \\ \hline \end{array} = 2 \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|} \hline -1 & \vdots & -1 & \mathbf{1} & \mathbf{3} & \mathbf{3} & \mathbf{3} \\ \hline \vdots & -1 & -1 & \mathbf{1} & \mathbf{3} & \mathbf{3} & \mathbf{3} \\ \hline \vdots & & -1 & \mathbf{1} & \mathbf{3} & \mathbf{3} & \mathbf{3} \\ \hline \vdots & -1 & -1 & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ \hline \vdots & \dots & -1 & -1 & \dots & \dots & -1 \\ \hline \vdots & -1 & & \dots & & -1 & \\ \hline -1 & & & \vdots & & & -1 \\ \hline \end{array}$$

Подобное разложение возможно и для дискретного тупого угла с раствором $3\pi/4$:

$$W_3^{1,\pi/4} + W_3^{2,\pi/4} + W_3^{3,\pi/4} = W_3^{1,3\pi/4},$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline -1 & -1 & \mathbf{3} & \mathbf{7} & \mathbf{3} \\ \hline -1 & -1 & \mathbf{3} & \mathbf{3} & -1 \\ \hline -1 & -1 & \mathbf{0} & -1 & -1 \\ \hline -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ \hline -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline -1 & -1 & -1 & -1 & \mathbf{3} \\ \hline -1 & -1 & -1 & \mathbf{3} & \mathbf{7} \\ \hline -1 & -1 & \mathbf{0} & \mathbf{3} & \mathbf{3} \\ \hline -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ \hline -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ \hline -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ \hline -1 & -1 & \mathbf{0} & \mathbf{3} & \mathbf{3} \\ \hline -1 & -1 & -1 & \mathbf{3} & \mathbf{7} \\ \hline -1 & -1 & -1 & -1 & \mathbf{3} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline -3 & -3 & \mathbf{1} & \mathbf{5} & \mathbf{5} \\ \hline -3 & -3 & \mathbf{1} & \mathbf{5} & \mathbf{5} \\ \hline -3 & -3 & \mathbf{0} & \mathbf{5} & \mathbf{5} \\ \hline -3 & -3 & -3 & \mathbf{1} & \mathbf{5} \\ \hline -3 & -3 & -3 & -3 & \mathbf{1} \\ \hline \end{array}$$

Представления в виде сумм возможны для различных сочетаний углов, например имеющих общую вершину:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline -1 & -1 & \mathbf{3} & \mathbf{7} & \mathbf{3} \\ \hline -1 & -1 & \mathbf{3} & \mathbf{3} & -1 \\ \hline -1 & -1 & \mathbf{0} & -1 & -1 \\ \hline -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ \hline -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ \hline -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ \hline -1 & -1 & \mathbf{0} & -1 & -1 \\ \hline -1 & \mathbf{3} & \mathbf{3} & -1 & -1 \\ \hline \mathbf{3} & \mathbf{7} & \mathbf{3} & -1 & -1 \\ \hline \end{array} = 2 \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline -1 & -1 & \mathbf{1} & \mathbf{3} & \mathbf{1} \\ \hline -1 & -1 & \mathbf{1} & \mathbf{1} & -1 \\ \hline -1 & -1 & \mathbf{0} & -1 & -1 \\ \hline -1 & \mathbf{1} & \mathbf{1} & -1 & -1 \\ \hline \mathbf{1} & \mathbf{3} & \mathbf{1} & -1 & -1 \\ \hline \end{array}$$

Приведём доказательство замеченного свойства иерархичности, или аддитивности, на примере сложения элементов периметра масок $W_n^{1,\pi/4}$ и $W_n^{2,\pi/4}$. Очевидно, что из аддитивности периметров следует аддитивность и самих масок. Представим периметры масок в общем виде, указывая значения a, b, c элементов, их количество и относительное положение в векторе:

$$P_n^{1,\pi/4} = (\underbrace{a}_1 \underbrace{b \dots b}_{n-2} \underbrace{a}_1 \underbrace{c \dots c}_{7n-8}), \tag{9}$$

$$P_n^{2,\pi/4} = (\underbrace{c \dots c}_{n-1} \underbrace{a}_1 \underbrace{b \dots b}_{n-2} \underbrace{a}_1 \underbrace{c \dots c}_{6n-7}). \tag{10}$$

Циклическим сдвигом элементов периметра на $n - 1$ позицию вправо получаем дискретный поворот на 45 градусов, т. е. элемент с номером m получает номер $n - m + 1$ циклически. Например, первый элемент a займёт позицию номер $n - 1 + 1 = n$.

Утверждение 2. Имеет место равенство $P_n^{1,\pi/4} + P_n^{2,\pi/4} = 2P_n^{1,\pi/2}$.

Доказательство. Поэлементное сложение векторов (9) и (10) даёт следующий результат:

$$P_n^{1,\pi/4} + P_n^{2,\pi/4} = \underbrace{(a+c)}_1 \underbrace{(b+c)\dots(b+c)}_{n-2} \underbrace{a+a}_{1} \underbrace{(b+c)\dots(b+c)}_{n-2} \underbrace{a+a}_1 \underbrace{c\dots c}_{6n-7}.$$

Учитывая, что для маски в 45 градусов имеем $a = 3$, $b = 7$, $c = -1$, а также в силу равенств $|A_n| = 2$, $|B_n| = 2n - 3$, $|C_n| = 6n - 7$ получим для периметра маски $P_n^{1,\pi/2}$:

$$\left(\underbrace{2}_1 \underbrace{6\dots 6}_{n-2} \underbrace{6}_{1} \underbrace{6\dots 6}_{n-2} \underbrace{2}_1 \underbrace{-2\dots -2}_{6n-7} \right) = 2 \left(\underbrace{1}_1 \underbrace{3\dots 3}_{2n-3} \underbrace{1}_1 \underbrace{-1\dots -1}_{6n-7} \right) = 2P_n^{1,\pi/2}.$$

□

Такие и подобные соотношения получены для различных сумм рассматриваемых масок в 45, 90 и 135 градусов. Отметим, что задача построения более общей «аксиоматики» угловых масштабируемых масок в данной работе не ставилась. Пока не совсем ясна математическая природа новых масок, однако видны аналогии с конечными циклическими группами перестановок восьмого порядка. Следует отметить, что в случае обобщения этого подхода периметры масок можно циклически сдвигать на произвольное число позиций, конструируя модели углов необязательно с прямолинейными сторонами, например с «ломаными» сторонами и уступами.

5. ЧИСЛЕННЫЙ АЛГОРИТМ

При движении окна F размером $N \times N$, $N = 2n - 1$ с центром в пикселе с текущими координатами (i, j) по полю изображения f производится дискретная свёртка фрагмента F с матрицей маски $W_n^{k,\alpha}$:

$$u_n^{k,\alpha}(i, j) = F * W_n^{k,\alpha} = \sum_{p=-(n-1)}^{n-1} \sum_{q=-(n-1)}^{n-1} f(i-p, j-q) W_n^{k,\alpha}(p+n, q+n). \quad (11)$$

Вычисляем изображение максимальных откликов среди поворотов:

$$U_n^{R,\alpha}(i, j) = \max_{k=1,\dots,R} |u_n^{k,\alpha}(i, j)|. \quad (12)$$

Ожидается, что максимальный отклик происходит при ориентации маски, наилучшим образом согласующейся с направлением угла, наблюдаемого во фрагменте.

Пространственное распространение угла вдоль своих сторон, т. е. его размер, можно оценить, варьируя ещё один параметр — размер маски n . Для этого выбираем целое M в качестве оценки максимального размера угла, встречающегося на снимке, и вычисляем изображение максимальных откликов на рост маски:

$$V_M^{R,\alpha}(i, j) = \max_{n=1,\dots,M} U_n^{R,\alpha}(i, j). \quad (13)$$

Предполагается, что с увеличением испытываемого размера угла отклик растёт до пределов распространения угла, а по достижении их происходит насыщение отклика или более сложное событие вследствие захвата маской областей фона или другого объекта. При исследовании визуальных свойств изображения $V_M^{R,\alpha}(i, j)$ мы получаем контрастный вариант исходного снимка с увеличенными яркостями в точках угловых вершин. Эта схема алгоритма может быть использована для обоих критериев Q_1 и Q_2 .

Получить собственно угловые точки теперь можно введением классифицирующего порога, оставляющего на изображении значимые, или доминантные, точки. Известны многие методы поиска порога, в том числе и порогов динамических, локально адаптированных [1].

Проблемой остаётся то, что углы на изображениях имеют различную интенсивность, измеряемую, например, контрастом, т. е. разницей яркостей тела угла и фона. Это выражается в разбросе значений отклика $u_n^{k,\alpha}$ и даёт основание термину «сильные» и «слабые» углы. Один из вариантов выбора углов состоит в выборе заданного числа сильных (слабых) углов. Решение этих задач, видимо, требует полного описания признаков угла в трёхмерной области параметров (k, α, n) и трудоёмких операций с локальными экстремумами. Очевидно, что некоторая информация теряется при вычислении максимумов на этапах (11)–(13). Развиваемый нами иерархический масштабируемый подход предполагает сохранить эти этапы как признаки и исследовать данные в целом, не только покоординатным по k и n поиском максимумов. Алгоритм позволяет сортировать угловые структуры и затем анализировать по различным признакам, например по направлению углов, и строить так называемые «розы углов».

Рассматриваемые нами углы имеют раствор, кратный 45 градусам. Мы видели, что матрицы углов в 90 и 135 могут быть сконструированы комбинацией углов в 45. Таким образом, достаточно вычислить отклики на 8 вращательных версий угла в 45 и затем суммированием их получить отклики на соответствующие конфигурации. Эти конфигурации включают любые комбинации, например сочетание нескольких углов с общей вершиной.

Сумма периферийных по периметру элементов масок равна нулю. Это означает, что в дополнение к свойству масок иметь дифференцирующий характер в целом (сумма элементов равна нулю) этим свойством обладают и периметры маски. При размерах растущей маски, превышающих область угла, когда периметр маски достигает фона изображения с произвольными значениями, вклад этих областей в значения критерия может измениться и наблюдается разладка. Выбрать заранее размер маски соразмерно размеру искомым угловым структурам сложно, и мы встречаемся с задачей обнаружения момента [20,21] существенного события (скачка, насыщения и т. д.) и изменения критерия.

6. РЕЗУЛЬТАТЫ

Проведены численные эксперименты, различные этапы которых представлены изображениями на рис. 1. Соответствующие этим этапам профили отдельного столбца, содержащего угол, приведены на рис. 2. Тестовое изображение f (рис. 1, *a*) размером 256×256 составлено из пяти многоугольников с использованием функции `insertShape` пакета MATLAB и задания угловых точек и цвета, или значений яркости внутри многоугольника. Затем были внесены искажения, так что фон тестового изображения имеет осциллирующий характер с трендом на повышение к нижней области изображения. Это иллюстрируется (рис. 2, *a*) на профиле яркостей столбца номер 50 изображения f , отмеченного вертикальным пунктиром на рис. 1, *a*.

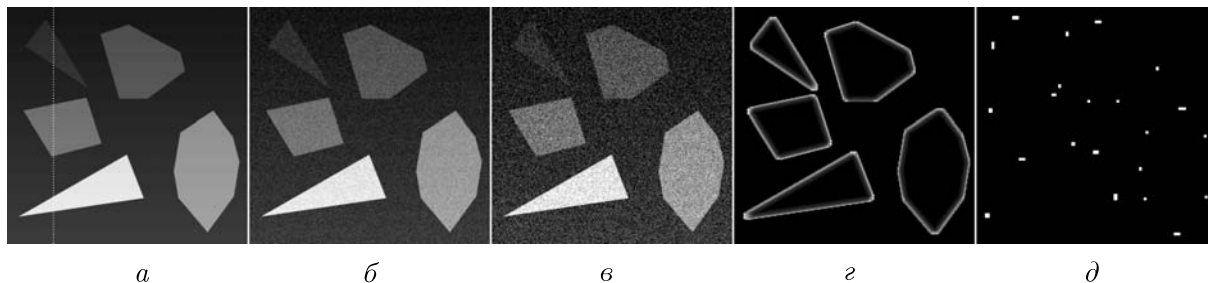


Рис. 1. Изображения этапов выделения углов:

- (*a*) тестовое изображение;
- (*б*) тест с равномерным шумом (стандартное отклонение 10);
- (*в*) тест с шумом (стандартное отклонение 25);
- (*г*) визуализация нормализованного критерия Q2;
- (*д*) визуализация позиций углов с критерием больше 185

Выбранный столбец пересекает сверху вниз треугольник, четырехугольник и треугольник так, что в нём содержится одна угловая точка четырёхугольника, граничные (неугловые точки) и точки фона. Области внутри многоугольников, как и точки фона, имеют изменяющиеся значения яркости. К тестовому изображению добавлен равномерный случайный шум со значениями стандартного отклонения в 10 и 25 единиц, результаты представлены на рис. 1, б и рис. 1, в соответственно. Зашумлённые профили столбца номер 50 иллюстрируются на рис. 2, б и рис. 2, в соответственно.

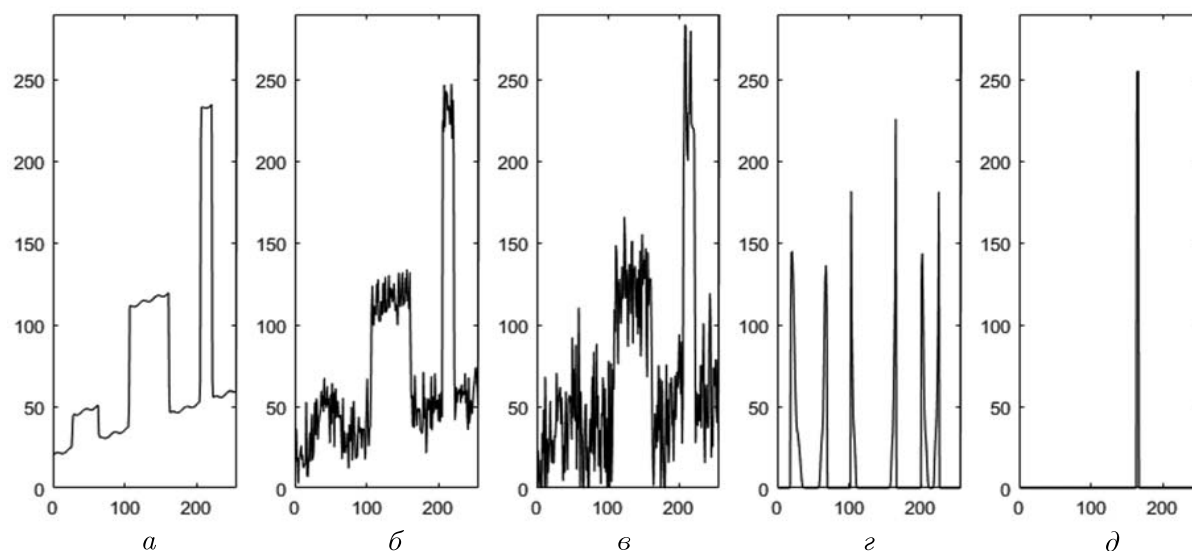


Рис. 2. Профили яркостей изображений, полученных в численном эксперименте:

- (а) профиль значений столбца 50 тестового изображения;
- (б) столбец 50 с шумом (стандартное отклонение 10);
- (в) столбец с шумом (стандартное отклонение 25);
- (г) профиль столбца нормализованного критерия Q_2 ;
- (д) профиль столбца 50 с выделенным углом

Эксперименты с масками Кирша и масштабируемыми масками 3×3 показали, что зашумлённость изображений даёт в результате много ложных углов для обеих масок, поэтому потребовалось увеличить размер ядра свёртки. В данной работе мы приводим результаты работы с новыми масками, выбрав их размерами 7×7 , как в уравнении (7). Поскольку маски Кирша такого размера неизвестны, сравнения не производилось.

Для подавления импульсного шума использовалось усреднение маской 3×3 . Средствами пакета МАТЛАБ насчитаны критерии Q_1 и Q_2 . При вычислении критериев применялась нормализация делением значения свёртки на общий интеграл яркостей фрагмента в скользящем окне. Визуально результаты применения двух критериев близки. На рис. 2 визуализирован нормализованный критерий Q_2 , вычисленный с масштабируемой маской размером 7×7 с раствором угла в 45 градусов. Рис. 3 представляет визуализацию значений исходного изображения и нормализованного критерия.

Заметно доминирование критерия в угловых точках по сравнению с неугловыми граничными точками многоугольных структур.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе представлены матрицы масок для выделения углов, обладающие свойствами, удобными для конструирования масштабируемых детекторов. Структуры, потенциально выделяемые данным подходом, включают углы в 45, 90, 135 градусов и близкие к ним. Базовыми

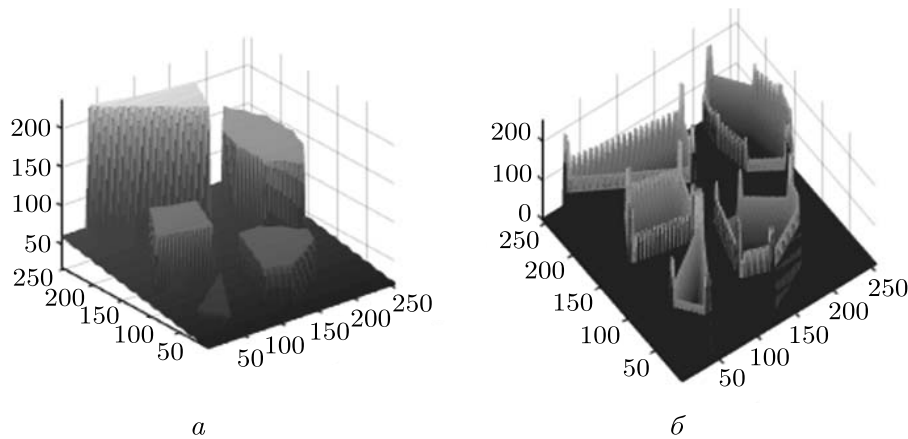


Рис. 3. Трёхмерная визуализация изображений:
 (а) тестовый объект в отсутствие шума (вид снимка *a* на рис. 1);
 (б) нормализованный критерий (вид снимка *г* на рис. 1)

масками являются маски в 45 градусов, из которых возможно собирать детекторы углов с общей вершиной, детекторы линейных границ как полных углов в 180 градусов и другие. Эти конструкции не требуют повторного прохода массива изображения скользящим окном, поскольку комбинирование осуществляется на следующем уровне масштаба, или иерархии, на основе базисных процедур нижнего уровня, оперирующих с периметрами. Проведены вычислительные эксперименты с предлагаемым детектором доминантных и угловых точек. Метод может применяться наряду с масками Кирша в алгоритме локальных бинарных шаблонов для анализа изображений, однако без ограничений на выбор размера масок.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений. М.: Техносфера, 2006.
2. Бакут П. А., Колмогоров Г. С., Ворновицкий И. Э. Сегментация изображений: методы пороговой обработки // Зарубежная радиоэлектроника. 1987. № 10. С. 6–24.
3. Алпатов Б. А., Бабаян П. В., Балашов О. Е., Степашкин А. И. Методы автоматического обнаружения и сопровождения объектов. Обработка изображений и управление. М.: Радиотехника, 2008.
4. Dutta A., Kar A., Chatterji B. N. Corner detection algorithms for digital images in last three decades // Institution of Electronics and Telecommunication Engineers Technical Review. 2008. V. 25, N 3. P. 123–133.
5. Chen J., Zou L., Zhang J., Dou L. The comparison and application of corner detection algorithms // J. Multimedia. 2009. V. 4, N 6. P. 435–441.
6. Козловский А. Н. Детектор угловых точек на основе аппроксимации контуров объектов изображения // Информатика. 2010. Т. 28, № 4. С. 36–47.
7. Борисенко Д. И. Методы поиска угловых особенностей на изображениях // Молодой учёный. 2011. Т. 1, № 5. С. 120–123.
8. Golightly I., Jones D. Corner detection and matching for visual tracking during power line inspection // Image and Vision Computing. 2003. V. 21. P. 827–840.
9. Gao X., Sattar F., Venkateswarlu R. Multiscale corner detection of gray level images based on loggabor wavelet transform // IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology. 2007. V. 17, N 7. P. 868–875.
10. Rosten E., Porte R., Drummond T. Faster and Better: A machine learning approach to corner detection // IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence. 2010. V. 32, N 1. P. 105–119.

11. *Sharpnack J.* Learning patterns for detection with multiscale scan statistics // Proc. Machine Learning Research. 2018. V. 75. P. 950–969.
12. *Shekar B. H., Uma K. P.* Kirsch directional derivatives based shot boundary detection: an efficient and accurate method // Procedia Computer Sci. 2015. V. 58. P. 565–571.
13. *Pietikainen M., Zhao G.* Two decades of local binary patterns: A survey. Chapter 9 // Advances in Independent Component Analysis and Learning Machines. Elsevier, 2015. P. 175–210.
14. *Peng W., Hongling X., Wenlin L., Wenlong S.* Harris scale invariant corner detection algorithm based on the significant region // Internat. J. Signal Processing, Image Processing and Pattern Recognition. 2016. V. 9, N 3. P. 413–420.
15. *Rivera A. R., Castillo J. R., Chae O.* Local directional number pattern for face analysis: face and expression recognition // IEEE Trans. Image Processing. 2013. V. 22, N 5. P. 1740–1752.
16. *Buades A., Grompone von Gioi R., Navarro J.* Joint contours, corner and T-junction detection: An approach inspired by the mammal visual system // J. Math. Imaging and Vision. 2018. V. 60. P. 341–354.
17. *Liu H., Tan S.* Image regularizations based on the sparsity of corner points // IEEE Trans. Image Processing. 2019. V. 28, N 1. P. 72–87.
18. *Казанцев И. Г.* Об одном детекторе угловых точек на изображениях // Труды 14 Междунар. научного конгресса «ИНТЕРЭКСПО ГЕО-Сибирь-2018». Т. 1: Дистанционные методы зондирования Земли и фотограмметрии, мониторинг окружающей среды, геоэкология. Новосибирск, 2018. С. 89–93.
19. *Чочиа П. А.* Пирамидальный алгоритм сегментации изображений // Информационные процессы. 2010. Т 10, № 1. С. 23–35.
20. *Ширяев А. Н.* Стохастические задачи о разладке. М.: изд. МЦНМО, 2016.
21. *Боровков А. А.* Об оценивании параметров в случае разрывных плотностей // Теория вероятностей и её применения. 2018. Т. 63, № 2. С. 211–239.

UDC 517.562

DETECTION OF THE CORNER STRUCTURES IN IMAGES BY SCALABLE MASKS

© 2020 I. G. Kazantsev^{1a}, B. O. Mukhametzhanova^{2b}, K. T. Iskakov^{2c},
T. Mirgalikzy^{2d}

¹*Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics SB RAS,
pr. Akad. Lavrentieva 6, Novosibirsk 630090, Russia,*

²*The L. N. Gumilyov Eurasian National University,
ul. Satpayeva 2, Nur-Sultan 010008, Kazakhstan*

E-mails: ^akig@ooi.sscs.ru, ^bgrek79@mail.ru, ^ckazizat@mail.ru, ^dmt85@mail.ru

Received 05.06.2019, revised 28.11.2019, accepted 05.12.2019

Abstract. Under consideration are the scalable masks for detection of corner structures in digital images which are used when processing by a window sliding through an image. The proposed matrices of masks of arbitrary size are constructed by adding rows and columns along the perimeter to the matrix of smaller masks. The submatrices remain unchanged, whereas some new elements are added by repeating the submatrix entries that preserve the structure of the corner. The algorithm can be used in processing visual data of robotics, aerial photography, and crystallography.

Keywords: image processing, sliding window, scalable mask, corner detection.

DOI: 10.33048/SIBJIM.2020.23.107

REFERENCES

1. Gonzalez R.C., Woods R.E. *Tsifrovaya obrabotka izobrazhenii* [Digital Image Processing]. Moscow: Tekhnosfera, 2006 (in Russian).
2. Bakut P.A., Kolmogorov G.S., Vornovitskii I.E. Segmentatsiya izobrazhenii: metody porogovoi obrabotki [Image segmentation: methods of threshold processing]. *Zarubezh. Radioelektronika*, 1987, No. 10, pp. 6–24 (in Russian).
3. Alpatov B.A., Babayan P.V., Balashov O.E., Stepashkin A.I. *Metody avtomaticheskogo obnaruzheniya i soprovozhdeniya ob"ektov. Obrabotka izobrazhenii i upravlenie* [Methods for Autodetection and Maintenance of Objects. Image Processing and Control]. Moscow: Radiotekhnika, 2008 (in Russian).
4. Dutta A., Kar A., Chatterji B.N. Corner detection algorithms for digital images in last three decades. *IETE Technical Review*, 2008, Vol. 25, No. 3, pp. 123–133.
5. Chen J., Zou L., Zhang J., Dou L. The comparison and application of corner detection algorithms. *J. Multimedia*, 2009, Vol. 4, No. 6, pp. 435–441.
6. Kozlovskii A.N. Detektor uglovykh toчек na osnove approksimatsii konturov ob"ektov izobrazheniya [Corner point detector based on approximation of contours of image objects]. *Informatika*, 2010, Vol. 28, No. 4, pp. 36–47 (in Russian).
7. Borisenko D.I. Metody poiska uglovykh osobennostei na izobrazheniyakh [Methods of corner peculiar properties retrieval in images]. *Molodoi Uchenyi*, 2011, Vol. 1, No. 5, pp. 120–123 (in Russian).
8. Golightly I., Jones D. Corner detection and matching for visual tracking during power line inspection. *Image and Vision Comput.*, 2003, Vol. 21, pp. 827–840.
9. Gao X., Sattar F., Venkateswarlu R. Multiscale corner detection of gray level images based on loggabor wavelet transform. *IEEE Trans. Circuits and Systems for Video Tech.*, 2007, Vol. 17, No. 7, pp. 868–875.

10. Rosten E., Porte R., Drummond T. Faster and better: a machine learning approach to corner detection. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2010, Vol. 32, No. 1, pp. 105–119.
11. Sharpnack J. Learning patterns for detection with multiscale scan statistics. *Proc. Machine Learning Res.*, 2018, Vol. 75, pp. 950–969.
12. Shekar B.H., Uma K.P. Kirsch directional derivatives based shot boundary detection: an efficient and accurate method. *Procedia Computer Sci.*, 2015, Vol. 58, pp. 565–571.
13. Pietikainen M., Zhao G. Two decades of local binary patterns: A survey. *Advances in Independent Component Analysis and Learning Machines*, Chapter 9. Elsevier, 2015, pp. 175–210.
14. Peng W., Hongling X., Wenlin L., Wenlong S. Harris scale invariant corner detection algorithm based on the significant region. *Internat. J. Signal Processing, Image Processing and Pattern Recognition*, 2016, Vol. 9, No. 3, pp. 413–420.
15. Rivera A.R., Castillo J.R., Chae O. Local directional number pattern for face analysis: face and expression recognition. *IEEE Trans. Image Proc.*, 2013, Vol. 22, No. 5, pp. 1740–1752.
16. Buades A., von Gioi R. G., Navarro J. Joint contours, corner and t-junction detection: an approach inspired by the mammal visual system. *J. Math. Imaging and Vision*, 2018, Vol. 60, pp. 341–354.
17. Liu H., Tan S. Image regularizations based on the sparsity of corner points. *IEEE Trans. Image Proc.*, 2019, Vol. 28, No. 1, pp. 72–87.
18. Kazantsev I.G. Ob odnom detektore uglovykh toчек na izobrazheniyakh [On a corner points detector in images]. Trudy 14 Mezhdunarodnogo nauchnogo kongressa “INTEREKSP0 GEO-SIBIR’-2018”. T. 1: *Distantionnye metody zondirovaniya Zemli i fotogrammetrii, monitoring okruzhayushchei sredy, geoekologiya* [Proceedings of 14th International Scientific Congress “INTEREKSP0 GEO-SIBIR’-2018”, Vol. 1: *Methods of Earth Remote Monitoring and Terrestrial Photogrammetry, Monitoring of Environment, and Geoecology*]. Novosibirsk: Publ. SGUGiT, 2018, pp. 89–93.
19. Chochia P.A. Piramidal’nyi algoritm segmentatsii izobrazhenii [A pyramidal algorithm of image segmentation]. *Informatsionnye protsessy*, 2010, Vol. 10, No. 1, pp. 23–35 (in Russian).
20. Shiryaev A.N. *Stokhasticheskie zadachi o razladke* [Stochastic Problems of Disorder]. Moscow: Publ. MTsNMO, 2016 (in Russian).
21. Borovkov A.A. On estimation of parameters in the case of discontinuous densities. *Theory Probab. Appl.*, 2018, Vol. 63, No. 2, pp. 169–192.