

УДК 537.525.5

КРИТИЧЕСКИЕ РЕЖИМЫ СИЛЬНОТОЧНОЙ ВАКУУМНОЙ ДУГИ

© 2001 г. Я. И. Лондер, К. Н. Ульянов

Всероссийский электротехнический институт, Москва

Поступила в редакцию 21.12.2000 г.

Одномерная трехжидкостная (электроны, медленные и быстрые ионы) модель сильноточной вакуумной дуги использовалась для изучения особенностей движения быстрых катодных и медленных анодных ионов. Модель позволяет рассчитывать распределения концентраций, скоростей и температур компонентов с учетом граничных условий на анодной и катодной границах плазмы. Показано, что в трехкомпонентной плазме для быстрых и медленных ионов существуют предельные скорости, ограничивающие скорость медленных ионов сверху, а скорость быстрых ионов – снизу. В трехкомпонентной плазме эти предельные скорости отличаются от ионно-звуковых скоростей соответствующих компонентов. Наличие предельной скорости медленных ионов приводит к невозможности полного прохождения их потока на катод, а существование предельной скорости быстрых ионов ограничивает область существования квазистационарного режима токопрохождения. Приводятся результаты расчетов, демонстрирующие зависимость предельных скоростей от параметров вакуумной дуги.

ВВЕДЕНИЕ

Плазма сильноточной вакуумной дуги (ВД) состоит из электронов, быстрых катодных и медленных анодных ионов, т.е. является трехкомпонентной. Медленные ионы образуются за счет ионизации атомов, поступающих в разрядный промежуток при испарении поверхностного слоя анода, а также при его распылении под действием бомбардировки быстрыми ионами.

Известно, что в двухкомпонентной плазме, состоящей из электронов и ионов, скорость ионов не может превышать скорость ионного звука $v_{is} = \sqrt{k(T_e + Z_i T_i)/M_i}$, так как при приближении скорости ионов v_i к v_{is} производная по пространственной координате вдоль оси разряда $dv_i/dx \rightarrow \infty$. На границе плазмы и слоя объемного заряда v_i зависит от отношения дебаевской длины к характерному размеру изменения концентрации. Если это отношение стремится к нулю, то $v_i \rightarrow v_{is}$ [1]. Как будет показано в данной работе, в трехкомпонентной плазме ВД из-за взаимодействия быстрых и медленных ионов их критические скорости отличаются от соответствующих ионно-звуковых скоростей и зависят не только от температур компонентов, но и от их концентраций.

Математическая модель. В работе [2] рассмотрена одномерная квазистационарная модель сильноточной ВД в приближении трехжидкостной гидродинамики. При построении математической модели в [2] предполагалось, что ионизация испаренных из анода атомов происходит мгновенно на поверхности анода, а высокая величина электронной теплопроводности дает основание считать температуру электронов постоянной по ме-

жэлектродному промежутку. Одним из основных результатов, полученных в [2], является утверждение о том, что в большинстве случаев поток медленных ионов, образовавшихся из испаренных атомов, не может полностью достичь катода и значительная его часть возвращается обратно на анод. Этот факт связан с наличием в плазме ВД критической скорости для медленных ионов. Более детальная модель сильноточной ВД требует отказаться от предположения о мгновенной ионизации испаренных атомов. Важным также является вопрос о степени влияния потерь энергии электронами при интенсивной ионизации атомов в прианодной области на уменьшение электронной температуры вблизи анода. Эти проблемы были рассмотрены в [3], в которой построена обобщенная математическая модель сильноточной ВД, включающая уравнение баланса энергии электронов и уравнения непрерывности для атомов и медленных ионов.

В данной работе за основу взята математическая модель, разработанная в [3]. Система координат и обозначения параметров, размерных и безразмерных переменных полностью совпадают с использованными в [2, 3].

В математической модели, рассмотренной в [2, 3], пренебрегалось взаимными соударениями быстрых ионов, которые возможны из-за неизбежно существующего разброса по энергиям и углам. При высокой плотности тока, когда концентрация быстрых ионов существенно возрастает, может проявиться влияние взаимных соударений. Определим пороговое значение плотности тока j_{th} , выше которого следует учитывать соударения быстрых ионов между собой, из условия ра-

венства частоты соударений быстрых ионов и обратного времени пролета промежутка. В результате для j_{th} получим

$$j_{th} = \frac{3}{4\sqrt{\pi}} \frac{v_d^2 (kT_1^{ef})^{3/2} \sqrt{M_1}}{\alpha L Z_1^3 e^3 \ln \Lambda}. \quad (1)$$

Здесь α – доля тока ВД, переносимая быстрыми ионами; L – размер межэлектродного промежутка; $\ln \Lambda \approx 10$ – кулоновский логарифм; v_d – средняя направленная скорость быстрых ионов; T_1^{ef} – “эффektivная температура” быстрых ионов, определяемая, главным образом, угловым распределением катодной струи быстрых ионов. В предположении, что в первичной катодной струе быстрые ионы вылетают из области катодного пятна с фиксированной энергией $\epsilon_1(0)$, а вероятность вылета в заданном направлении пропорциональна косинусу угла ω между направлением вылета и осью X , направленной от катода к аноду, для функции распределения быстрых ионов вблизи поверхности катода можно записать

$$f_1(v, \varpi) = C_1 \cos \varpi \delta(v - v_0), \quad (2)$$

где $v_0 = \sqrt{2\epsilon_1(0)/M_1}$ – начальная скорость вылета; $\delta(v - v_0)$ – дельта-функция Дирака; C_1 – нормировочный множитель, который сокращается при определении средних величин. Используя сферическую систему координат в пространстве скоростей, можно с помощью (2) вычислить среднюю направленную скорость и “эффektivную температуру” ионов [4]. В результате получим

$$v_d = \frac{2}{3} \sqrt{2\epsilon_1(0)/M_1}, \quad kT_1^{ef} = \frac{10}{27} \epsilon_1(0). \quad (3)$$

Полагая $\epsilon_1(0) = 50$ эВ и подставляя найденные значения v_d и T_1^{ef} в (1), получим, что $j_{th} \approx 250$ А/см². При низких значениях плотности тока $j < j_{th}$ соударениями быстрых ионов между собой можно пренебречь. В области высоких значений плотности тока $j \gg j_{th}$ взаимные соударения быстрых ионов должны быть учтены добавлением члена $\text{grad} p_1$ в уравнение их движения [5].

Рассмотрим уравнения непрерывности и движения для отдельных компонентов плазмы. Уравнения непрерывности для быстрых и медленных ионов имеют следующий вид [3]:

$$\Gamma_1 = v_1 n_1 = \text{const}, \quad \text{div} \Gamma_2 = n_{at} n_e \langle \sigma_i v_e \rangle. \quad (4)$$

В (4) Γ_1 и Γ_2 – векторы плотности потоков быстрых и медленных ионов соответственно; n_{at} – концентрация атомов; $n_e = Z_1 n_1 + Z_2 n_2$ – концентрация электронов в квазинейтральной плазме, $\langle \sigma_i v_e \rangle$ – константа скорости ионизации, усредненная по функции распределения электронов.

В уравнении движения для электронов пренебрежем инерционным членом $v_e dv_e/dx$. Систему уравнений движения запишем в следующем виде:

$$M_1 n_1 (v_1 \nabla) v_1 + \beta \text{grad} p_1 + Z_1 e n_1 \text{grad} \varphi = F_{1fr}, \quad (5)$$

$$M_2 n_2 (v_2 \nabla) v_2 + \text{grad} p_2 + Z_2 e n_2 \text{grad} \varphi = F_{2fr} + (v_{at} - v_2) M_2 \text{div} \Gamma_2, \quad (6)$$

$$\text{grad} p_e - e n_e \text{grad} \varphi = F_{efr}. \quad (7)$$

Здесь индексы 1, 2, e относятся к быстрым ионам, медленным ионам и электронам соответственно; φ – потенциал электрического поля; β – численный коэффициент, равный нулю или единице в зависимости от плотности потока быстрых ионов ($\beta = 0$ при $j < j_{th}$, $\beta = 1$ при $j > j_{th}$); v_{at} – направленная скорость атомов, равная половине их тепловой скорости. В правой части каждого из уравнений движения стоит суммарная сила трения, действующая на данный компонент со стороны других компонентов плазмы. Второе слагаемое в правой части (6) связано с учетом кинетики ионизации анодных атомов. В рамках гидродинамического приближения следует предположить, что после ионизации атомы приобретают импульс, кинетическую энергию и температуру, величина которых определяется направленной скоростью и температурой потока медленных ионов. С другой стороны, атомы, становясь ионами, сами приносят в ионный поток импульс, кинетическую и тепловую энергию, характеризующие поток испаренных атомов.

Запишем уравнения (5)–(7) для одномерного случая. Перейдем к уравнениям для проекций векторов на ось X . После некоторых преобразований с учетом уравнений непрерывности (1) и уравнения квазинейтральности получим

$$(\beta kT_i - M_1 v_1^2) \frac{dn_1}{dx} + Z_1 e n_1 \frac{d\varphi}{dx} = F_{1fr} - \beta n_1 \frac{dkT_1}{dx}, \quad (8)$$

$$(kT_2 - M_2 v_2^2) \frac{dn_2}{dx} + Z_2 e n_2 \frac{d\varphi}{dx} = F_{2fr} - n_2 \frac{dkT_2}{dx} + (v_{at} - 2v_2) M_2 n_{at} n_e \langle \sigma_i v_e \rangle, \quad (9)$$

$$Z_1 kT_e \frac{dn_1}{dx} + Z_2 kT_e \frac{dn_2}{dx} - e(Z_1 n_1 + Z_2 n_2) \frac{d\varphi}{dx} = F_{efr} - (Z_1 n_1 + Z_2 n_2) \frac{dkT_e}{dx}. \quad (10)$$

Особенностью системы уравнений движения (8)–(10) является то, что она не разрешена в явном виде относительно производных dn_1/dx , dn_2/dx , $d\varphi/dx$, а представляет относительно них линейную алгебраическую систему. (Отметим, что стоящие в правых частях (8)–(10) производные от температур компонентов на анодной и катодной

границах плазмы являются граничными условиями для уравнений баланса температуры соответствующих компонентов, поэтому в процессе поиска решения методом "стрельбы" [6] должны задаваться перед каждым "выстрелом", полностью определяя при этом правые части (8)–(10) в граничной точке.) Решение линейной системы (8)–(10) относительно производных находится стандартными методами высшей алгебры [7]. Основную роль в существовании решений играет детерминант системы, составленный из коэффициентов при производных в левых частях (8)–(10). Особо важными являются точки, в которых детерминант, обозначаемый в дальнейшем DET , обращается в ноль. В этих точках возможно образование ударных волн и различных неустойчивостей, нарушающих однородный токоперенос.

Вычисляя детерминант системы (8)–(10) и проводя небольшие преобразования, запишем в итоге функцию DET в следующем виде:

$$DET = Z_1 n_1 (M_1 v_1^2 - \beta k T_1 - Z_1 T_e) (k T_2 - M_2 v_2^2) + Z_2 n_2 (M_1 v_1^2 - \beta k T_1) (k T_2 + Z_2 k T_e - M_2 v_2^2). \quad (11)$$

В (11) опущен множитель e (элементарный заряд), т.е. здесь переопределяется функция ϕ , входящая в (8)–(10), вместо нее вводится ϕ . Из (11) следует, что существуют два значения скорости для быстрых и медленных ионов, когда по достижении любого из этих значений одно из четырех выражений в круглых скобках в правой части (11) меняет знак. Эти скорости равны $\sqrt{\beta k T_1 / M_1}$, $\sqrt{(\beta k T_1 + Z_1 k T_e) / M_1}$, $\sqrt{k T_2 / M_2}$, $\sqrt{(k T_2 + Z_2 k T_e) / M_2}$ и являются скоростями обычного и ионного звука для быстрых и медленных ионов соответственно.

В случае двухкомпонентной плазмы, в которой ионы имеют заряд Z_i , выражение (11) для DET сводится к соотношению

$$DET = Z_i n_i (k T_i + Z_i k T_e - M_i v_i^2), \quad (12)$$

из которого видно, что DET обращается в ноль при достижении ионами скорости ионного звука, равной $\sqrt{(k T_i + Z_i k T_e) / M_i}$. Следует отметить, что для двухкомпонентной плазмы условие обращения DET в ноль совпадает с известным критерием Бома для образования приэлектродного слоя.

Перейдем к безразмерным переменным

$$\tilde{n} = \frac{n}{n^*}, \quad \tilde{T} = \frac{kT}{\varepsilon_1(0)}, \quad \tilde{v} = \frac{v}{\sqrt{2\varepsilon_1(0)/M_1}}, \quad (13)$$

$$n^* = \frac{\varepsilon_1(0)}{\pi e^4 L \ln \Lambda}, \quad y = \frac{x}{L}.$$

В дальнейшем будем исследовать функцию DET только в безразмерном виде, поэтому знак "˜" над переменными (13) далее опускается. В безразмерных переменных выражение (11) принимает следующий вид:

$$DET = Z_1 n_1 (2v_1^2 - \beta T_1 - Z_1 T_e) \left(T_2 - 2 \frac{M_2}{M_1} v_2^2 \right) + Z_2 n_2 (2v_1^2 - \beta T_1) \left(T_2 + Z_2 T_e - 2 \frac{M_2}{M_1} v_2^2 \right). \quad (14)$$

Для скоростей звука можно записать

$$v_{1s} = \sqrt{\beta T_1 / 2}, \quad v_{2s} = \sqrt{T_2 M_1 / 2 M_2}. \quad (15)$$

Соответственно для ионно-звуковых скоростей имеют место соотношения

$$v_{1is} = \sqrt{(\beta T_1 + Z_1 T_e) / 2}, \quad v_{2is} = \sqrt{(T_2 + Z_2 T_e) M_1 / 2 M_2}. \quad (16)$$

Характерной особенностью вакуумной дуги является то, что быстрые катодные ионы имеют начальную кинетическую энергию, составляющую несколько десятков электронвольт. Следовательно, их направленная скорость превышает не только скорость звука, но и ионно-звуковую скорость. Медленные анодные ионы, напротив, в момент ионизации атомов имеют скорость меньше локальной скорости звука. Поэтому для того, чтобы одно из выражений в круглых скобках в (14) изменило знак (что является необходимым условием обращения функции DET в ноль), требуется либо ускорить поток медленных ионов до скорости выше звуковой, либо затормозить поток быстрых ионов до скорости, меньшей скорости ионного звука.

Рассмотрим режим движения медленных ионов. Как показали результаты численного моделирования [3], в межэлектродном промежутке имеется точка, в которой скорость потока медленных ионов равна нулю. В обе стороны от этой точки (и к катоду, и к аноду) поток медленных ионов ускоряется. Это ускорение должно быть значительным – вблизи границ плазмы скорость потока медленных ионов должна превысить локальную скорость звука и приблизиться к критической скорости, обращающей функцию DET в ноль. Это необходимо для согласования параметров на границе плазмы и приэлектродных слоев объемного заряда. Более подробно вопрос о согласовании параметров на границе слой–плазма обсуждался в [1]. Расчеты [3] показали, что полученный в [1] критерий в случае ВД выполняется уже при скорости потока медленных ионов, составляющей 0.95–0.97 от величины критической скорости. Таким образом, обращение функции DET в ноль на границе плазмы можно использовать в качестве критерия образования слоя, т.е. обобщения

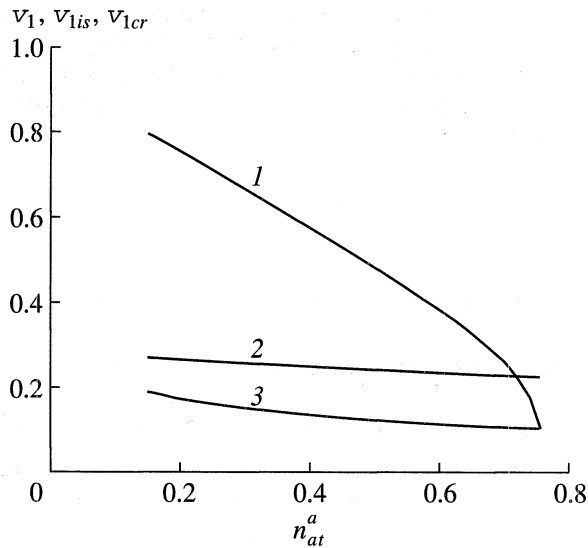


Рис. 1. Зависимость характерных скоростей быстрых ионов в точке их минимальной скорости от концентрации анодных атомов при $j/j^* = 0.25$: 1 – минимальная скорость быстрых ионов; 2 – ионно-звуковая скорость; 3 – критическая скорость.

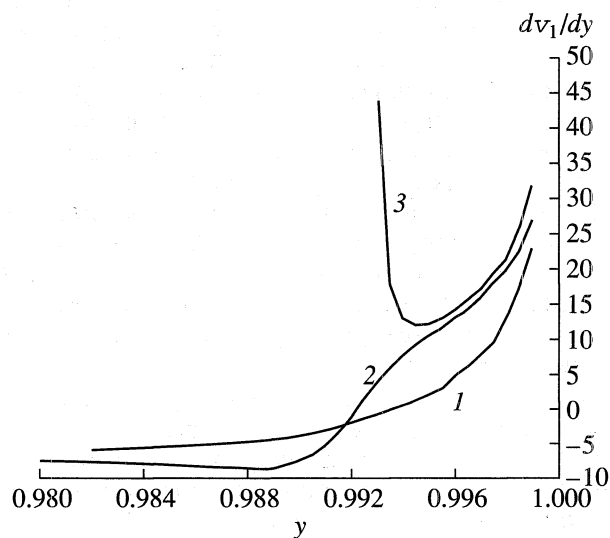


Рис. 2. Распределение производной скорости быстрых ионов вблизи анода в критической области значений концентрации анодных атомов при $j/j^* = 0.25$: 1 – $n_{at}^a = 0.72$ (докритический режим); 2 – $n_{at}^a = 0.755$ (критический режим); 3 – $n_{at}^a = 0.758$ (закритический режим).

критерия Бома на случай многокомпонентной плазмы.

Рассмотрим движение быстрых ионов. При движении от катода к аноду поток быстрых ионов затормаживается электрическим полем, а также вследствие рассеяния на медленных ионах. Расчеты [3] показали, что минимальная скорость пото-

ка быстрых ионов достигается внутри межэлектродного промежутка вблизи точки, где скорость потока медленных ионов равна нулю. При увеличении плотности потока анодных атомов и медленных ионов степень торможения быстрых ионов увеличивается и их минимальная скорость становится меньше ионно-звуковой скорости v_{1is} . При дальнейшем увеличении плотности потока анодных атомов минимальная скорость потока быстрых ионов уменьшается до критического значения, обращающего функцию DET в ноль.

Результаты численного моделирования. Обобщенная математическая модель использовалась для расчета критических режимов квазистационарной сильнооточной ВД. Расчеты проводились для медных электродов при расстоянии между ними 1 см. Начальная энергия быстрых ионов принималась равной 50 эВ, заряд быстрых ионов $Z_1 = 2$, заряд медленных ионов $Z_2 = 1$. Ток дуги и концентрация анодных атомов являлись внешними параметрами задачи. Во всех расчетах предполагалось, что температура электронов на катодной стороне плазмы не зависит от других параметров и равна 3 эВ.

Результаты расчетов приведены на рис. 1–6. Данные рис. 1 соответствуют плотности тока дуги $j/j^* = 0.25$ (нормировочный ток $j^* = 750 \text{ А/см}^2$, нормировочная концентрация $n^* = 3.85 \times 10^{15} \text{ см}^{-3}$). Так как $j < j_{th}$, то расчеты проводились при $\beta = 0$. На рис. 1 показана зависимость минимальной скорости быстрых ионов от концентрации атомов на аноде n_{at}^a (кривая 1). Также приведены зависимости от n_{at}^a локальной скорости ионного звука $\sqrt{Z_i T_e} / 2$ в точке минимальной скорости быстрых ионов (кривая 2) и критической скорости быстрых ионов, обращающей в ноль значение функции $DET = 0$ относительно скорости v_1 для всех остальных параметров, входящих в (14), использовались расчетные значения, соответствующие точке минимального значения скорости быстрых ионов (концентрация быстрых ионов при этом выражалась из уравнения непрерывности через поток Γ_1 и скорость v_1). Точка пересечения кривых 1 и 3 соответствует (при данном токе дуги) предельному режиму токопрохождения. Правее точки пересечения квазистационарное токопрохождение, по-видимому, невозможно. На рис. 2 приведено распределение производной скорости быстрых ионов dv_1/dy в прианодной области при плотности тока дуги $j/j^* = 0.25$ и различных значениях концентрации анодных атомов n_{at}^a . Кривая 1 ($n_{at}^a = 0.72$) соответствует докритическому режиму движения быстрых ионов. Кривая 2 ($n_{at}^a = 0.755$)

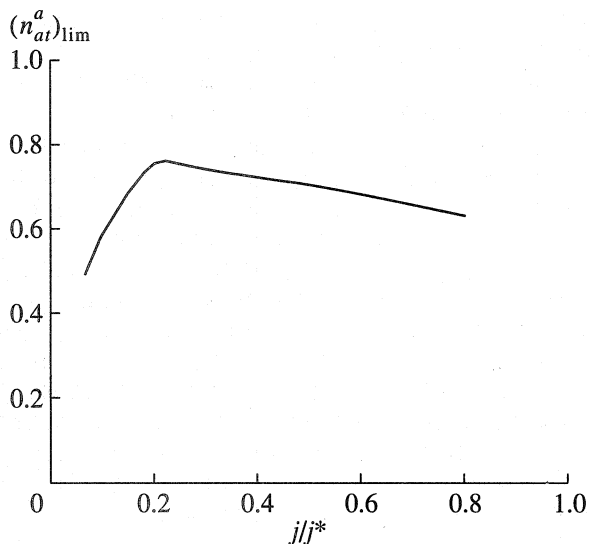


Рис. 3. Зависимость предельной концентрации анодных атомов от плотности тока дуги.

представляет собой предельную кривую, ни в одной точке которой функция DET еще не обращается в ноль. Однако незначительное увеличение n_{at}^a до 0.758 (кривая 3) приводит к обращению DET в ноль при $y \approx 0.993$. В этой точке претерпевает разрыв не только производная скорости быстрых ионов, но также производная скорости медленных ионов и электрическое поле. На рис. 3 построена зависимость от плотности тока дуги предельной концентрации анодных атомов $(n_{at}^a)_{lim}$,

при которой достигается критический режим движения быстрых ионов. Уменьшение величины $(n_{at}^a)_{lim}$ в области больших значений плотности тока дуги связано с увеличением влияния электрического поля в этой области на степень торможения быстрых ионов. На рис. 4, 5 соответственно для анодной и катодной границы плазмы приведены в зависимости от концентрации анодных атомов рассчитанные значения скоростей, характеризующих движение медленных ионов. Кривые 1 представляют ионно-звуковую скорость, кривые 2 – критическую скорость, обращающую в ноль функцию DET , кривые 3 – скорость звука. На рис. 6 для плотности тока дуги $j/j^* = 0.25$ представлена зависимость доли потока анодных атомов, возвращающихся на анод в виде медленных ионов, от концентрации анодных атомов n_{at}^a . Кривая, приведенная на рис. 6, соответствует такому режиму движения медленных ионов, при котором их скорость на обеих границах плазмы составляет 95% от критической скорости, обращающей в ноль функцию DET .

Обсуждение результатов. Наличие критических скоростей для медленных и быстрых ионов является важной особенностью ВД. Именно наличие критической скорости медленных ионов препятствует полному прохождению их потока на катод. Поток ионов, образующихся в результате ионизации анодных атомов, делится на две части: одна часть достигает катода, другая – анода. Это явление прямо связано с невозможностью в плоском одномерном потоке, который разгоняется в процессе движения за счет выделения в нем

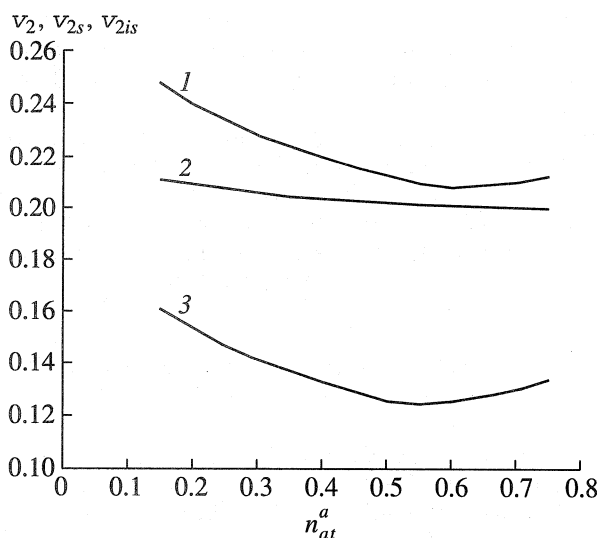


Рис. 4. Зависимость характерных скоростей медленных ионов на анодной границе плазмы от концентрации анодных атомов при $j/j^* = 0.25$: 1 – ионно-звуковая скорость; 2 – критическая скорость; 3 – звуковая скорость.

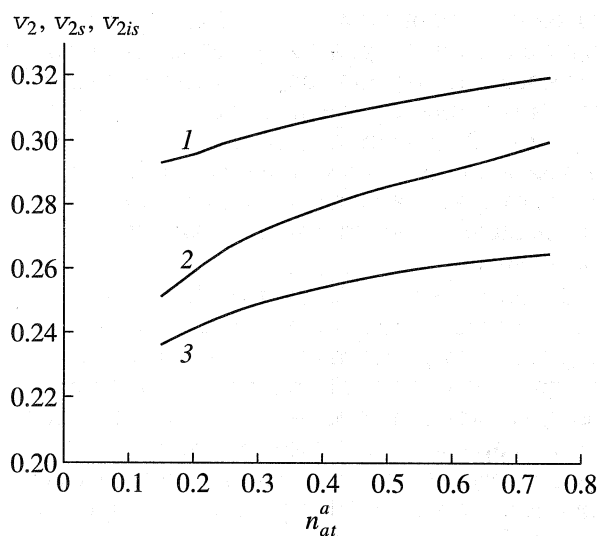


Рис. 5. Зависимость характерных скоростей медленных ионов на катодной границе плазмы от концентрации анодных атомов при $j/j^* = 0.25$: 1 – ионно-звуковая скорость; 2 – критическая скорость; 3 – звуковая скорость.

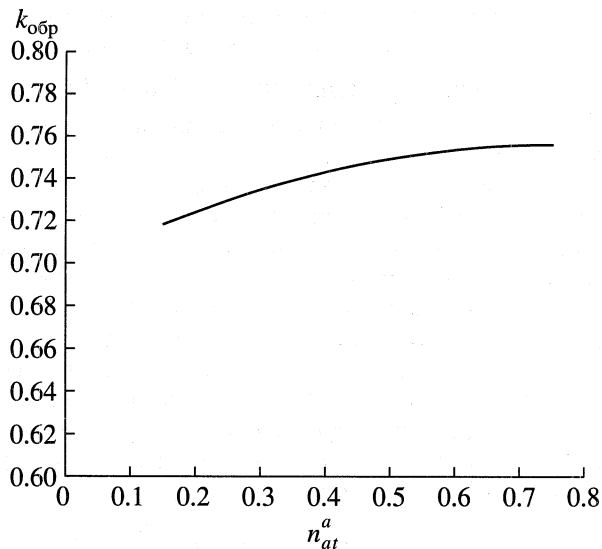


Рис. 6. Зависимость относительной доли потока анодных атомов, возвращающихся на анод в виде медленных ионов, от концентрации анодных атомов при $j/j^* = 0.25$.

энергии (работа сил трения), преодолеть внутри промежутка критическую скорость. Достижение критической скорости для медленных ионов возможно только на границах промежутка. Эта особенность в движении медленных ионов не всегда принимается во внимание. Так, например, в [5] при записи уравнения движения для медленных ионов пренебрегалось их инерцией. Это приближение неизбежно приводит к потере корней функции *DET*, возникающих при приближении скорости медленных ионов к ионно-звуковой. В модели [5] медленные ионы в процессе движения могут разгоняться неограниченно. Такое приближение, с одной стороны, приводит к невозможности правильного согласования параметров плазмы ВД на катодной границе слой-плазма; а с другой стороны, в такой модели должно иметь место полное прохождение потока медленных ионов на катод. Оба этих факта не согласуются с более корректным решением, учитывающим инерцию медленных ионов.

Особо отметим следующее. В уравнение движения быстрых ионов при $j \gg j_{th}$ была введена сила $\text{grad} p_1$, предполагающая, что быстрые ионы можно в этом случае рассматривать как сплошную среду, а не как поток независимых частиц, что имеет место при обратном соотношении $j \ll j_{th}$. При таком подходе в точке $j = j_{th}$, характеризующей смену режимов движения быстрых ионов, происходит скачкообразное изменение силы в уравнении (5). Поэтому представляется целесообразным записать некоторое интерполяционное выражение для коэффициента β , дающее плавный переход между обоими предельными случаями. Одной из возможных интерполяционных формул является,

например, $\beta = (1 + j_{th}/j)^{-1}$, которая осуществляет монотонный переход между двумя различными режимами движения быстрых ионов и правильно описывает оба предельных случая.

Существование критической скорости для быстрых ионов в ВД является весьма важным фактором, влияющим на режим токопрохождения. При превышении определенного значения плотности анодных атомов (при заданном токе ВД), соответствующего достижению быстрыми ионами критической скорости, стационарное движение быстрых ионов становится невозможным и должна наблюдаться нестабильность плазмы ВД. Развитая теория позволяет определить предельное значение плотности потока (или концентрации) анодных атомов, ограничивающее область квазистационарного токопереноса.

Отметим, что выражение (11) для функции *DET* является удобной формой, которую можно использовать для качественного анализа наступления критических режимов, однако само это выражение не позволяет априори определить значения критических скоростей. Оно лишь устанавливает локальную взаимосвязь между параметрами плазмы. Критические режимы наблюдаются в расчетах в виде стремления к бесконечности производных dv_1/dx , dv_2/dx , $d\phi/dx$. Аналогичные критические режимы могут проявляться не только в сильноточных ВД. Они должны быть типичными для различных трехкомпонентных плазменных систем, в которых движение ионов различных типов в электрическом поле описывается с учетом инерции и градиентов давления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ульянов К.Н. Математическая модель положительного столба электрического разряда в не диффузионном приближении // ТВТ. 2000. Т. 38. № 3. С. 367.
2. Londer J.I., Ulyanov R.N. Peculiarities of Interaction of the Cathode Stream with Anode Vapors in a Vacuum Arc // IEEE Trans. Plasma Sci. 1999. V. 27. № 4. P. 901.
3. Londer J.I., Ulyanov K.N. Peculiarities of Slow Ion Flow Movement in the Near-Anode Region of a High-Current Vacuum Arc. XIXth Intern. Symp. on Discharges and Electrical Insulation in Vacuum. Xi'an. China. 2000. V. 1. P. 315.
4. Брагинский С.И. Явления переноса в плазме. В кн.: Вопросы теории плазмы. Вып. 1. М.: Госатомиздат, 1963. С. 183.
5. Gidalevich E., Goldsmith S., Boxman R.L. An Upper Limit for the Electric Current for Shock-Free Plasma Flow in a Vacuum Arc. XIXth Intern. Symp. on Discharges and Electrical Insulation in Vacuum. Xi'an. China. 2000. V. 1. P. 268.
6. Турчак Л.И. Основы численных методов. М.: Наука, 1987.
7. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. М.: Физматгиз, 1962.