A. B. Petrin, Electric field singularity on the line of wetting of dielectric surface,
TVT, 2008, Volume 46, Issue 1, 23–29

ТЕПЛОФИЗИКА ВЫСОКИХ ТЕМПЕРАТУР, 2008, том 46, № 1, с. 23–29

УДК 532.61

ОБ ОСОБЕННОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ НА ЛИНИИ СМАЧИВАНИЯ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ

© 2008 г. А. Б. Петрин

Институт теплофизики экстремальных состояний РАН, Москва

E-mail: a–petrin@mail.ru

Поступила в редакцию 05.12.2006 г.

Рассматривается характер особенности электрического поля на линии смачивания диэлектрика проводящей жидкостью. Известно, что в этом случае модуль электрического поля стремится к бесконечности при стремлении расстояния от линии смачивания к нулю, т.е. электрическое поле имеет на линии смачивания особенность. При отличном от нуля угле смачивания данная особенность является интегрируемой, причем полная объемная плотность электрической энергии остается конечной. В работе показывается, что если указанную поверхность смачивает диэлектрическая жидкость, то существует критический угол смачивания, определяемый соотношением диэлектрических проницаемостей соприкасающихся диэлектриков. При угле смачивания меньше критического особенность электрического поля исчезает.

PACS: 68.08.Bc

ВВЕДЕНИЕ

При наличии внешнего электрического поля на проводящую или диэлектрическую жидкости дополнительно действуют электрические силы, которые позволяют управлять смачиванием посредством внешнего электрического поля. На этом основаны многочисленные приложения, связанные с такими процессами, как интенсификация теплообмена электрическими полями в двухфазных системах [1, 2], управление каплями жидкостей в микроэлектронных устройствах [3, 4], создание управляемых напряжением переключателей [5]. Однако при увеличении электрического поля до некоторого уровня возникают различного рода неустойчивости вблизи мениска, приводящие к насыщению смачивания. Как показывают экспериментальные исследования, насыщение обусловлено дестабилизацией линии смачивания, отрывом капель, а также электрическими разрядами на возмущениях мениска [6]. Такие явления связаны с очень большими электрическими полями вблизи линии смачивания, поэтому исследование особенности электрического поля на линии смачивания является центральным в понимании указанных явлений.

Большие электрические поля вблизи линии смачивания связаны с тем, что геометрически линия смачивания является местом стыка трех диэлектрических клиньев и, вообще говоря, местом сингулярности электрического поля. Сингулярности такого рода исследовались в связи с расчетом электромагнитных полей в антенных устройствах [7, 8], и было найдено, что при некоторых условиях сингулярности поля может не быть [9].

В данной работе сначала рассматривается задача нахождения асимптотики электрического поля вблизи линии смачивания диэлектрика проводящей жидкостью в области, где жидкость можно считать проводящим клином с образующим углом, равным углу смачивания. Затем оценивается искажение свободной поверхности жидкости в окрестности линии смачивания под действием электрического поля. После этого рассматривается вопрос о влиянии электрического поля на смачивание, если жидкость диэлектрическая.

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ПОТЕНЦИАЛ И ПОЛЕ ВБЛИЗИ ЛИНИИ СМАЧИВАНИЯ ПРОВОДЯЩЕЙ ЖИДКОСТЬЮ ПОВЕРХНОСТИ ДИЭЛЕКТРИКА

Вблизи линии смачивания задачу можно считать двухмерной и рассмотреть проводящий клин жидкости с углом при вершине ψ, расположенный на поверхности полупространства, заполненного диэлектриком с проницаемостью ε. Геометрия задачи показана на рис. 1.

Известно, что потенциал, удовлетворяющий уравнению Лапласа и не зависящий от координаты z вдоль образующей клина, имеет вид [10] $r^n\sin(n\theta)$ либо $r^n\cos(n\theta)$, где n – константа; θ – полярный угол, отсчитываемый от оси OX; r – радиальная координата, отсчитываемая от начала координат O.

Будем считать, что потенциал на поверхности проводника равен нулю. Тогда, учитывая, что потенциал в воздухе и диэлектрике должен зависеть от радиуса как одна и та же степень радиуса, вы-

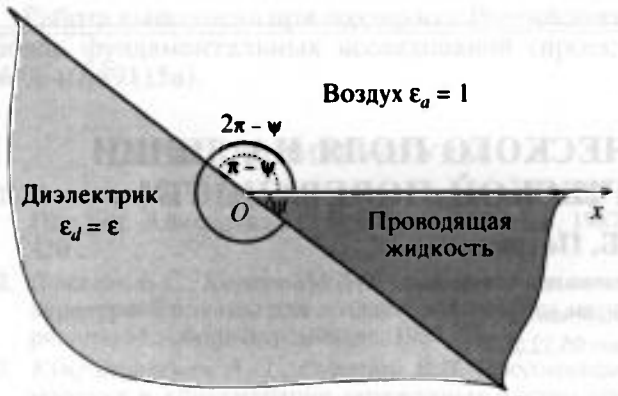

Рис. 1. Геометрия вспомогательной задачи: проводящий клин на плоском диэлектрике.

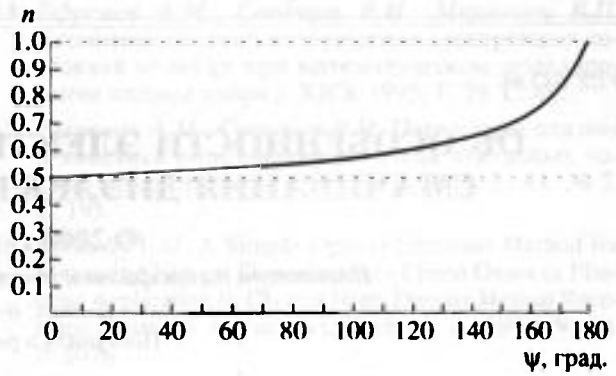

Рис. 2. Зависимость минимального показателя n от угла ψ при $\varepsilon = 4$.

ражения для потенциала в воздухе и диэлектрике, с учетом граничных условий на поверхности проводника можно представить как

$$\varphi = C_a r^n \sin(n\theta),$$

$$\varphi = C_d r^n \sin[n(\theta - 2\pi + \psi)].$$

Запишем граничные условия для электрического поля на границе диэлектрика и воздуха. Предварительно выпишем компоненты поля в рассматриваемых областях вблизи границы раздела.

Тангенциальные компоненты к границе раздела:

$$(\mathbf{E}_a)_\tau = -\frac{\partial \varphi}{\partial r} = -nC_a r^{n-1} \sin(n\theta),$$

$$(\mathbf{E}_d)_\tau = -\frac{\partial \varphi}{\partial r} = -nC_d r^{n-1} \sin[n(\theta - 2\pi + \psi)].$$

Нормальные компоненты к границе раздела:

$$(\mathbf{E}_a)_n = -\frac{1}{r}\frac{\partial \varphi}{\partial \theta} = -nC_a r^{n-1} \cos(n\theta),$$

$$(\mathbf{E}_d)_n = -\frac{1}{r}\frac{\partial \varphi}{\partial \theta} = -nC_d r^{n-1} \cos[n(\theta - 2\pi + \psi)].$$

Из граничных условий для электрического поля $(\mathbf{E}_a)_\tau = (\mathbf{E}_d)_\tau$ и $(\mathbf{E}_a)_n = \varepsilon(\mathbf{E}_d)_n$ при $\theta = \pi - \psi$ получим

$$nC_a r^{n-1} \sin(n\theta) -$$

$$- nC_d r^{n-1} \sin[n(\theta - 2\pi + \psi)]|_{\theta = \pi - \psi} = 0,$$

$$nC_a r^{n-1} \cos(n\theta) -$$

$$- \varepsilon nC_d r^{n-1} \cos[n(\theta - 2\pi + \psi)]|_{\theta = \pi - \psi} = 0.$$

Заметим, что условие непрерывности тангенциальной компоненты поля в точности равно условию непрерывности потенциала при переходе через границу.

Нетривиальное решение найдем, приравнивая детерминант системы к нулю:

$$-\varepsilon \sin(n\theta)\cos[n(\theta - 2\pi + \psi)] +$$

$$+ \cos(n\theta)\sin[n(\theta - 2\pi + \psi)]|_{\theta = \pi - \psi} = 0$$

или

$$\varepsilon \sin[n(\pi - \psi)]\cos(n\pi) +$$

$$+ \cos[n(\pi - \psi)]\sin(n\pi) = 0. \qquad (1)$$

Было найдено численное решение полученного трансцендентного уравнения. Результаты зависимости наименьшего показателя степени n от угла при вершине клина ψ для диэлектрической поверхности с проницаемостью $\varepsilon = 4$ показаны на рис. 2.

Заметим, что при $\psi \longrightarrow 0$ показатель стремится к 0.5 сверху. Такое же поведение имеет место при любом значении ε, в частности при $\varepsilon = 1$ (без диэлектрической пластины).

ИСКАЖЕНИЕ ПОВЕРХНОСТИ ПРОВОДЯЩЕЙ ЖИДКОСТИ ВБЛИЗИ ЛИНИИ СМАЧИВАНИЯ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

Электрическое поле вблизи линии смачивания имеет особенность, а именно, поле стремится к бесконечности при приближении к линии смачивания. В случае проводящей жидкости электрические силы приложены к ее поверхности. Поверхностная плотность электрических сил равна $F_e = \varepsilon_0 E_n^2/2$, где E_n – нормальная составляющая электрического поля [11]. При наличии особенности электрического поля, поверхностные электрические силы также будут иметь особенность. Это будет верно при любом значении потенциала проводящей жидкости по отношению к бесконечности, в том числе и при очень малых значениях. Вопрос о том, не будут ли малые потенциалы суще-

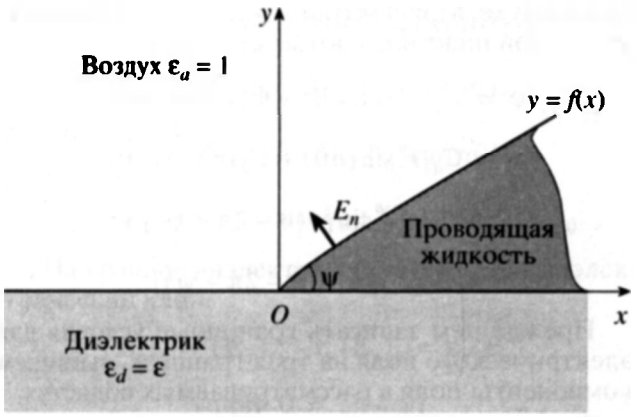

Рис. 3. Смачивание проводящей жидкостью плоского диэлектрика.

ственно влиять на смачивание из-за наличия в пределе бесконечно больших полей на границе, не является тривиальным и требует особого рассмотрения.

В равновесии на поверхности границы жидкости и воздуха можно записать условие механического равновесия границы

$$\sigma/R = \varepsilon_0 E_n^2/2,$$

где σ – коэффициент поверхностного натяжения на границе жидкость–воздух, R – радиус кривизны поверхности, ε_0 – диэлектрическая постоянная. Из наличия особенности поля следует, что радиус кривизны должен стремиться к нулю при приближении точки на границе жидкость–воздух к линии смачивания. Пусть угол смачивания равен ψ, а форма поверхности жидкости описывается функцией $y = f(x)$ (рис. 3). Тогда условие механического равновесия можно записать в виде [12]

$$\frac{f''\sigma}{[1 + (f')^2]^{3/2}} = \frac{\varepsilon_0 E_n^2}{2}. \qquad (2)$$

Так как угол смачивания равен ψ, то

$$f' \xrightarrow[x \to +0]{} \operatorname{tg}\psi.$$

Поэтому при стремлении точки наблюдения к линии смачивания ($x \longrightarrow +0$) функция $f(x)$ будет иметь вид

$$f(x) \approx x\operatorname{tg}\psi - Ax^{\alpha}, \qquad (3)$$

где A – константа, а показатель степени α должен быть таким, чтобы $x^{\alpha-1} \xrightarrow[x \to +0]{} 0$, т.е. $\alpha > 1$ (это необходимо, чтобы асимптотически вблизи линии смачивания поверхность жидкости можно было считать клином).

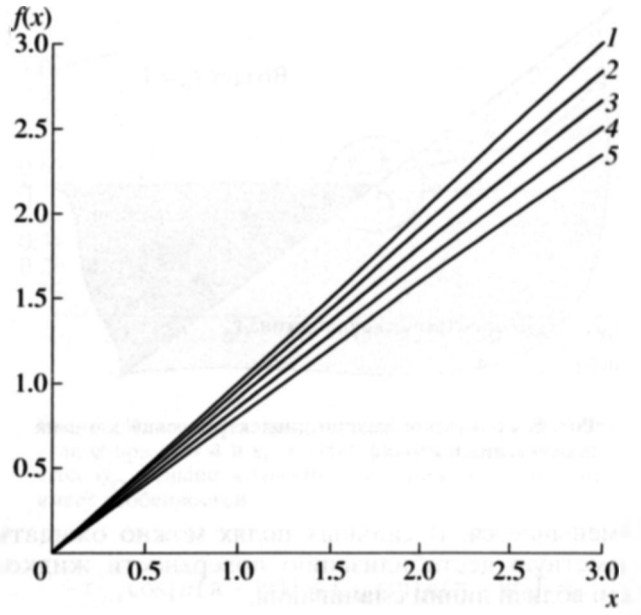

Рис. 4. Зависимости $y = f(x)$ при $A = 0$ – *1*, 0.05 – *2*, 0.1 – *3*, 0.15 – *4*, 0.2 – *5*.

Тогда, подставляя (3) в (2), получим в пределе при $x \longrightarrow +0$

$$\frac{A\alpha(\alpha-1)x^{\alpha-2}\sigma}{[1 + (\operatorname{tg}\psi)^2]^{3/2}} = \frac{\varepsilon_0 E_n^2}{2}. \qquad (4)$$

Отсюда следует, что нормальная компонента электрического поля должна иметь асимптотику $E_n \sim r^{(\alpha-2)/2}$ при приближении к линии смачивания ($r = \sqrt{x^2 + y^2} \longrightarrow 0$). Следовательно, потенциал электрического поля будет иметь асимптотику $\varphi \sim r^{1+(\alpha-2)/2} = r^{\alpha/2}$, где $\alpha > 1$ (или $\varphi \sim r^n$, где $n > 1/2$). Действительно, в предыдущем разделе упоминалось, что наименьший показатель степени в разложении потенциала удовлетворяет неравенству $n = \alpha/2 > 1/2$.

Зная нормальную компоненту электрического поля вблизи линии касания $E_n = Cr^{(\alpha-2)/2}$, где C – константа, из формулы (4) можно определить константу A

$$A = \frac{\varepsilon_0 C^2}{2\sigma\alpha(\alpha-1)}[1 + (\operatorname{tg}\psi)^2]^{\frac{\alpha+1}{2}}.$$

При значениях α, немного больших единицы, или при малых ψ (α зависит от ψ монотонно) и в сильных электрических полях (при больших C) A может принимать большие значения.

На рис. 4 показаны зависимости $y = f(x)$ для ψ = = 45° и значений $A = 0$, 0.05, 0.1, 0.15 и 0.2. По мере увеличения A, например из-за увеличения электрического поля, область, в которой угол наклона близок к углу смачивания ψ, существенно

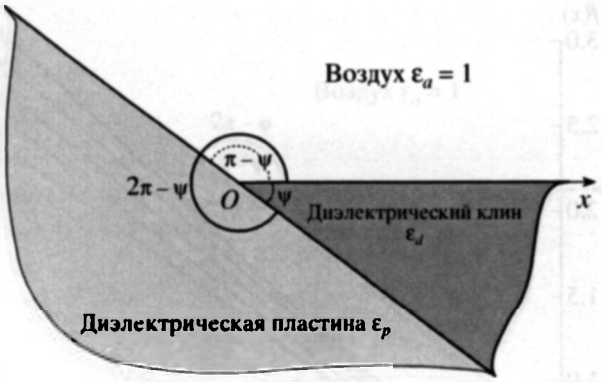

Рис. 5. Геометрия задачи: диэлектрический клин на плоском диэлектрике.

уменьшается. В сильных полях можно ожидать заметную дестабилизацию поверхности жидкости вблизи линии смачивания.

Из полученных зависимостей видно, что малые потенциалы ($A \longrightarrow 0$) приводят к малым (в пределе к бесконечно малым) возмущениям поверхности клина жидкости вблизи линии смачивания, несмотря на особенность электрического поля. Ясно также, что малые потенциалы приводят к малым изменениям смачивания.

Необходимо отметить, что простое асимптотическое выражение для потенциала $\varphi \sim r^{\alpha/2}$ справедливо, только когда мениск приближенно можно считать клином, причем исключительно вблизи линии смачивания. Это означает, что формула (3) правильно описывает мениск, лишь когда отклонение его поверхности от поверхности клина мало (вблизи от линии смачивания). При этом кривые на рис. 4 правильно отражают реальные поверхности только вблизи начала координат, где поверхность жидкости близка к поверхности клина с углом раствора ψ.

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ПОТЕНЦИАЛ И ПОЛЕ ВБЛИЗИ ЛИНИИ СМАЧИВАНИЯ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЖИДКОСТЬЮ ПОВЕРХНОСТИ ДИЭЛЕКТРИКА

Рассмотрим теперь диэлектрический клин с диэлектрической проницаемостью ε_d, расположенный на поверхности полупространства, заполненного диэлектриком с проницаемостью ε_p. Геометрия задачи показана на рис. 5.

Аналогично предыдущему разделу, потенциал ищем в виде $r^n\sin(n\theta)$ либо $r^n\cos(n\theta)$. Учитывая, что потенциал в воздухе и диэлектриках должен зависеть от радиуса как одна и та же степень радиуса, можно записать выражения для потенциала в воздухе, в диэлектрическом клине и в диэлектрической пластине соответственно в виде

$$\varphi = C_{a1} r^n \sin(n\theta) + C_{a2} r^n \cos(n\theta),$$

$$\varphi = C_{d1} r^n \sin(n\theta) + C_{d2} r^n \cos(n\theta),$$

$$\varphi = C_{p1} r^n \sin[n(\theta - 2\pi + \psi)] +$$

$$+ C_{p2} r^n \cos[n(\theta - 2\pi + \psi)].$$

Прежде чем записать граничные условия для электрического поля на трех границах, выпишем компоненты поля в рассматриваемых областях.

Тангенциальные компоненты:

$$(\mathbf{E}_a)_\tau = -\frac{\partial\varphi}{\partial r} = -nr^{n-1}[C_{a1}\sin(n\theta) + C_{a2}\cos(n\theta)],$$

$$(\mathbf{E}_d)_\tau = -\frac{\partial\varphi}{\partial r} = -nr^{n-1}[C_{d1}\sin(n\theta) + C_{d2}\cos(n\theta)],$$

$$(\mathbf{E}_p)_\tau = -\frac{\partial\varphi}{\partial r} = -nr^{n-1}(C_{p1}\sin[n(\theta - 2\pi + \psi)] +$$

$$+ C_{p2}\cos[n(\theta - 2\pi + \psi)]).$$

Нормальные компоненты:

$$(\mathbf{E}_a)_n = -\frac{1}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial\theta} = nr^{n-1}[-C_{a1}\cos(n\theta) + C_{a2}\sin(n\theta)],$$

$$(\mathbf{E}_d)_n = -\frac{1}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial\theta} = nr^{n-1}[-C_{d1}\cos(n\theta) + C_{d2}\sin(n\theta)],$$

$$(\mathbf{E}_p)_n = -\frac{1}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial\theta} = nr^{n-1}(-C_{p1}\cos[n(\theta - 2\pi + \psi)] +$$

$$+ C_{p2}\sin[n(\theta - 2\pi + \psi)]).$$

Из условий на границе воздух–диэлектрическая пластина

$$(\mathbf{E}_a)_\tau = (\mathbf{E}_p)_\tau; \quad (\mathbf{E}_a)_n = \varepsilon_p(\mathbf{E}_p)_n$$

$$\text{при } \theta = \pi - \psi$$

получим соотношения

$$-nr^{n-1}[C_{a1}\sin(n\theta) + C_{a2}\cos(n\theta)] =$$

$$= -nr^{n-1}(C_{p1}\sin[n(\theta - 2\pi + \psi)] +$$

$$+ C_{p2}\cos[n(\theta - 2\pi + \psi)])|_{\theta = \pi - \psi},$$

$$nr^{n-1}[-C_{a1}\cos(n\theta) + C_{a2}\sin(n\theta)] =$$

$$= \varepsilon_p nr^{n-1}(-C_{p1}\cos[n(\theta - 2\pi + \psi)] +$$

$$+ C_{p2}\sin[n(\theta - 2\pi + \psi)])|_{\theta = \pi - \psi}.$$

На границе воздух–диэлектрический клин:

$$(\mathbf{E}_a)_\tau = (\mathbf{E}_d)_\tau; \quad (\mathbf{E}_a)_n = \varepsilon_d(\mathbf{E}_d)_n \text{ при } \theta = 0;$$

$$-nr^{n-1}[C_{a1}\sin(n\theta)+C_{a2}\cos(n\theta)] =$$

$$= -nr^{n-1}[C_{d1}\sin(n\theta)+C_{d2}\cos(n\theta)]|_{\theta=0},$$

$$nr^{n-1}[-C_{a1}\cos(n\theta)+C_{a2}\sin(n\theta)] =$$

$$= \varepsilon_d nr^{n-1}[-C_{d1}\cos(n\theta)+C_{d2}\sin(n\theta)]|_{\theta=0}.$$

На границе диэлектрическая пластина–диэлектрический клин:

$$(\mathbf{E}_p)_\tau = (\mathbf{E}_d)_\tau; \quad \varepsilon_p(\mathbf{E}_p)_n = \varepsilon_d(\mathbf{E}_d)_n$$

$$\text{при } \theta = 2\pi - \psi;$$

$$-nr^{n-1}(C_{p1}\sin[n(\theta-2\pi+\psi)]+$$

$$+C_{p2}\cos[n(\theta-2\pi+\psi)]) =$$

$$= -nr^{n-1}[C_{d1}\sin(n\theta)+C_{d2}\cos(n\theta)]|_{\theta=2\pi-\psi},$$

$$\varepsilon_p nr^{n-1}(-C_{p1}\cos[n(\theta-2\pi+\psi)]+$$

$$+C_{p2}\sin[n(\theta-2\pi+\psi)]) =$$

$$= \varepsilon_d nr^{n-1}[-C_{d1}\cos(n\theta)+C_{d2}\sin(n\theta)]|_{\theta=2\pi-\psi}.$$

В результате имеем систему уравнений

$$-C_{a1}\sin[n(\pi-\psi)]-C_{a2}\cos[n(\pi-\psi)] =$$

$$= C_{p1}\sin(n\pi)-C_{p2}\cos(n\pi),$$

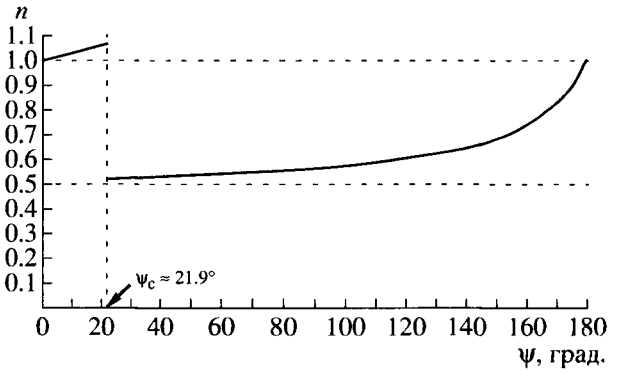

Рис. 6. Зависимость минимального показателя n от угла ψ при $\varepsilon_p = 4$ и $\varepsilon_d = 1000$. Показан критический угол ψ_c, меньше которого электрическое поле не имеет особенностей.

$$-C_{a1}\cos[n(\pi-\psi)]+C_{a2}\sin[n(\pi-\psi)] =$$

$$= -C_{p1}\varepsilon_p\cos(n\pi)-C_{p2}\varepsilon_p\sin(n\pi),$$

$$C_{a2} = C_{d2},$$

$$C_{a1} = \varepsilon_d C_{d1},$$

$$C_{p2} = C_{d1}\sin[n(2\pi-\psi)]+C_{d2}\cos[n(2\pi-\psi)],$$

$$\varepsilon_p C_{p1} = C_{d1}\varepsilon_d\cos[n(2\pi-\psi)]-C_{d2}\varepsilon_d\sin[n(2\pi-\psi)].$$

Нетривиальное решение найдем, приравнивая детерминант системы нулю:

$$\begin{vmatrix}
-\sin[n(\pi-\psi)] & -\cos[n(\pi-\psi)] & 0 & 0 & -\sin(n\pi) & \cos(n\pi) \\
-\cos[n(\pi-\psi)] & \sin[n(\pi-\psi)] & 0 & 0 & \varepsilon_p\cos(n\pi) & \varepsilon_p\sin(n\pi) \\
0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\
1 & 0 & -\varepsilon_d & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -\sin[n(2\pi-\psi)] & -\cos[n(2\pi-\psi)] & 0 & 1 \\
0 & 0 & -\varepsilon_d\cos[n(2\pi-\psi)] & \varepsilon_d\sin[n(2\pi-\psi)] & \varepsilon_p & 0
\end{vmatrix} = 0$$

или

$$-2\varepsilon_d\varepsilon_p-\varepsilon_d\varepsilon_p^2\sin[n(\pi-\psi)]\cos[n(2\pi-\psi)]\sin(n\pi)+\varepsilon_p\varepsilon_d^2\sin[n(\pi-\psi)]\sin[n(2\pi-\psi)]\cos(n\pi)+$$

$$+2\varepsilon_d\varepsilon_p\cos[n(\pi-\psi)]\cos[n(2\pi-\psi)]\cos(n\pi)+\varepsilon_d^2\cos[n(\pi-\psi)]\sin[n(2\pi-\psi)]\sin(n\pi)+$$

$$+\varepsilon_p^2\cos[n(\pi-\psi)]\sin[n(2\pi-\psi)]\sin(n\pi)+\varepsilon_p\sin[n(\pi-\psi)]\sin[n(2\pi-\psi)]\cos(n\pi)-$$

$$-\varepsilon_d\sin[n(\pi-\psi)]\cos[n(2\pi-\psi)]\sin(n\pi) = 0. \qquad (5)$$

В случае $\varepsilon_d \longrightarrow +\infty$ получим найденное в предыдущем разделе дисперсионное уравнение для проводящего клина на диэлектрической пластине. Действительно, оставляя в (5) только старшие члены (т.е. $\sim\varepsilon_d^2$), приходим к (1).

Решение трансцендентного уравнения (5) было найдено численно. На рис. 6 в качестве примера показана зависимость минимального показателя от угла при вершине диэлектрического клина для $\varepsilon_p = 4$ и $\varepsilon_d = 1000$. Диэлектрическая проницаемость клина ε_d выбрана достаточно большой,

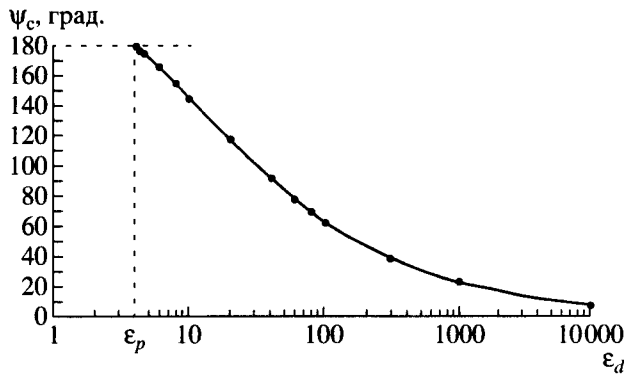

Рис. 7. Зависимость критического угла ψ_c от диэлектрической проницаемости клина ε_d при $\varepsilon_p = 4$.

чтобы по электрическим свойствам диэлектрик был близок к металлу, для которого ε_d равно бесконечности. Полученное решение при уменьшении ψ, как и в случае металла, стремится к 0.5, однако имеет разрыв при $\psi_c \approx 21.9°$, минимальный показатель при малых ψ становится больше единицы, и особенность электрического поля исчезает. Аналогичная зависимость наблюдается и при других значениях $\varepsilon_d > \varepsilon_p$. Таким образом, в случае диэлектрической жидкости при некотором угле смачивания, величина которого зависит от диэлектрической проницаемости жидкости, особенность электрического поля исчезает. Это означает, что силы, действующие на диэлектрическую жидкость, будут действовать, в отсутствии особенности, в основном на некотором расстоянии от линии смачивания.

На рис. 7 показана зависимость критического угла ψ_c от диэлектрической проницаемости клина ε_d при постоянной диэлектрической проницаемости пластины $\varepsilon_p = 4$. Из полученной зависимости видно, что по мере увеличения ε_d угол ψ_c уменьшается и асимптотически приближается к нулю. При стремлении диэлектрической проницаемости к бесконечности вещество в пределе ведет себя как металл.

Однако следует отметить, что для большинства достаточно хорошо смачивающих диэлектрическую пластину жидкостей, у которых $\varepsilon_d < 100$, а угол смачивания $\psi < 50°$, особенность на линии смачивания отсутствует. Особенность возникает только при плохом смачивании.

Наконец, остановимся на выводах и перспективах исследований, которые следуют из приведенного выше рассмотрения, применительно к экспериментально наблюдаемым неустойчивостям в классических опытах по электросмачиванию.

1) В опытах по электросмачиванию [6] использовались капли проводящих жидкостей, находящихся под напряжением, поэтому на линии смачивания диэлектрического покрытия проводящей подложки возникала особенность электрического поля, которая и являлась причиной неустойчивостей. В данной работе исследовалась только особенность вблизи линии смачивания, причем в двухмерной формулировке. Исследование неустойчивостей требует решения более сложной задачи о равновесии поверхности жидкости с учетом ее кривизны и конечности толщины диэлектрической изоляции. Более того, судя по экспериментальным результатам неустойчивости трехмерны, сопровождаются разрядными явлениями и отрывом капель. Появляются ли эти капли в результате распада струй, выходящих из образующихся конусов Тэйлора [13] или подобных структур, неизвестно, и данный вопрос требует тщательных экспериментальных и теоретических исследований.

2) Хотя диэлектрическая жидкость не может использоваться в экспериментах по стимулированному электрическим полем растеканию капли проводящей жидкости [6], она может применяться в экспериментах по втягиванию диэлектрической жидкости в конденсатор с изолирующим слоем на пластинах [14]. Из вышеизложенного анализа следует, что, если жидкость хорошо смачивает пластины и ее диэлектрическая проницаемость не аномально велика, неустойчивости жидкости вблизи линии смачивания если и возникают, то не из-за особенности поля на линии смачивания, которой просто нет. Вопрос о механизме возникновения неустойчивости вблизи линии смачивания диэлектрической жидкости в настоящее время неясен.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе показано, что вблизи линии смачивания проводящими жидкостями диэлектрика возникает интегрируемая особенность электрического поля, причем эта особенность не изменяет угла смачивания. Показано, что малые электрические потенциалы жидкости приводят к малым изменениям ее поверхности вблизи линии смачивания, несмотря на особенность электрического поля. Если жидкость является диэлектриком, то особенность на линии смачивания, вообще говоря, может существовать. Однако для обычных жидкостей (с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_d < 100$), достаточно хорошо смачивающих диэлектрик (угол смачивания $\psi < 50°$), особенность электрического поля отсутствует.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 05-08-33713-а).

Автор благодарит В.С. Воробьева и С.П. Малышенко за полезные обсуждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Jones T.B.* Electrohydrodynamically Enhanced Heat Transfer in Liquids-A Review // Advances in Heat Transfer. 1978. V. 14. P. 107.
2. *Allen P.H.G., Karayiannis T.G.* Electrohydrodynamic Enhancement of Heat Transfer and Fluid Flow // Hear Recovery Systems & CHP. 1995. V. 15. № 5. P. 389.
3. *Hoshino K., Triteyaprasert S., Matsumoto K., Shimoyama I.* Electrowetting Based Picoliter Liquid Actuation in a Glass Tube Microinjector // Sensors Actuators A. 2004. V. 114. P. 473.
4. *Belaubre P., Guirardel M., Leberre V. et al.* Cantilever-Based Microsystem for Contact and Non-Contact Deposition of Picoliter Biological Samples // Sensors Actuators A. 2004. V. 110. P. 130.
5. *Huh D., Tkaczyk A.H., Bahng J.H. et al.* Reversible Switching of High-Speed Air-Liquid Two-Phase Flows Using Electrowetting-Assisted Flow-Pattern Change // J. Am. Chem. Soc. 2003. V. 125. P. 14678.
6. *Vallet M., Vallade M., Berge B.* Limiting Phenomena for the Spreading of Water on Polymer Films by Electrowetting // Eur. Phys. J. B. 1999. V. 11. P. 583.
7. *Hurd R.A.* The Edge Condition in Electromagnetics // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 1976. V. 24. № 1. P. 70.
8. *Van Bladen J.* Field Singularities at Metal-Dielectric Wedges // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 1985. V. 33. № 4. P. 450.
9. *Brooke G.H., Kharadly M.M.Z.* Field Behavior Near Anisotropic and Multidielectric Edges // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 1977. V. 25. № 7. P. 571.
10. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 620 с.
11. *Тамм И.Е.* Основы теории электричества. М.: Наука, 1989. 504 с.
12. *Buehrle J., Herminghaus S., Mugele F.* Interface Profiles near Three-Phase Contact Lines in Electric Fields // Phys. Rev. Lett. 2003. V. 91. № 8. P. 086101.
13. *Taylor G.I.* Disintegration of Water Drops in an Electric Field // Proc. R. Soc. London. 1964. Ser. A 280. P. 383.
14. *Jones T.B.* An Electromechanical Interpretation of Electrowetting // J. Micromech. Microeng. 2005. V. 15. P. 1184.