

# Math-Net.Ru

All Russian mathematical portal

A. A. Besshaposnikov, V. B. Voronin, V. P. Voronina,  
Modulation depth in the scattering spectra for a  
plasma in a magnetic-field,  
*TVT*, 1982, Volume 20, Issue 3, 538–542

<https://www.mathnet.ru/eng/tvt6380>

Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that you  
have read and agreed to these terms of use  
<https://www.mathnet.ru/eng/agreement>

Download details:

IP: 18.97.14.80

April 30, 2025, 20:08:24



УДК 533.916.08

## ГЛУБИНА МОДУЛЯЦИИ В СПЕКТРАХ РАССЕЯНИЯ ПЛАЗМОЙ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

*Бесиановичков А. А., Воронин В. Б., Воронина В. П.*

Рассмотрены условия, в которых появляется магнитная модуляция в спектрах лазерного рассеяния. Найдены зависимости глубины модуляции от угла отклонения вектора рассеяния от перпендикуляра к вектору напряженности магнитного поля. Показано, что основным фактором, уменьшающим глубину модуляции в спектрах рассеяния, является увеличение частоты электронно-ионных соударений. Приведены методика расчета усредненного по величинам приемной и передающей апертур интегрального спектра рассеяния и зависимости глубины модуляции в интегральном спектре от величины приемной и передающей апертур измерительной схемы.

В последнее время внимание экспериментаторов привлек метод измерения локальных значений напряженности магнитного поля по измерению распределения интенсивности в спектре рассеянного плазмой излучения [1–3]. В данной работе исследовалась зависимость распределения интенсивности в спектре рассеяния, а именно глубины модуляции спектрального распределения рассеянного излучения от основных плазменных параметров: концентрации  $n_e$  и температуры  $T_e$  электронов и геометрии рассеяния.

Из теории рассеяния известно, что, когда вектор рассеяния  $\mathbf{k} = \mathbf{k}_0 - \mathbf{k}_s$  с модулем, равным  $4\pi(\sin \theta/2)/\lambda_0$  (где  $\mathbf{k}_0$  и  $\mathbf{k}_s$  — единичные волновые векторы соответственно падающего и рассеянного излучения;  $\theta$  — угол между этими векторами;  $\lambda_0$  — длина волны зондирующего излучения), близок к перпендикуляру к вектору напряженности магнитного поля  $\mathbf{B}$ , спектр рассеяния излучения электронами плазмы, находящейся в магнитном поле, состоит из последовательности пиков, расстояние между которыми равно ларморовской частоте электрона  $\Omega_e = eB/m$ , а огибающая этих пиков соответствует спектру рассеяния в отсутствие магнитного поля. Отклонение вектора рассеяния  $\mathbf{k}$  на угол  $\varphi$  от перпендикуляра к  $\mathbf{B}$  приводит к доплеровскому уширению гирорезонансных пиков, и в случае, когда полуширина последних становится равной ларморовской частоте, модуляция в рассеянном спектре пропадает. Тогда условие существования модуляции можно записать в виде

$$\omega_{1/2} = k\sqrt{2KT_e/m} \sin \varphi \leq \Omega_e. \quad (1)$$

В действительности оказывается, что условие (1) недостаточно точно описывает реальную ситуацию. Кроме доплеровского уширения, контраст резонансных пиков зависит от вероятности, с которой электрон описывает невозмущенный ларморовский радиус. Теоретический анализ [4] показал, что основным механизмом, ответственным за уширение гирорезонансных пиков, является столкновительный процесс. Согласно [5], спектральное распределение рассеянного излучения с учетом частоты электрон-ионных соударений  $\nu$  можно записать в виде

$$S(\mathbf{k}, \omega) = S_e(\mathbf{k}, \omega) + S_i(\mathbf{k}, \omega). \quad (2)$$

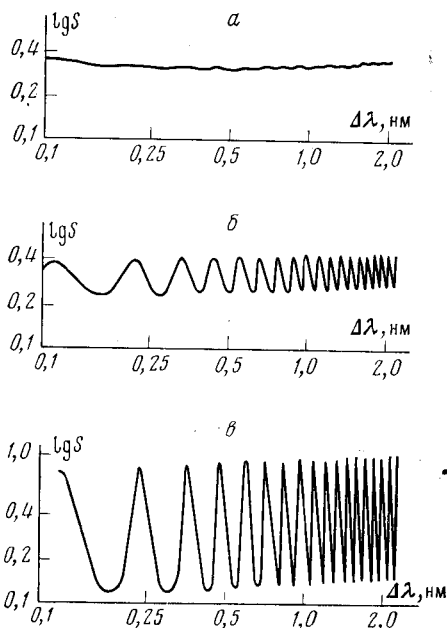


Рис. 1

Рис. 1. Спектр рассеяния электронами плазмы в магнитном поле ( $n_e = 10^{17} \text{ см}^{-3}$ ,  $B = 2,5 \text{ Т}$ ) для  $T_e$ : а — 5 эВ; б — 10; в — 20

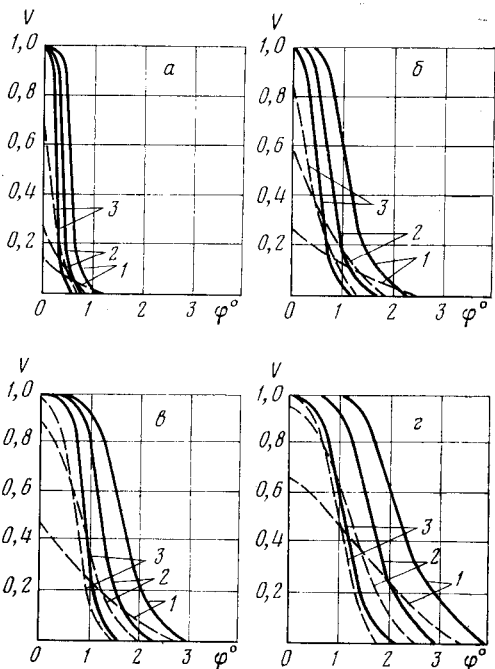


Рис. 2

Рис. 2. Вид функции  $V(\varphi)$  для  $n_e = 10^{15}$  (сплошные кривые) и  $10^{17} \text{ см}^{-3}$  (пунктирные кривые) для  $B$ : а — 2,5 Т; б — 5; в — 7,5; г — 10 и  $T_e$ : 1 — 5 эВ; 2 — 10; 3 — 20

Слагаемые в (2) определяют соответственно электронную и ионную части спектра рассеяния

$$S_e = n_e \text{Im}(\zeta_e) \left| 1 - \frac{\epsilon_e - 1}{\epsilon} \right|^2, \quad S_i = n_i \text{Im}(\zeta_i) \left| \frac{\epsilon_e - 1}{\epsilon} \right|^2, \quad (3)$$

$$\text{где } \epsilon(k, \omega) = 1 + \sum_j \omega_{pj}^2 \exp(-\lambda_j) / \Omega_j^2 \lambda_j \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n(\lambda_j) [1 + \xi_{0j} Z(\xi_{nj})];$$

$n_e$  — средняя концентрация электронов в плазме;  $\omega_{pj}$  — плазменная частота;  $\lambda_j = k^2 K T_j M_j \sin^2 \varphi / e^2 B^2$  — безразмерный параметр;  $\omega = \omega_0 - \omega_s$  ( $\omega_0$  и  $\omega_s$  — частоты соответственно зондирующего и рассеянного излучения);  $I_n$  — мо-

дифицированная функция Бесселя;  $Z(\xi_{nj}) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-\chi)^2 / (\chi - \xi_{nj}) d\chi$  —

плазменная дисперсионная функция для комплексного аргумента;

$$\xi_{nj} = (\omega + iv - n\Omega_j) / kv_j \cos \varphi; \quad \zeta_j = (kv_j \cos \varphi)^{-1} \exp(-\lambda_j) \times$$

$$\times \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n(\lambda_j) Z(\xi_{nj}); \quad v_j = (2KT_j/m_j)^{1/2};$$

$j$  принимает значение  $e$  и  $i$ ;  $v$  — частота электрон-ионных соударений, которая, согласно [5], определяется следующим образом:

$$v = \sqrt[3]{\frac{1}{4\pi n_e} (e^2 / 4\pi \epsilon_0 K T_e)^2 v_0 \ln \Lambda}.$$

Здесь  $\ln \Lambda$  — кулоновский логарифм.

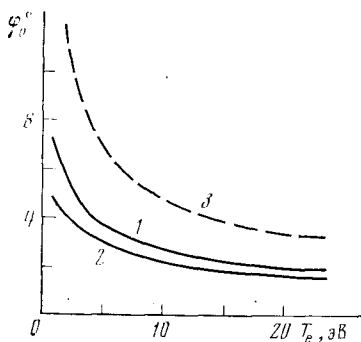


Рис. 3

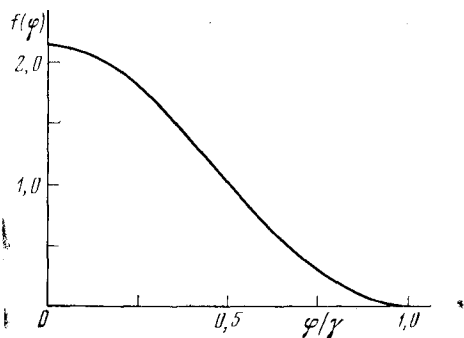


Рис. 4

Рис. 3. Зависимость предельного угла  $\varphi_0$  от температуры электронов плазмы: 1 —  $n_e = 10^{15} \text{ см}^{-3}$ ; 2 —  $10^{17}$ ; 3 — расчет по (1)

Рис. 4. Нормированная весовая функция для определения интегрального спектра рассеяния

Уравнение (2) решалось численными методами для длины волны зондирующего излучения  $\lambda_0 = 694,3 \text{ нм}$ , угла рассеяния  $\theta = 90^\circ$  и водородной плазмы в термическом равновесии ( $T_e = T_i$ ). Так как в реальных условиях эксперимента невозможно наблюдать ионные гирорезонансы, в расчетах учитывались только члены, содержащие электронные гирорезонансы. При решении (2) суммировалось около 150 резонансов, количество которых выбиралось в каждом конкретном случае. Около 50 первых членов было оставлено в разложении  $\exp(-\lambda) I_n(\lambda)$ . Решения уравнения (2) для  $n_e = 10^{17} \text{ см}^{-3}$ ,  $B = 2,5 \text{ Т}$ ,  $\varphi = 0^\circ$  и  $T_e = 5; 10; 20 \text{ эВ}$  представлены графически на рис. 1. Здесь не учитывалась дрейфовая скорость электронов, вследствие чего спектр рассеяния симметричен относительно ординаты  $\Delta\lambda = 0$  и на рисунке приведена только половина рассчитанного спектра. Видно, что с увеличением температуры электронов (а так как частота столкновений  $\nu \sim T_e^{-3/2}$ , то и с уменьшением  $\nu$ ) глубина модуляции в спектре рассеяния растет.

Для количественной оценки глубины модуляции в рассеянном спектре введем функцию  $V(\varphi) = (I_{\text{макс}} - I_{\text{мин}}) / (I_{\text{макс}} + I_{\text{мин}})$ , аналогичную функции видности в интерферометрии, где  $I_{\text{макс}}$  и  $I_{\text{мин}}$  — интенсивности соответственно максимума и минимума в рассеянном спектре для выбранного угла  $\varphi$ . В дальнейшем будем характеризовать глубину модуляции функцией  $V(\varphi)$ . На рис. 2 приведены зависимости  $V(\varphi)$  для следующих плазменных параметров:  $n_e = 10^{15}, 10^{17} \text{ см}^{-3}$ ;  $T_e = 5; 10; 20 \text{ эВ}$  и  $B = 2,5; 5; 7,5; 10 \text{ Т}$ . В этих условиях частота соударений изменяется в пределах  $7 \cdot 10^8 - 3,5 \cdot 10^{11} \text{ Гц}$ , а ларморовская частота  $\Omega_e$  — от  $4,4 \cdot 10^{11} \text{ Гц}$  при  $B = 2,5 \text{ Т}$  до  $1,8 \cdot 10^{12} \text{ Гц}$  при  $B = 10 \text{ Т}$ . Из приведенных зависимостей видно, что магнитная модуляция в рассеянном спектре наблюдается в ограниченном диапазоне изменения углов  $\varphi$ . Величина этого диапазона зависит от напряженности магнитного поля и температуры электронов плазмы. Основным механизмом, ухудшающим контраст модуляционной картины при фиксированной температуре, являются столкновения. С увеличением  $\nu$  значения функции  $V(\varphi)$  уменьшаются. Оценки показывают, что  $V(\varphi = 0^\circ)$  становится отличной от единицы, когда  $\Omega_e \approx 0,1\nu$ , и равна нулю при  $\Omega_e = \nu$ . Как следует из уравнения (1), предельные углы  $\varphi_0$ , при которых еще существует модуляция, обратно пропорциональны  $\sqrt{T_e}$ . Для определения величин предельных углов воспользуемся критерием разрешения Рэля, согласно которому две спектральные линии могут быть разрешены, когда интенсивность провала между ними составляет 80% от интенсивности максимумов. В рассматриваемом случае из этого условия находим величину  $V = 0,11$ . Теперь можно определить предельные углы  $\varphi_0$ , при которых еще можно наблюдать модуляцию в спектре.

На рис. 3 представлены зависимости  $\varphi_0$  от температуры электронов для  $n_e = 10^{15} \text{ см}^{-3}$  (кривая 1) и  $n_e = 10^{17} \text{ см}^{-3}$  (кривая 2),  $B = 7,5 \text{ Т}$  и зависимость  $\varphi_0(T_e)$ , рассчитанная по (1) (кривая 3). Видно, что предельные

углы  $\varphi_0$  оказываются значительно меньшими, чем следует из (1), а учет столкновений мало влияет на  $\varphi_0$ . Все приведенные результаты получены в предположении о бесконечно малых приемной и передающей апертурах экспериментальной установки. В реальной ситуации как падающий, так и рассеянный свет, т. е. все единичные векторы  $\mathbf{k}_0$  и  $\mathbf{k}_s$ , находятся в пространстве, ограниченном конусами приемной и передающей апертур. Каждому вектору  $\mathbf{k}_0$  внутри конуса передающей апертуры соответствует набор векторов  $\mathbf{k}_s$  внутри конуса приемной апертуры, для которых выполняется условие перпендикулярности  $\mathbf{k}_0 - \mathbf{k}_s = \mathbf{k}$  и  $\mathbf{B}$ . Концы векторов  $\mathbf{k}_s$  описывают в пространстве дугу, образованную пересечением шарового сегмента приемной апертуры плоскостью, в которой лежат векторы  $\mathbf{k}$ . Остальные векторы внутри приемной апертуры составляют с направлением магнитного поля угол, отличный от  $90^\circ$ . Тогда спектр излучения, прошедшего через приемную апертуру, будет состоять из семейства элементарных спектров, каждый из которых соответствует одному из векторов  $\mathbf{k}$ , а глубина модуляции в этом случае зависит от угла между данным вектором и  $\mathbf{B}$ . Спектр рассеяния в этом случае сложный, его можно рассчитать интегрированием спектров при фиксированном  $\varphi$  по всему диапазону углов, определяемых входной и приемной апертурами регистрирующей схемы. При разных  $\varphi$  элементарные спектры входят с разными весовыми коэффициентами в результирующий сложный спектр и расчет последнего требует априорного знания весовой функции  $f(\varphi)$ . Если  $S(\omega, \varphi)$  является спектром рассеяния при фиксированном  $\varphi$ , то сложный результирующий спектр можно записать следующим образом:

$$S(\omega) = \int f(\varphi) S(\omega, \varphi) d\varphi. \quad (4)$$

Весовая функция  $f(\varphi)$  при определении сложного результирующего спектра найдена в [6] для общего случая геометрии рассеяния. Ее можно записать в виде

$$f(\varphi) \sim \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{\gamma^2 - x^2} \sqrt{\gamma^2 - (x - 2\varphi)^2} dx, \quad (5)$$

где  $\gamma$  — плоский угол телесного угла при вершине конусов приемной и передающей апертур. Графическое решение (5) дано на рис. 4. Здесь угол  $\varphi$  взят в единицах угла  $\gamma$ . Функция  $f(\varphi)$  нормирована таким образом, что

$\int_{-\infty}^{\infty} f(\varphi) d\varphi = 1$ . Физически (5) определяет свертку двух кругов, образо-

ванных пересечением приемной и передающей апертур плоскостями на равном расстоянии от центра рассеивающего объема. Из рисунка видно, что спектры рассеяния для угла  $\varphi$ , мало отличающегося от  $0^\circ$ , входят в сложный результирующий спектр с большим весовым коэффициентом, чем спектры, полученные для больших значений  $\varphi$ . Следует заметить, что такой вид функция  $f(\varphi)$  имеет лишь в том случае, когда вектор  $\mathbf{k}$ , являющийся разностью векторов  $\mathbf{k}_0$  и  $\mathbf{k}_s$ , расположенных на осях конусов приемной и передающей апертур, строго перпендикулярен  $\mathbf{B}$ .

На рис. 5, 6 представлены зависимости глубины модуляции в спектрах рассеянного излучения от величин передающей и приемной апертур. Как и выше, глубину модуляции в сложном результирующем спектре характеризуем функцией  $V$ . Из приведенных зависимостей видно, что учет влияния  $f(\varphi)$  на интегральный спектр приводит к значительному увеличению глубины модуляции в последнем, и, в конечном итоге, модуляция оказывается существенно больше рассчитанной для предельных условий по выражению (1).

Таким образом, на глубину модуляции в спектрах рассеяния влияет

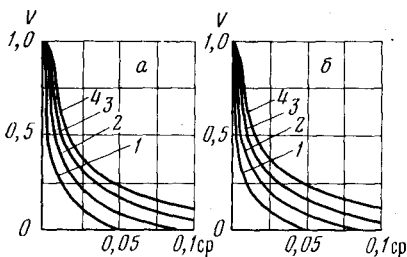


Рис. 5

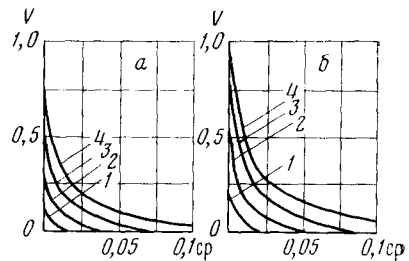


Рис. 6

Рис. 5. Зависимость глубины модуляции в интегральном спектре от величин приемной и передающей апертур ( $n_e = 10^{15} \text{ см}^{-3}$ ) для значений  $T_e$ : а - 5 эВ; б - 10; в - 20 и В: 1 - 2,5 Т; 2 - 5; 3 - 7,5; 4 - 10

Рис. 6. Зависимость глубины модуляции в интегральном спектре от величин приемной и передающей апертур ( $n_e = 10^{17} \text{ см}^{-3}$ ) для значений  $T_e$ : а - 5 эВ; б - 10; в - 20 и В: 1 - 2,5 Т; 2 - 5; 3 - 7,5; 4 - 10

как доплеровское уширение гирорезонансных пиков, так и частота электрон-ионных соударений. Если доплеровское уширение влияет на модуляцию только при  $\varphi \neq 0^\circ$ , то увеличение частоты соударений приводит к общему уменьшению глубины модуляции в рассеянном спектре во всем диапазоне углов  $\varphi$ . Для обнаружения модуляции в спектре рассеяния приемную и передающую апертуры измерительной схемы можно выбирать значительно большими, чем следует по (1). В некоторых случаях, когда векторы  $\mathbf{k}_0$  и  $\mathbf{k}_s$  лежат в плоскости, перпендикулярной  $\mathbf{B}$ , можно в несколько раз увеличить апертуру наблюдения в этой плоскости, что приведет к значительному выигрышу в светосиле измерительной схемы.

Москва

Поступила в редакцию  
4.V.1981

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Kellerer L. Measuring magnetic fields in plasmas by means of light scattering.— Z. Phys., 1970, B, 239, S. 147.
2. Carolan P. G. Laser light scattering as a method for measuring the magnetic field direction in a plasma.— Plasma Phys., 1977, v. 19, p. 757.
3. Forrest M. J., Carolan P. G., Peacock N. J. Measurement of magnetic fields in tokamak.— Nature, 1978, v. 271, p. 718.
4. Salpeter E. E. Plasma density fluctuations in a magnetic field.— Phys. Rev., 1961, v. 122, p. 1663.
5. Peratt A. L. Resonances in light scattered from a plasma in a magnetic field.— Phys. Fluids, 1975, v. 18, p. 57.
6. Carolan P. G., Evans D. E. Influence of symmetry about the magnetic vector on the spectrum of light scattered by a magnetised plasma.— Plasma Phys., 1971, v. 13, p. 947.