ТЕПЛОФИЗИКА ВЫСОКИХ ТЕМПЕРАТУР
Том 14 1976 № 4

УДК 536.27

ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛИ ПОРИСТОГО ТЕЛА К ТЕПЛОГИДРАВЛИЧЕСКИМ РАСЧЕТАМ РЕАКТОРОВ И ТЕПЛООБМЕННИКОВ

М. К. Горчаков, В. М. Кащеев, А. П. Колмаков, Ю. С. Юрьев

Приводится система уравнений осредненного движения жидкости в гетерогенно-анизотропной стержневой зоне реактора, как в пористом теле, где учтены объемные силы нелинейного трения, инерционные силы и силы вязкого взаимодействия между соседними ячейками. Для расчета осредненного поля температуры в гетерогенно-анизотропной стержневой зоне реактора дается уравнение энергии, где эффективный коэффициент температуропроводности предполагается скалярной величиной. В качестве иллюстрации применимости указанного подхода для расчета макрополей скорости и температуры в стержневых зонах приводятся результаты численного интегрирования приведенной системы уравнений для случая, когда на входе и выходе из зоны или кассеты ТВЭЛ существует неравномерность в распределении скорости. Получена также приближенная формула для оценки длины релаксации гидравлического возмущения на входе в зону.

В активных зонах реакторов, в теплообменниках и парогенераторах часто реализуются случаи сложного продольно-поперечного обтекания пучков стержней. Течение является трехмерным и нестационарным, характеризуется отрывами пограничного слоя, интенсивным вихреобразованием, расширением спектра турбулентных пульсаций, усилением анизотропии коэффициентов переноса, большими градиентами давления и скорости в пределах одной ячейки пучка. Экспериментальное исследование подобных течений сопряжено со значительными трудностями [1, 2], а расчетные методы развиты еще очень слабо, являясь чаще всего модификацией методов расчета одномерных течений в отдельных каналах [3].

В связи с этим представляет интерес методика, основанная на модели анизотропного пористого тела [4—6], по которой рассчитываются макрополя скорости, давления и температуры, т. е. «сглаженные» распределения скорости, давления и температуры, без определения локальных неравномерностей на длине шага стержней.

Классическая теория фильтрации широко и успешно применяется при исследовании «мелкопористых» тел [7, 8], а здесь используется для расчета течения в «крупнопористых» телах с регулярной структурой в виде решетки стержней. Рассмотрим в общих чертах физические особенности таких течений. Уравнения движения в теории фильтрации применяются в «вырожденной» форме закона Дарси, который для ортотропного пористого тела имеет вид

$$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}=\frac{g}{k_x}v_x; \qquad -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}=\frac{g}{k_y}v_y, \tag{1}$$

где v_x, v_y — компоненты скорости фильтрации; k_x, k_y — коэффициенты фильтрации анизотропного тела. Уравнения (1) можно применять для

расчета стержневых зон, но лишь для очень медленных, ламинарных течений при числах $\overline{\mathrm{Re}}=\bar{u}d_r/\nu\leqslant 100$. Решение сводится тогда к интегрированию уравнения Лапласа

$$k_x\frac{\partial^2 p}{\partial x^2}+k_y\frac{\partial^2 p}{\partial y^2}=0. \tag{2}$$

В случае турбулентных течений необходимо учитывать нарушение закона Дарси и применять нелинейный, например, степенной закон сопротивления в виде [9]

$$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}=a_x|\mathbf{v}|^k v_x;\qquad -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}=a_y|\mathbf{v}|^m v_y, \tag{3}$$

где $|\mathbf{v}|=|\sqrt{v_x^2+v_y^2}|$ — модуль скорости фильтрации.

Кроме того, в отличие от классической теории фильтрации следует принимать во внимание действие инерционных сил, которые в неплотных пучках стержней могут во многом определять картину течения. Если рассмотреть движение идеальной жидкости в пористом теле, например радиальное течение от точечного источника, то ясно, что градиент усредненного давления определяется изменением средней скорости жидкости в каналах пористого тела

$$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial \bar{p}}{\partial s}=\bar{u}\frac{\partial \bar{u}}{\partial s} \tag{4}$$

вдоль линий тока.

Средняя скорость связана со скоростью фильтрации v соотношением

$$v=\varepsilon\bar{u}, \tag{5}$$

где ε — пористость тела.

В связи с этим уравнения усредненного движения жидкости с учетом инерционных сил и объемных сил сопротивления получены в виде

$$\begin{aligned}-\frac{1}{\rho}\frac{\partial \bar{p}}{\partial x}&=b_x|\mathbf{v}|^k\bar{u}_x+\bar{u}_x\frac{\partial \bar{u}_x}{\partial x}+\bar{u}_y\frac{\partial \bar{u}_x}{\partial y},\\ -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \bar{p}}{\partial y}&=b_y|\mathbf{v}|^m\bar{u}_y+\bar{u}_x\frac{\partial \bar{u}_y}{\partial x}+\bar{u}_y\frac{\partial \bar{u}_y}{\partial y}.\end{aligned} \tag{6}$$

В системе уравнений (6) отсутствуют члены вязкостного взаимодействия струек жидкости в соседних связанных между собой ячейках пучка стержней. Для ряда практически важных случаев (течение за уступами, перекрытиями сечения и т. д.) в решениях (6) не могут получаться вихревые зоны, поскольку отсутствует вязкостный механизм передачи количества движения вихрям в зонах отрыва. Таким образом, для более точного описания движения жидкости, адекватного натурным течениям, в усредненных уравнениях гидродинамики жидкости в пористых телах, состоящих из пучков стержней, должны содержаться вязкостные члены типа Навье — Стокса

$$\begin{aligned}-\frac{1}{\rho}\frac{\partial \bar{p}}{\partial x}&=b_x|\mathbf{v}|^k\bar{u}_x+\bar{u}_x\frac{\partial \bar{u}_x}{\partial x}+\bar{u}_y\frac{\partial \bar{u}_x}{\partial y}-\nu_{\text{эф}}\left(\frac{\partial^2 \bar{u}_x}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \bar{u}_x}{\partial y^2}\right),\\ -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \bar{p}}{\partial y}&=b_y|\mathbf{v}|^m\bar{u}_y+\bar{u}_x\frac{\partial \bar{u}_y}{\partial x}+\bar{u}_y\frac{\partial \bar{u}_y}{\partial y}-\nu_{\text{эф}}\left(\frac{\partial^2 \bar{u}_y}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \bar{u}_y}{\partial y^2}\right).\end{aligned} \tag{7}$$

Эффективный коэффициент вязкости $\nu_{\text{эф}}$ можно в первом приближении считать пропорциональным относительному расстоянию между стержнями

$$\nu_{\text{эф}}=\bar{\nu}(x-1)/x,$$

где $\bar{\nu}$ — средний коэффициент вязкости с учетом турбулентной добавки; $x=s/d$ — относительный шаг стержней в решетке.

Таким образом, в отличие от уравнений движения в классической теории фильтрации типа Дарси усредненное движение жидкости в пористых телах, состоящих из регулярных решеток стержней, описывается уравнениями, в которых присутствуют инерционные члены, члены объемного сопротивления, характеризующие напряжения на поверхности стержней, и вязкостные члены, описывающие напряжения трения между струйками жидкости в смежных ячейках пучка. По виду эти уравнения близки к

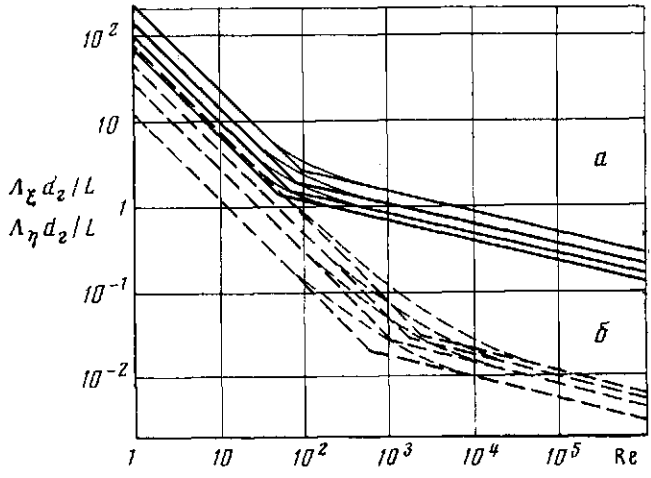

Рис. 1. Осредненные зависимости эффективных коэффициентов трения при поперечном (*а*) и продольном (*б*) обтекании треугольных пучков стержней от числа $\overline{\mathrm{Re}}$. Параметром является шаг стержней $x=s/d$:

1 — 1,0; *2* — 1,05; *3* — 1,2; *4* — 2,0; *5* — 1,1; *6* — 1,3; *7* — 1,5; *8* — 2,0
прямые *1—8* следует читать снизу вверх

уравнениям движения вязкой жидкости в МГД-каналах, где также существуют объемные силы, зависящие от скорости.

В соответствии с изложенным выше модифицированная система уравнений осесимметричного движения жидкости в цилиндрическом ортотропном пористом теле, состоящем из пучков стержней, может быть записана в следующем безразмерном виде (анизотропией коэффициента трения в разных направлениях при поперечном обтекании пучка стержней пренебрегаем):

$$-\frac{\partial P}{\partial \xi}=\Lambda_\xi|U|U_\xi+U_\eta\frac{\partial U_\xi}{\partial \eta}+U_\xi\frac{\partial U_\xi}{\partial \xi}+\Phi_\xi;$$

$$-\frac{\partial P}{\partial \eta}=\Lambda_\eta|U|U_\eta+U_\eta\frac{\partial U_\eta}{\partial \eta}+U_\xi\frac{\partial U_\eta}{\partial \xi}+\Phi_\eta;\quad \frac{\partial U_\xi}{\partial \xi}+\frac{1}{\eta}\frac{\partial(U_\eta\cdot\eta)}{\partial \eta}=0 \tag{8}$$

где $\xi=z/L$; $\eta=r/L$ — безразмерные координаты; $U_\xi=u_z/u_{z0}$, $U_\eta=u_r/u_{z0}$ — компоненты средней скорости жидкости, отнесенные к номинальной скорости жидкости в канале в z-направлении; $P=p/\rho u_{z0}^2$ — безразмерное среднее давление; Φ_ξ, Φ_η — компоненты сил вязкостного взаимодействия жидкости в соседних ячейках пучка, записанные в общем виде.

Анализ опытных данных по коэффициентам гидравлического сопротивления при продольном и поперечном обтекании треугольных пучков стержней [10, 11] позволил построить зависимости коэффициентов Λ_ξ, Λ_η от числа $\overline{\mathrm{Re}}=(u_{z0}\cdot d_г/\nu)U$.

Из рис. 1 видно, что в широком диапазоне шагов решетки $1{,}05<x<1{,}6$ до $\mathrm{Re}<10^2$ реализуется ламинарный режим течения при небольшом коэф-

фициенте анизотропии трения

$$\Lambda_\eta/\Lambda_\xi=1{,}7\div2{,}8.$$

Для $Re>10^4$ реализуется развитый турбулентный режим течения при значительной анизотропии сопротивления: $\Lambda_\eta/\Lambda_\xi=25\div35$.

При «косом» обтекании бесконечной решетки наклонных стержней, когда линии тока прямолинейны, в уравнениях движения (1) пропадают инерционные и вязкостные члены *

$$-\frac{\partial P}{\partial \xi}=\Lambda_\xi|U|U_\xi=A_\xi|U|^{1-n}U_\xi;$$
$$-\frac{\partial P}{\partial \eta}=\Lambda_\eta|U|U_\eta=A_\eta|U|^{1-n}U_\eta. \qquad (9)$$

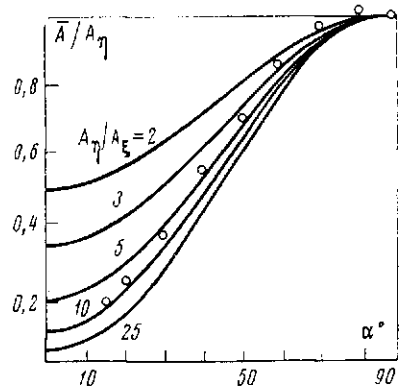

Рис. 2

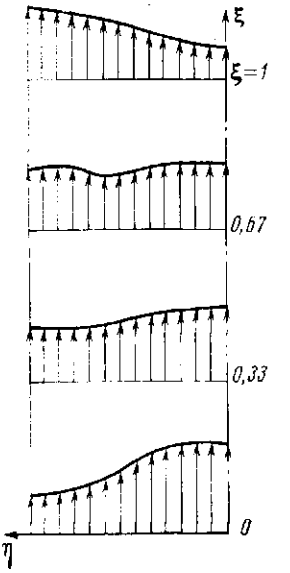

Рис. 3

Рис. 2. Относительный коэффициент трения при обтекании пучков стержней под углом при различной степени анизотропии.

Кривые — расчет по (10); точки — данные экспериментальной работы [12]

Рис. 3. Распределение осевой скорости теплоносителя в реакторе при наличии входных и невыходных неравномерностей скорости

Средний относительный коэффициент сопротивления при «косом» обтекании пучка стержней под углом атаки α определяется формулой

$$\bar{A}/A_\eta=\sin^2\alpha+(A_\xi/A_\eta)\cos^2\alpha. \qquad (10)$$

На рис. 2 представлена зависимость (10) и опытные данные [12] по «косому» обтеканию пучков стержней. Следует отметить, что завышенные значения $(\bar{A}/A_\eta)$ в опыте (вплоть до $\bar{A}/A_\eta>1$ при $\alpha\leqslant90°$), вероятно, можно объяснить недостаточной стабилизацией профиля усредненной скорости в относительно малорядных наклонных пучках.

Система уравнений (8), записанная в переменных $P-U$, легко сводится к системе уравнений в переменных $\psi-\Omega$ [13], где функция тока ψ определяется соотношениями

$$\eta U_\xi=\partial\psi/\partial\eta;\quad \eta U_\eta=-\partial\psi/\partial\xi, \qquad (11)$$

а функция завихренности $\Omega=(\partial U_\eta/\partial\xi)-(\partial U_\xi/\partial\eta)$. На рис. 3 представлены результаты численного решения задачи о течении жидкости в активной зоне реактора при наличии неравномерного профиля скорости U_ξ на входе ($\xi=0$) и выходе ($\xi=1$) из зоны.

* Объемные силы трения могут быть записаны, вероятно, и в другой форме. Однако форма (2) относительно проста, физически непротиворечива, распространена в фильтрационных задачах [11] и асимптотически переходит в бесспорные крайние случаи ($n=1$; $A_\xi/A_\eta=1$; $U_\xi=0$; $U_\eta=0$).

Из усредненных уравнений движения жидкости в пористом теле (8) можно получить формулу для оценки затухания неравномерности скорости на входе по длине пучка. Приняв гипотезу изобарного сечения ($\partial P/\partial\xi=$ $=\text{idem}$, $\partial P/\partial\eta=0$), сравним градиенты давления в возмущенном и невозмущенном каналах пучка

$$-\frac{dP}{d\xi}\approx A_\xi U_\xi^{2-n}+U_\xi\frac{dU_\xi}{d\xi}\approx A_\xi, \tag{12}$$

откуда

$$\frac{dU_\xi^{2-n}}{d\xi}\approx-(2-n)A_\xi(U_\xi^{2-n}-1).$$

Интегрируя это уравнение при $U_\xi(\xi=0)=U_{\xi 0}$, получим

$$\frac{U_\xi^{2-n}-1}{U_{\xi 0}^{2-n}-1}=e^{-(2-n)A_\xi\xi}=$$

$$=e^{-[(2-n)/2]\lambda(x/d_r)}, \tag{13}$$

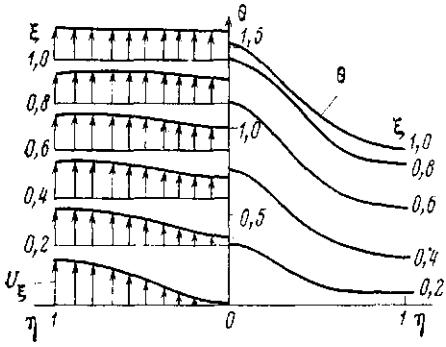

Рис. 4. Распределение скорости и температуры теплоносителя при перекрытии части сечения на входе в кассету

где λ — средний коэффициент трения при продольном обтекании пучка стержней. Почти аналогичная формула получена в [3] из других соображений.

Для определения усредненного температурного поля в активной зоне или кассете ТВЭЛ уравнение распространения энергии в ТВЭЛ и теплоносителе сводится к уравнению энергии в пористом теле, которое по виду совпадает с уравнением теплопроводности в движущейся жидкости с тепловыделением.

Найденные выше компоненты скорости U_ξ, U_η используются для описания конвективных членов переноса тепла в безразмерном уравнении энергии для пористого тела

$$U_\xi\frac{\partial\theta}{\partial\theta}+U_\eta\frac{\partial\theta}{\partial\eta}=\frac{1}{\overline{\text{Pe}}}\left(\frac{\partial^2\theta}{\partial\xi^2}+\frac{1}{\eta}\frac{\partial}{\partial\eta}\eta\frac{\partial\theta}{\partial\eta}\right)+q_v. \tag{14}$$

Число $\overline{\text{Pe}}=u_{z0}\varepsilon L/\bar{a}$ характеризует отношение между конвективным и кондуктивным переносом тепла в реакторе как в пористом теле. Оно вычисляется при некоторой эффективной теплопроводности зоны, которую в первом приближении можно считать аддитивной функцией теплопроводностей решетки и жидкой фазы гетерогенной зоны.

На рис. 4 представлены результаты численного решения уравнения энергии (14) для кассеты ТВЭЛ при перекрытии части сечения на входе. Распределение осевой составляющей скорости дано слева от оси ординат, откуда видно, что центральные ячейки кассеты обеднены по расходу. Это вызывает перегрев теплоносителя в них (см. кривые температуры $\theta(\eta,\xi)$ справа от оси ординат).

Как показывают подобные гидравлические и тепловые расчеты, применение модифицированной модели пористого тела при расчете макрораспределения скорости и температуры в реакторах и теплообменниках весьма перспективно. Заметим, однако, что формулировка некоторых членов в системе уравнений, определение соответствующих коэффициентов и разработка численных методов ее решения требуют дальнейших исследований и уточнений.

Физико-энергетический институт

Поступила в редакцию 8 XI 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. *И. Е. Идельчик.* Аэродинамика промышленных аппаратов. «Энергия», 1964.
2. *М. С. Фомичев.* В сб. Вопросы атомной науки и техники. «Реакторостроение», вып. 1. ЦНИИАтоминформ, М., 1972.
3. *И. С. Риман, В. Г. Черепкова.* В сб. ЦАГИ «Промышленная аэродинамика», вып. 30. «Машиностроение», 1973.
4. *А. П. Колмаков, Ю. С. Юрьев.* Препринт ФЭИ-249, Обнинск, 1971.
5. *М. А. Владимиров, М. К. Горчаков, Ю. С. Юрьев.* Препринт ФЭИ-401, Обнинск, 1973.
6. *М. К. Горчаков, А. П. Колмаков, Ю. С. Юрьев.* Препринт ФЭИ-446, Обнинск, 1973.
7. Развитие исследований по теории фильтрации в СССР. «Наука», 1969.
8. *Р. Р. Чугаев.* Известия ВНИИГ, *78*, 1965.
9. *В. И. Воронин, В. В. Самохвалов.* Инж.-физ. ж., *19*, № 4, 1970.
10. Сб. Жидкие металлы (под ред. П. Л. Кириллова, В. И. Субботина, П. А. Ушакова). Атомиздат, 1967.
11. *А. Жукаускас, В. Макарявичус, А. Шланчяускас.* Теплоотдача пучков труб в поперечном потоке жидкости. «Минтис», Вильнюс, 1968.
12. *В. А. Локшин.* Известия ВТИ, № 6, 1941.
13. *А. Д. Госмен, В. М. Пан, А. К. Ранчел, Д. Б. Сполдинг, М. Л. Вольфштейн.* Численные методы исследования течений вязкой жидкости. «Мир», 1972.