УДК 538.561

ИЗЛУЧЕНИЕ И ПОГЛОЩЕНИЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ПРИ СТОЛКНОВЕНИИ ЭЛЕКТРОНА С ГРАНИЦЕЙ МЕТАЛЛ—ДИЭЛЕКТРИК

Э. М. Беленов, П. Н. Лускинович, А. Г. Соболев, В. И. Романенко, А. В. Усков

Теоретически исследовано возбуждение поверхностных электромагнитных волн (ПЭВ) при упругом туннелировании электронов в структурах металл—диэлектрик—металл и их последующем столкновении с внешней границей металл—диэлектрик (вакуум). Найдены коэффициенты индуцированного излучения и поглощения ПЭВ и спектр спонтанного излучения.

Свечение туннельных структур металл—барьер—металл (МБМ структуры) при пропускании через них тока является одним из интересных свойств этих структур для создания на их основе приборов квантовой электроники и интегральной оптики [1].

Считается, что свечение туннельных МБМ структур возникает следующим образом [2]: туннельные электроны возбуждают распространяющиеся вдоль структуры поверхностные электромагнитные волны, которые затем, рассеиваясь на неоднородностях (шероховатости и т. п.) в объемные волны, приводят к эффекту свечения структуры. Можно выделить [2] два случая возбуждения ПЭВ туннельными электронами. В первом случае ПЭВ возбуждается при неупругом туннелировании электронов через барьер из одного металла в другой. Во втором случае электроны упруго (т. е. без потери энергии) туннелируют через барьер, а затем, пройдя через тонкую пленку металла, сталкиваются с внешней границей металл—диэлектрик (вакуум) и возбуждают ПЭВ на этой границе. При этом туннельный переход играет роль источника горячих электронов.

Возбуждение ПЭВ при неупругом туннелировании теоретически рассматривалось в работе [3]. В данной работе мы остановимся на расчете возбуждения ПЭВ при упругом туннелировании электронов через барьер. В разделе 1 рассмотрена квантовомеханическая задача о взаимодействии с ПЭВ электрона, налетающего из глубины металла на границу металл—диэлектрик, вдоль которой распространяется ПЭВ. Найдены вероятности индуцированного поглощения и излучения электроном кванта поверхностной электромагнитной волны. В разделе 3 совершен переход от индуцированного излучения к спонтанному и найдена вероятность $dP(\omega)=p(\omega)\,d\omega$ возбуждения ПЭВ с частотой от ω до $\omega+d\omega$ при столкновении электрона с границей металл—диэлектрик.

Отметим, что рассмотренная задача близка к задаче о характеристических потерях электрона, пересекающего границу плазма—вакуум [4]. В настоящей работе в отличие от [4] учтен потенциал на границе металл—диэлектрик, найден спектр возбуждаемых ПЭВ и проведено сравнение индуцированного излучения и поглощения ПЭВ.

1. Индуцированное излучение и поглощение ПЭВ при столкновении электрона с границей металл—диэлектрик

Рассмотрим нормальное падение электрона с энергией $E_0 > \varepsilon_F$ (ε_F — энергия Ферми металла) из металла ($x < 0$) на границу металл—диэлектрик (плоскость yz). Внутри металла потенциальная энергия $U(x)$ электрона $U(x)=0$, а в диэлектрике ($x > 0$) $U(x)=U_0$, $U_0=\varepsilon_F+\Phi$, Φ — работа выхода в вакуум либо в зону проводимости диэлектрика.

Пусть на границе металл—диэлектрик по оси z распространяется ПЭВ. Магнитное поле волны направлено по оси y, его величина

$$H_y = H_0 \cos(\omega t - qz) \begin{cases} e^{K_m x}, & x \leqslant 0, \\ e^{-K_d x}, & x \geqslant 0. \end{cases} \tag{1}$$

Электрическое поле ПЭВ имеет компоненты по осям x и z, которые связаны с H_y уравнениями Максвелла. Величина волнового вектора ПЭВ и константы затухания K_d и K_m даются формулами [5]

$$q = \frac{\omega}{c}\sqrt{\frac{\varepsilon_d \varepsilon_m}{\varepsilon_m + \varepsilon_d}}, \qquad K_m = \frac{\omega}{c}\frac{-\varepsilon_m}{\sqrt{-\varepsilon_m - \varepsilon_d}}, \qquad K_d = \frac{\omega}{c}\frac{\varepsilon_d}{\sqrt{-\varepsilon_m - \varepsilon_d}}, \tag{2}$$

где ω — частота ПЭВ, c — скорость света, ε_d — диэлектрическая проницаемость диэлектрика (вакуума), $\varepsilon_m=(1-\omega_p^2/\omega^2)$ — диэлектрическая проницаемость металла, ω_p — плазменная частота металла. Ниже решается уравнение Шредингера для волновой функции электрона, налетающего на границу диэлектрик—металл и взаимодействующего с полем ПЭВ. Поле ПЭВ представляется в уравнении Шредингера векторным $\mathbf{A}=\{A_x, 0, 0\}$ и скалярным φ потенциалами

$$A_x = A_0 \sin(\omega t - qz) = \begin{cases} e^{K_m x}, & x \leqslant 0, \\ e^{-K_d x}, & x \geqslant 0, \end{cases} \tag{3}$$

$$\varphi = \varphi_0 \cos(\omega t - qz) = \begin{cases} e^{K_m x}, & x \leqslant 0, \\ e^{-K_d x}, & x \geqslant 0, \end{cases} \tag{4}$$

где

$$A_0 = -\frac{H_0}{q}, \qquad \varphi_0 = \frac{c}{\omega q}\frac{K_d}{\varepsilon_d} H_0 = -\frac{c}{\omega q}\frac{K_m}{\varepsilon_m} H_0.$$

В отсутствие ПЭВ электрон, столкнувшись с границей металл—диэлектрик, отражается от нее без изменения энергии. Если вдоль границы распространяется ПЭВ, то электрон при столкновении с границей может поглотить (излучить) один или несколько квантов частоты ω. Вероятность излучения (поглощения) электроном энергии ПЭВ может быть найдена из решения уравнения Шредингера для волновой функции $\Psi(x, t)$ электрона, падающего на границу металл—диэлектрик

$$i\hbar\frac{\partial \Psi}{\partial t} = \left[\frac{1}{2m}\left(-i\hbar\frac{\partial}{\partial x} + \frac{e}{c}A_x\right)^2 - \frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) - e\varphi + U(x)\right]\Psi. \tag{5}$$

Будем искать решение (5) по теории возмущений в первом приближении по A_x и φ (в этом случае мы найдем вероятности излучения и поглощения одного кванта ПЭВ): Ψ_0 — решение невозмущенной задачи, описывающее нормальное падение и отражение электрона от стенки

$$\Psi_0 = e^{-i\omega_0 t} \begin{cases} e^{ikx} + C_1 e^{-ikx}, & x \leqslant 0, \\ C_2 e^{i\tilde{k}x}, & x \geqslant 0. \end{cases} \tag{6}$$

Здесь k — величина волнового вектора электрона, падающего на стенку; $\omega_0 = E_0/\hbar$; $E_0 = \hbar^2 k^2/2m$ — энергия электрона,

$$\tilde{k} = \sqrt{k^2 - \frac{2m}{\hbar^2}U_0},$$

$$C_1=(k-\tilde{k})/(k+\tilde{k}), \quad C_2=2k/(k+\tilde{k}). \tag{7}$$

Для Ψ_1 имеем уравнение

$$i\hbar\frac{\partial\Psi_1}{\partial t}=\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)+U(x)\right]\Psi_1+F(x,\ z,\ t), \tag{8}$$

где

$$F=\left(-e\varphi-i\frac{e\hbar}{2mc}\frac{\partial A_x}{\partial x}-i\frac{\hbar e}{mc}A_x\frac{\partial}{\partial x}\right)\Psi_0.$$

Общее решение (8) представляется в виде

$$\Psi_1=\Psi_1^{\text{од}}+\Psi_1^{\text{н}},$$

где $\Psi_1^{\text{од}}$ — решение однородного уравнения ($F\equiv 0$), $\Psi_1^{\text{н}}$ — решение неоднородного уравнения. Из (8) при $x<0$ имеем

$$\Psi_1^{\text{н}}=e^{K_m x}\left[e^{-i\omega_- t-iqz}\left(a'_-e^{-ikx}+a''_-e^{-ikx}\right)+e^{-i\omega_+ t}\left(a'_+e^{ikx}+a''_+e^{-ikx}\right)\right], \tag{9}$$

где

$$\omega_\pm=(E_0\pm\hbar\omega)/\hbar,$$

$$a'_-=eH_0\frac{c}{\omega q}\frac{k}{2E_0}\frac{\frac{K_m}{k}\left(\frac{1}{\varepsilon_m}+\frac{\hbar\omega}{2mc^2}\right)+\frac{\hbar\omega}{2mc^2}i}{-\frac{\hbar\omega}{E_0}+\frac{K_m^2}{k^2}-\frac{q^2}{k^2}+2\frac{K_m}{k}i},$$

$a''_-=a'^*_-C_1$, a'_+ получается из a'_- заменой $\omega\to-\omega$ и $q\to-q$, $a''_+=a'^*_+C_1$. При $x<0$ имеем

$$\Psi_1^{\text{н}}=e^{i\tilde{k}x-K_dx}\left(b_-e^{-i\omega_- t-qz}+b_+e^{-i\omega_+ t-qz}\right), \tag{10}$$

где

$$b_-=eH_0\frac{c}{\omega q}\frac{k}{2E_0}\frac{-\frac{K_d}{k}\left(\frac{1}{\varepsilon_d}+\frac{\hbar\omega}{2mc^2}\right)+i\frac{\hbar\omega}{2mc^2}\frac{\tilde{k}}{k}}{-\frac{\hbar\omega}{E_0}+\frac{K_d^2}{k^2}-\frac{q^2}{k^2}-2\frac{K_d}{k^2}\tilde{k}i},$$

а b_+ получается из b_- заменой $\omega\to-\omega$, $q\to-q$.

$\Psi_1^{\text{од}}$ находится из условия непрерывности Ψ_1 и ее производных по x ($\Psi_1^{\text{н}}$ таким свойством непрерывности при $x=0$ не обладает). Таким образом, $\Psi_1^{\text{од}}$ должна иметь вид

$$\begin{aligned}\Psi_1^{\text{од}}&=R_1^-e^{-i\omega_- t-ik^-x-iqz}+R_1^+e^{-i\omega_+ t-ik^+x+iqz} && (x<0),\\ \Psi_1^{\text{од}}&=R_2^-e^{-i\omega_- t+i\tilde{k}^-x-iqz}+R_2^+e^{-i\omega_+ t+i\tilde{k}^+x+iqz} && (x>0),\end{aligned} \tag{11}$$

где

$$k^\pm=\left(k^2\pm\frac{2m\omega}{\hbar}-q^2\right)^{1/2}, \quad \tilde{k}^\pm=\left(\tilde{k}^2\pm\frac{2m\omega}{\hbar}-q^2\right)^{1/2}.$$

При $x\to\pm\infty$, $\Psi_1^{\text{н}}\to 0$ и $\Psi_1\approx\Psi_1^{\text{од}}$, так что на больших расстояниях от границы металл—диэлектрик Ψ_1 описывает электроны с энергией $E=E_0\pm\hbar\omega$, бегущие от этой границы. Соответственно через R_1^+, R_2^+, R_1^-, R_2^- можно выразить вероятности излучения (поглощения) кванта ПЭВ

$$P_1^+=\frac{\operatorname{Re}k^+}{k}|R_1^+|^2$$

— вероятность электрону поглотить квант, отразившись от границы,

$$P_1^-=\frac{\operatorname{Re}k^-}{k}|R_1^-|^2$$

— вероятность излучить квант, отразившись от границы,

$$P_2^+=\frac{\operatorname{Re}\tilde{k}^-}{k}|R_2^-|^2$$

— вероятность поглотить квант и вылететь из металла (фотоэффект),

$$P_2^- = \frac{\operatorname{Re}\tilde{k}^-}{k}\,|R_2^-|^2$$

— вероятность электрону излучить квант, вылетая из металла (это возможно, только если $E_0 - \hbar\omega - \hbar^2 q^2/2m > U_0$). $R_{1,2}^+$, полученные сшивкой $\Psi_1 = \Psi_1^{од} + \Psi_1^{н}$ при $x = 0$, даются выражениями

$$R_1^- = \frac{1}{\frac{k^-}{k} + \frac{\tilde{k}^-}{k}} \left\{ a'_-\left(1 - \frac{\tilde{k}_-}{k} - i\,\frac{K_m}{k}\right) + a''_-\left(-1 - \frac{k^-}{k} - i\,\frac{K_m}{k}\right) - b_-\left(\frac{\tilde{k}}{k} - \frac{\tilde{k}^-}{k} + i\,\frac{K_d}{k}\right)\right\},$$

$$R_2^- = \frac{1}{\frac{k^-}{k} + \frac{\tilde{k}^-}{k}} \left\{ a'_-\left(1 + \frac{k^-}{k} - i\,\frac{K_m}{k}\right) + a''_-\left(-1 + \frac{k^-}{k} - i\,\frac{K_m}{k}\right) - b_-\left(\frac{\tilde{k}}{k} + \frac{k^-}{k} + i\,\frac{K_d}{k}\right)\right\}, \tag{12}$$

а выражения для $R_{1,2}^+$ получаются из (12) заменой индекса «—» на индекс «+». Амплитуды R_1^+, R_2^+, R_1^-, R_2^- пропорциональны H_0, поэтому вероятность индуцированного поглощения $P^+ = P_1^+ + P_2^+$ можно записать в виде

$$P^+ = B^+ H_0^2, \tag{13}$$

а вероятность индуцированного излучения $P^- = P_1^- + P_2^-$ в виде

$$P^- = B^- H_0^2. \tag{14}$$

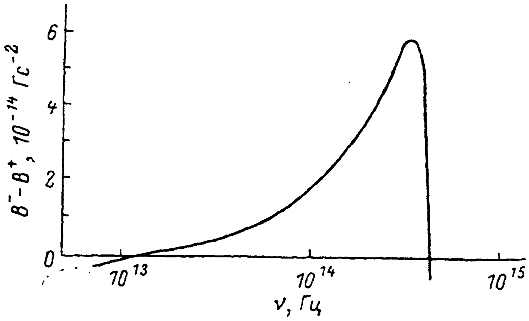


Рис. 1. Зависимость разности коэффициентов индуцированного излучения и поглощения ($B^- - B^+$) от частоты ν ПЭВ. $E_0=8.48$ эВ, $\varepsilon_d=1$, $\varepsilon_F=5.48$ эВ, $\Phi=4.8$ эВ, $E_0-\varepsilon_F=3$ эВ.

Анализ приведенного решения уравнения Шредингера показывает, что если формально положить $K_m = K_d = 0$ (плоская волна) и $U_0 = 0$, то вероятности $P_{1,2}^{\pm}$ тождественно обращаются в нуль, т. е. получается известный результат: при потенциале, равном нулю, электрон не может излучить или поглотить квант $\hbar\omega$ плоской электромагнитной волны. Чтобы излучение (поглощение) возникло, достаточно, чтобы либо $K_m \neq 0$, либо $K_d \neq 0$, либо $U_0 \neq 0$. В случае ПЭВ на границе металл—диэлектрик, когда $K_m \neq 0$, $K_d \neq 0$, $U_0 \neq 0$, поглощение и излучение электроном кванта $\hbar\omega$ обусловлены как наличием у волны профиля ($K_m \neq 0$, $K_d \neq 0$), так и ступенькой потенциала ($U_0 \neq 0$).

Интересно также отметить следующее обстоятельство. Если положить $U_0 = +\infty$, то, как показывает анализ полученных формул, вероятность поглощения больше вероятности излучения ($P^+ > P^-$) при любых частотах ω ПЭВ и энергиях электрона. Если же $U_0 < +\infty$, то, согласно численным расчетам, может иметь место соотношение $P^+ < P^-$. На рис. 1 показан график зависимости разности $\Delta B = B^- - B^+$ от $\nu = \omega/2\pi$. Видно, что имеется диапазон частот ν, где электрон с большей вероятностью излучает, чем поглощает.

2. Спонтанное излучение ПЭВ при столкновении электрона с границей металл—диэлектрик

Помимо того что налетающий на границу электрон может излучать ПЭВ индуцированно под действием распространяющейся вдоль границы ПЭВ, этот электрон может возбуждать ПЭВ под действием нулевых флуктуаций ПЭВ, т. е. излучать спонтанно. Вероятность $dP(\omega, \varphi)$ спонтанного излучения ПЭВ в диапазон частот $(\omega, \omega+d\omega)$ и интервал углов распространения $(\varphi, \varphi+d\varphi)$ (φ отсчитывается от оси z) можно найти, подставив в формулу для вероятности индуцированного излучения вместо H_0^2 выражение $(H_0^2)_{\omega,\varphi}\,d\omega d\varphi$, где $(H_0^2)_{\omega,\varphi}$ — распределение по частотам и углам квадрата амплитуды нулевых флуктуаций ПЭВ, т. е.

$$dP(\omega, \varphi)=B^-(H_0^2)_{\omega,\varphi}\,d\omega d\varphi. \tag{15}$$

Для вычисления $(H_0^2)_{\omega,\varphi}$ найдем классическое выражение для энергии $\mathscr{E}$ ПЭВ частоты ω. Интегрируя по x от $-\infty$ до $+\infty$ (по металлу и диэлектрику) усредненную по времени плотность энергии электромагнитного поля [6]

$$u=\frac{1}{8\pi}\left[\frac{d(\omega\varepsilon)}{d\omega}\mathbf{E}^2+\frac{d(\omega\mu)}{d\omega}\mathbf{H}^2\right],$$

где $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ отвечают ПЭВ, и считая, что ПЭВ занимает площадь S в плоскости yz, получаем

$$\mathscr{E}=\frac{H_0^2}{4\pi}\,l(\omega)\,S, \tag{16}$$

где

$$l(\omega)=\frac{(\varepsilon_d+\varepsilon_m^2)(\varepsilon_d-\varepsilon_m)}{4(-\varepsilon_m-\varepsilon_d)^{1/2}}\,\frac{c}{\omega}. \tag{16a}$$

По аналогии с (16) в случае нулевых флуктуаций ПЭВ для энергии $d\mathscr{E}(\omega, \varphi)$ в диапазоне частот $(\omega, \omega+d\omega)$ и углов распространения $(\varphi, \varphi+d\varphi)$ можно записать

$$d\mathscr{E}(\omega, \varphi)=\frac{(H_0^2)_{\omega,\varphi}}{4\pi}\,l(\omega)\,S\,d\omega d\varphi. \tag{17}$$

С другой стороны, очевидно

$$d\mathscr{E}(\omega, \varphi)={\sum_i}'\frac{\hbar\omega_i}{2}, \tag{18}$$

где суммирование проводится по состояниям в диапазоне частот $(\omega, \omega+d\omega)$ и $(\varphi, \varphi+d\varphi)$. Проводя в (18) суммирование, получаем

$$d\mathscr{E}(\omega, q)=\frac{\hbar\omega}{2}\,\frac{q\,dq\,d\varphi}{(2\pi)^2}\,S=\frac{\hbar\omega}{8\pi^2}\,q\,\frac{dq}{d\omega}\,S\,d\varphi d\omega, \tag{19}$$

где $q=q(\omega)$ дается (2). Приравнивая (17) и (19), получаем

$$(H_0^2)_{\omega,\varphi}=\frac{\hbar\omega}{2\pi}\,\frac{q}{l(\omega)}\,\frac{dq}{d\omega}. \tag{20}$$

Подставляя (20) в (15) и производя интегрирование по углу, можно найти распределение $p(\omega)$ вероятности спонтанного излучения ПЭВ частоты ω

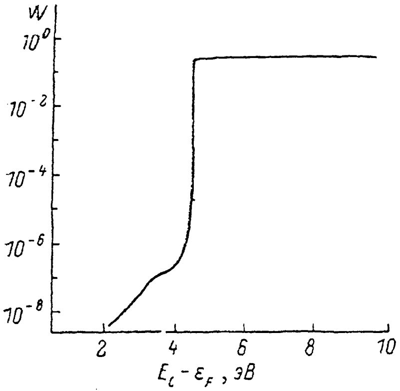
$$p(\omega)=B^-\frac{\hbar\omega q}{l(\omega)}\,\frac{dq}{d\omega}. \tag{21}$$

Очевидно, что $p(\omega)$ дает спектр ПЭВ, возбуждаемых при столкновении электронов с границей металл—диэлектрик. Обозначая через W вероятность излучения ПЭВ при столкновении электрона с границей, получаем

$$W=\int d\omega\,p(\omega). \tag{22}$$

Формулы (21) и (22) использовались для расчета возбуждения ПЭВ электроном, налетающим из глубины металла на границу металл—диэлектрик. Расчеты проводились при $T=0$, и учитывался принцип Паули: электрон с энергией E_0 при отражении в металл не может излучить ПЭВ с частотой ω больше $(E_0-\varepsilon_F)/\hbar$.

На рис. 2 показана полная вероятность W как функция энергии $E_0-\varepsilon_F$ электрона над поверхностью Ферми. Если $E_0-\varepsilon_F<\hbar\omega_s$, где $\omega_s=\omega_p/\sqrt{1+\varepsilon_d}$, то вероятность мала. При $E_0-\varepsilon_F\sim\hbar\omega_s$ вероятность возрастает на несколько порядков, при $E_0-\varepsilon_F\gg\hbar\omega_s$ достигает $\sim 30\%$. Такое резкое возрастание W обусловлено тем, что при $E_0-\varepsilon_F\gg\hbar\omega_s$ принцип Паули уже не ограничивает



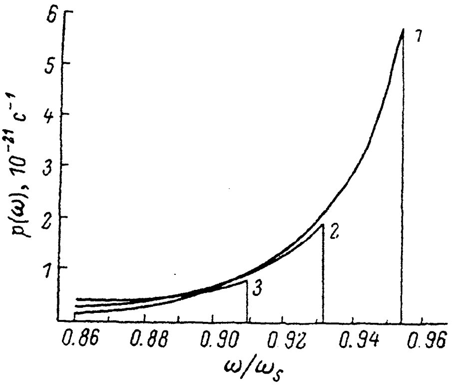


Рис. 2. Зависимость вероятности возбуждения ПЭВ от энергии электрона $E_0-\varepsilon_F$ над поверхностью Ферми. $\varepsilon_d=3$, $\varepsilon_F=5.48$ эВ, $\Phi=4.8$ эВ.

Рис. 3. Спектр возбуждаемых ПЭВ для трех энергий E_0^*, меньших $\varepsilon_F^*+\hbar\omega_s$. $\varepsilon_d=3$, $\varepsilon_F^*=5.48$ эВ, $\Phi=4.8$ эВ. $E_0-\varepsilon_F=4.32$ (*1*), 4.22 (*2*) и 4.12 эВ (*3*).

возбуждение ПЭВ с $\omega\to\omega_s$, вероятность возбуждения которых велика из-за того, что при $\omega\to\omega_s$, согласно (2) и (16а), $l(\omega)\to 0$, $q\to\infty$, $dq/d\omega\to\infty$.

На рис. 3 показан спектр возбуждаемых ПЭВ для трех энергий E_0, меньших $\varepsilon_F+\hbar\omega_s$. Видно, что спектр сверху ограничен по частоте, причем граничная частота $\omega_{\text{гр}}$ определяется принципом Паули: $\omega_{\text{гр}}=(E_0-\varepsilon_F)/\hbar$ и перестраивается с изменением E_0.

На рис. 4 показан пример возбуждаемых ПЭВ для энергий электрона $E_0>\varepsilon_F+\hbar\omega_s$. Видно, что спектр узкий (его ширина $\delta\omega\sim 10^{-5}\omega_s$) и сосредоточен вблизи ω_s. Спектр ограничен сверху по частоте, однако граничная частота $\omega_{\text{гр}}$ определяется здесь не принципом Паули, как на рис. 3. Согласно (21),

$$p(\omega)\sim B^-\sim \mathrm{Re}\sqrt{k^2-\frac{2m\omega}{\hbar}-q^2}.$$

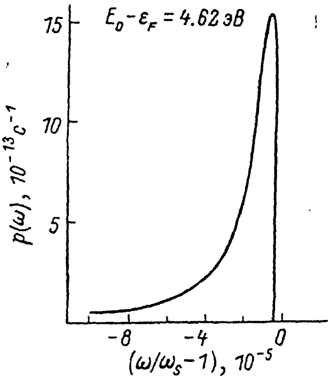


Рис. 4. Спектр возбуждаемых ПЭВ для $E_0>\varepsilon_F+\hbar\omega_s$. $\varepsilon_d=3$, $\varepsilon_F=5.48$ эВ, $\Phi=4.8$ эВ, $E_0-\varepsilon_F^*=4.62$ эВ.

При $\omega\to\omega_s$ величина $q\to\infty$ и $B^-=0$ обращается в нуль. Можно сказать, что ограничение сверху по частоте связано с импульсом отдачи $\hbar q$, приобретаемым электроном при изучении ПЭВ. Величина q для ПЭВ, излучаемых в этом случае, порядка k.

Заключение

В данной работе рассмотрено взаимодействие налетающего из глубины металла горячего электрона с границей металл—диэлектрик. Найдены вероятности индуцированного излучения и поглощения электроном энергии ПЭВ, распространяющейся вдоль границы. Отмечено, что вероятность индуцированного излучения может быть больше вероятности поглощения. Получены вероятности спонтанного излучения ПЭВ. Показано, что полная вероятность возбуждения ПЭВ резко возрастает при энергии электрона $E_0 \approx \varepsilon_F + \hbar\omega_s$ и достигает ~ 30 %. При $E_0 < \varepsilon_F + \hbar\omega_s$ граничная частота в спектре ПЭВ перестраивается с изменением энергии электрона ($\omega_{\text{гр}} = (E_0 - \varepsilon_F)/\hbar$).

Литература

[1] *Lambe J., McCarthy S. L.* Phys. Rev. Lett., 1976, v. 37, N 14, p. 923—925.
[2] *Kirtley J. R., Theis T. N., Tsang J. C., DiMaria D. J.* Phys. Rev. B, 1983, v. 27, N 8, p. 4601—4611.
[3] *Davis L. C.* Phys. Rev. B, 1977, v. 16, N 6, p. 2482—2490.
[4] *Романов А. Ю.* Электромагнитные волны в полуограниченной плазме. — Изв. вузов. Радиофизика, 1964, т. 7, № 2, с. 242—250.
[5] *Economon E. N.* Phys. Rev., 1969, v. 182, N 2, p. 539—554.
[6] *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982, с. 306.

Физический институт
им. П. Н. Лебедева АН СССР
Москва

Поступило в Редакцию
15 мая 1985 г.
В окончательной редакции
12 сентября 1985 г.